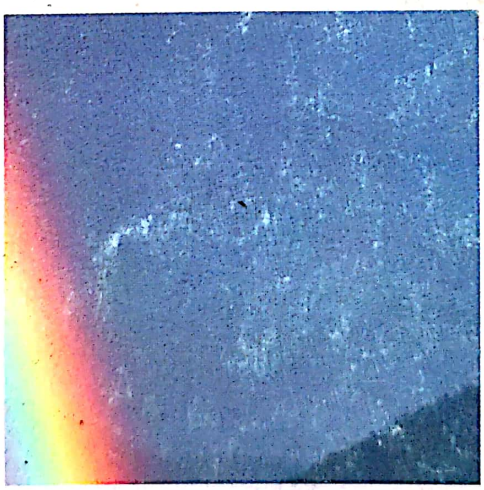
Ministerul Educației și Cercetării

Nicolae FLORESCU

Valeria POPESCU

Aurelian POPESCU

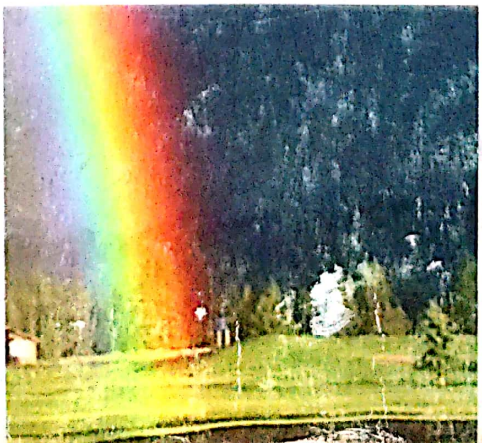
FIZICĂ

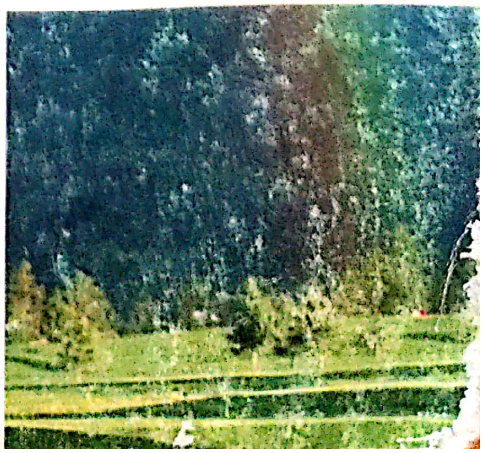


F1 + F2

manual pentru clasa a XI a

Editura GIMNASIUM





Scanned with OKEN Scanner

Nicolae Florescu
Valeria Popescu
Aurelian Popescu

FIZICĂ

manual pentru clasa a XI-a

F1 + F2

Editura GIMNASIUM

Scanned with OKEN Scanner

Manualul a fost aprobat prin
Ordinul Ministrului Educaţiei şi Cercetării nr. 4742 / 21.07.2006,
în urma evaluării calitative organizată de
Consiliul Naţional pentru Elaborarea şi Difuzarea Manualelor
şi este realizat în conformitate cu programa analitică aprobată prin
Ordinul Ministrului Educaţiei şi Cercetării nr. 3252 / 13.02.2006

Redactor: **Gheorghe Dondorici**
Tehnoredactare: **Adrian Badea**
Copertă: **Marius Dondorici**

Referenţi: **conf.univ.dr. Gheorghe Vlaicu** – Universitatea "Valahia", Târgovişte
Prof.gr.I Marcela Popescu – Colegiul Naţional "Ienăchiţă Văcărescu", Târgovişte

Editura Gimnasium
Str. Boerescu Zaharia, bl. P3, ap. 10
Târgovişte, Dâmboviţa
Tel: 0245 / 217834; 0722 641 928
e-mail: editura_gimnasium@yahoo.com
www.librariamea.ro

Tiparit la Lumina Tipo, 2006

ISBN 10 – 973 – 7992 – 23 – 7
ISBN 13 – 978 – 973 – 7992 – 23 – 9

Scanned with OKEN Scanner

Cuprins

I. Oscilaţii şi unde mecanice / 5
I. Oscilaţii mecanice / 5
I.1. Exemple de oscilatori / 5
I. 2. Modelul oscilatorului liniar armonic / 7
I. 2. 1. Descrierea oscilatorului liniar armonic / 7
I. 2. 2. Mărimi caracteristice mişcării oscilatorii / 8
I. 2. 3. Ecuaţiile mişcării oscilatorului liniar armonic / 10
I. 2. 4. Faza mişcării oscilatorii / 12
I. 2. 5. Defazaj / 13
I. 2. 6. Reprezentarea mişcării oscilatorului armonic / 14
I. 2. 7. Perioada şi frecvenţa oscilatorului armonic / 16
I. 2. 8. Pendulul gravitaţional / 21
I. 2. 9. Energia oscilatorului armonic / 24
I. 2. 10. Groapă de energie potenţială. Condiţia ca un sistem să efectueze oscilaţii libere / 27
I. 2. 11. Compunerea oscilaţiilor / 29
I. 2. 11. 1. Compunerea a două oscilaţii armonice paralele şi de aceeaşi frecvenţă / 30
I. 2. 11. 2. Compunerea a două oscilaţii liniar armonice perpendiculare, de aceeaşi frecvenţă / 34
I. 3. Mişcarea oscilatorie amortizată / 37
I. 4. Mişcarea oscilatorie forţată / 39
I. 5. Rezonanţa / 41
I. 6. Oscilaţii întreţinute şi autoîntreţinute / 44
I. 7. Evitarea rezonanţei şi amortizarea vibraţiilor / 45
Concluzii / 48
Întrebări şi probleme propuse / 49
Test de evaluare / 58

II. Unde mecanice / 60
II. 1. Propagarea unei perturbaţii într-un mediu elastic. Unde mecanice / 60
II. 2. Caracteristicile undei / 65
II. 3. Tipuri de unde / 66
II. 4. Viteza de propagare a undelor / 68
II. 5. Principiul lui Huygens / 70
II. 6. Transferul energiei prin unde / 71
II. 7. Ecuaţia undei plane / 72
II. 8. Reflexia undelor / 75
II. 9. Reflexia cu schimbare de sens / 76
II. 10. Refracţia undelor / 77
II. 11. Interferenţa undelor / 79
II. 12. Unde staţionare / 81
II. 13. Difracţia undelor / 84
II. 14. Unde seismice / 87
II. 15. Magnitudinea şi intensitatea / 90
Concluzii / 91
Întrebări şi probleme propuse / 93
Test de evaluare / 99
II. 16. Acustica / 100
II. 17. Calităţile sunetului / 102
II. 18. Fenomene legate de propagarea sunetului / 105
II. 18. 1. Reflexia sunetelor / 105
II. 18. 2. Refracţia sunetelor / 107
II. 18. 3. Atenuarea sunetelor / 108
II. 18. 4. Interferenţa undelor sonore / 109
II. 19. Surse sonore / 110
II. 20. Ultrasunete şi infrasunete / 113
II. 21. Fenomene şi efecte specifice ultrasunetelor / 116
II. 22. Aplicaţii ale ultrasunetelor / 117
Concluzii / 121
Întrebări şi probleme propuse / 122
Test de evaluare / 126
2. Oscilaţii şi unde electromagnetice / 127
2. 1. Circuitul RLC în curent alternativ / 127
2. 1. 1. Osciloscopul electronic / 127
2. 1. 2. Circuitul RLC serie în curent alternativ / 131
2. 1. 3. Rezonanţa circuitului RLC serie / 135
2. 1. 4. Circuitul RLC paralel în curent alternativ / 137
2. 1. 5. Rezonanţa circuitului RLC paralel / 138
2. 1. 6. Puterea în curent alternativ / 139

Scanned with OKEN Scanner

Concluzii / 147
Întrebări şi probleme propuse / 147
Test de evaluare / 155
2. 2. Oscilatii electromagnetice libere / 156
2. 2. 1. Circuit oscilant / 156
2. 2. 2. Producerea oscilaţiilor electromagnetice libere. Studiu calitativ al fenomenelor / 157
2. 2. 3. Perioada oscilaţiilor electromagnetice libere / 159
2. 2. 4. Oscilaţii forţate / 160
2. 2. 5. Analogia între mărimile fizice ale circuitului oscilant şi cele ale oscilatorului mecanic / 161
2. 3. Câmpul electromagnetic. Unda electromagnetica / 163
2. 3. 1. Câmpul electromagnetic / 163
2. 3. 2. Unda electromagnetică / 165
2. 3. 3. Producerea undei electromagnetice / 168
2. 3. 4. Antena / 170
2. 4. Clasificarea undelor electromagnetice / 171
2. 5. Aplicatii ale undelor electromagnetice / 173
2. 5. 1. Telecomunicaţia prin unde electromagnatice (radicomunicaţia) / 173
2. 5. 2. Radiolocaţia. Radioastronomia / 175
2. 5. 3. Cuptorul cu microunde / 177
2. 5. 4. Efectele undelor electromagnetice asupra materii vii / 177
Concluzii / 179
Probleme propuse / 180

3. Optica ondulatorie / 182
3. 1. Scurt istoric asupra naturii luminii / 182
3. 1. 1. Dispersia luminii / 184
Concluzii / 190
3. 2. Interferenta luminii. Dispozitive interferentiale / 190
3. 2. 1. Coerenţa / 190
3. 2. 2. Realizarea undelor coerente în optică / 194
3. 2. 3. Dispozitive de intereferenţă nelocalizată / 194
3. 2. 3. 1. Dispozitivul Young / 194
3. 2. 3. 2. Interferenţa în lumină albă / 198
Probleme propuse / 202
3. 2. 3. Interferenţa localizată / 204
3. 2. 3. 1. Interferenţa luminii printr-o lamă cu feţe plan-paralele / 204
3. 2. 3. 2. Interferenţa luminii printr-o pană optică / 206
3. 2. 3. 3. Aplicaţii ale interferenţei / 208
Probleme propuse / 210
3. 2. 4. Alte dispozitive interferenţiale / 211
3. 2. 4. 1. Oglinda Lloyd / 212
3. 2. 4. 2. Bilentilele Billet / 212
3. 2. 4. 3. Oglinzile Fresnel / 213
3. 2. 4. 4. Biprisma Fresnel / 214
3. 2. 4. 5. Inelele lui Newton / 215
Concluzii / 216
Probleme propuse / 217
3. 3. Difracţia luminii / 218
3. 3. 1. Descrierea şi definirea fenomenului de difracţie / 218
3. 3. 2. Difracţia în lumină divergentă (difracţia Fresnel) / 220
3. 3. 3. Difracţia produsă de o fantă în lumină paralelă – difracţia Fraunhofer / 220
3. 3. 4. Reţeaua de difracţie / 222
Concluzii / 225
Probleme propuse / 227
3. 4. Polarizarea luminii / 229
3. 4. 1. Lumina naturală şi lumina polarizată / 229
3. 4. 2. Legea lui Brewster / 232
Concluzii / 234
Probleme propuse / 235
Test de evaluare / 237
4. Elemente de teoria haosului / 238
4. 1. Determinism şi predictibilitate / 238
4. 2. Determinism şi impredictibilitate. Comportament haotic / 239
4. 3. Descrierea comportamentului haotic. Spaţiul fazelor. Atractori clasici şi stranii / 240
4. 4. Elemente de geometrie fractală / 242
Bibliografie selectivă / 248

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

1 OSCILAȚII ȘI UNDE MECANICE

I. Oscilații mecanice

Foarte des întâlnim mișcări în care un corp, scos din poziția sa de echilibru și lăsat liber, este readus în acea poziție sub acțiunea unei *forțe de revenire*. Datorită *inerției*, corpul își continuă mișcarea în sens opus.

I.1 Exemple de oscilatori

a) În figura I. 1 este desenat un *leagăn*. În poziția de echilibru stabil *Ox*, greutatea $\vec{G}$ și reacțiunea $\vec{R}$ din lagăr își fac echilibrul. Scos din poziția de echilibru, apoi lăsat liber din *A*, el execută mișcări de o parte și de alta a poziției de repaus *C*, fiind readus din pozițiile laterale de componenta tangențială G_t a greutății. Leagănul execută *oscilații sub acțiunea forței de revenire* G_t, de natură gravitațională, având loc transformări ale energiei potențiale în energie cinetică și invers, iar poziția *C* este depășită datorită inerției.

Leagănul oscilează un timp după care mișcarea încetează datorită frecărilor.

b) *Lama elastică*, desenată în figura I. 2, a este prinsă rigid într-un lăcaș la unul din capete, *L*. Depărtată de poziția de echilibru *A*, lama va avea o mișcare de o parte *A'* și de cealaltă *A"* față de poziția inițială, de echilibru. Ea execută *oscilații*. Forțele care iau naștere se opun deformărilor, având tendința de a readuce lama la forma inițială pe care a avut-o în poziția de

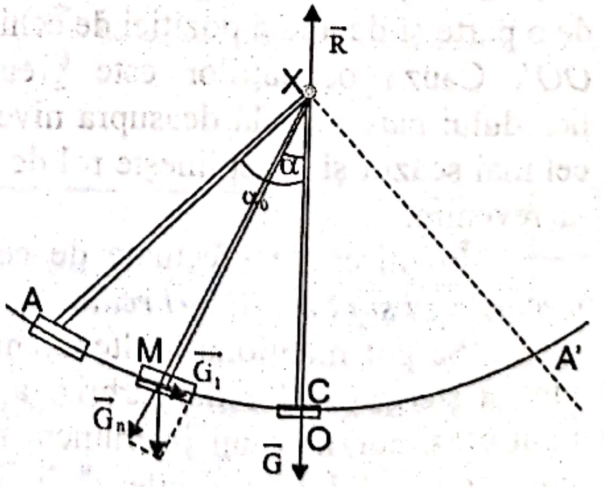


Figura I. 1. Oscilația unui leagăn

echilibru, jumătatea (1) fiind întinsă, concomitent cu cealaltă (2) care este comprimată (Figura I. 2, b). Aceste forţe de revenire sunt de *natură elastică*. În final, datorită frecărilor, oscilaţiile se sting.

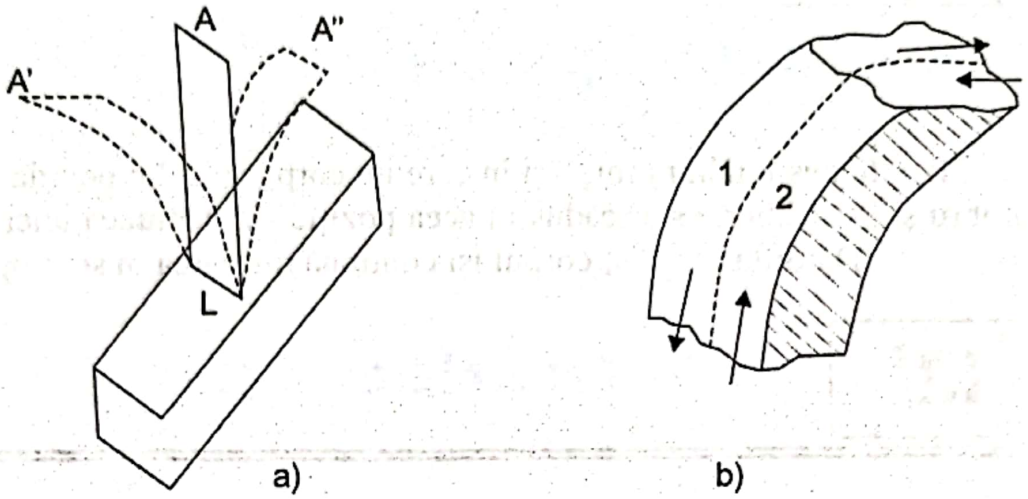


Figura I. 2. Oscilaţia lamei elastice

În figura I. 3 este reprezentată *o coloană de apă oscilantă*, aflată într-un tub de sticlă de forma literei U. Lichidul în cele două ramuri, iniţial, se află la acelaşi nivel *OO'*. Dacă se acţionează asupra coloanei de lichid (se suflă uşor prin ramura din dreapta), se produce o denivelare şi coloana de lichid oscilează de o parte şi de alta a poziţiei de echilibru *OO'*. Cauza oscilaţiilor este greutatea lichidului care se află deasupra nivelului cel mai scăzut şi îndeplineşte rol de forţă de revenire.

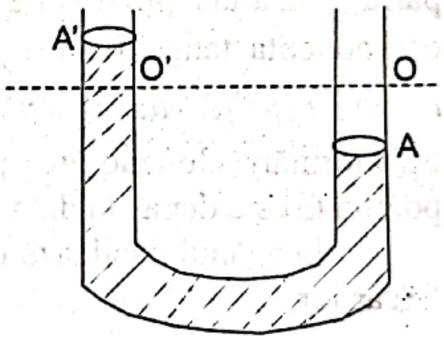


Figura I. 3. Oscilaţia coloanei de apă

În mişcările efectuate de cei trei oscilatori *nu se pot înlătura frecările, ei sunt oscilatori reali*.

Se pot menţiona multe exemple de oscilatori: mişcarea de dute-vino a ştergătoarelor de parbriz, a pistoanelor unui motor, balansierul unui ceas, corzile unui instrument muzical, nodurile reţelei cristaline a unui corp solid care oscilează în jurul poziţiilor de echilibru, bătăile aripilor unei păsări, etc.

Scanned with OKEN Scanner

În concluzie, se numeşte *oscilaţie mecanică sau mişcare oscilatorie deplasarea alternativă a unui corp, de o parte şi de alta a unei poziţii de echilibru.*

I.2 Modelul oscilatorului liniar

I.2.1. Descrierea oscilatorului liniar armonic

În paragraful anterior au fost reprezentaţi trei oscilatori la care forţa de revenire este de natură elastică sau gravitaţională. Pentru a cunoaşte mişcarea unui oscilator este necesar să se scrie legea lui de mişcare.

În cele ce urmează vom restrânge studiul la un singur tip de oscilator, numit *oscilator armonic.* Termenul de **oscilator** *armonic* provine de la funcţiile *sinus* şi *cosinus*, care se mai numesc şi *funcţii armonice* şi care intervin în exprimarea legii de mişcare a acestui tip de oscilator.

Studiul oscilatorului armonic va fi făcut pe un model simplificat care are o construcţie ideală, oscilând, fără frecare.

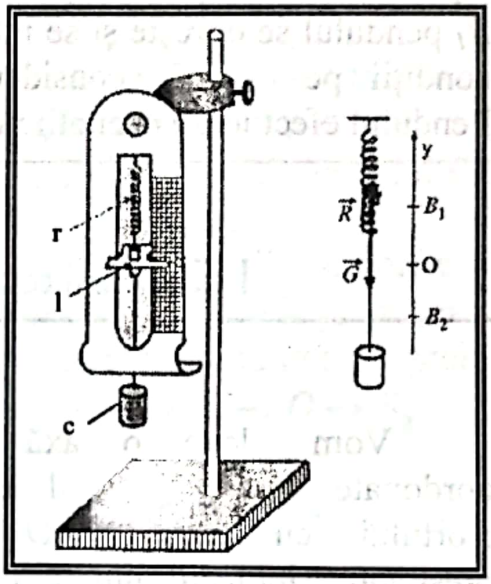


Figura I. 4. Pendulul elastic

Experiment

Vom studia mişcarea oscilatorului armonic pe un model de oscilator numit *pendul elastic.*

Corpul *C* este suspendat de cârligul dinamometrului aşezat vertical (figura I. 4, a). Se consideră în mod ideal că toată masa corpului *C* este concentrată în centrul său de greutate (punct material), iar resortul *r* este considerat fără masă şi perfect elastic. Pendulul

Scanned with OKEN Scanner

elastic are o singură posibilitate de mişcare, de-a lungul axei resortului. Mişcarea pendulului (corpului) poate fi pusă în evidenţă prin mişcarea indicatorului *I*. În repaus, pendulul ocupă o poziţie *O* pe care o marcăm pe hârtia milimetrică lipită pe scara dinamometrului (figura I. 4, a). În *O*, greutatea $\vec{G}$ a corpului *C* şi forţa elastică $\vec{R}$ din resort îşi fac echilibru (figura I. 4, b). Poziţia *O* se numeşte *poziţie de echilibru stabil* deoarece pendulul nu părăseşte această poziţie fără intervenţie din afară. Scoţându-l din poziţia de echilibru până în B_2 şi lăsându-l liber, pendulul revine către *O*, trece prin poziţia de echilibru şi se mişcă mai departe până într-o poziţie B_1 simetrică faţă de B_2 în raport cu *O*. Poziţiile B_2 şi B_1 se marchează pe hârtia milimetrică. În B_1 pendulul se opreşte şi se întoarce către B_2 parcurgând traiectoria în condiţii pe care le considerăm ideale, adică neglijăm frecările. Pendulul efectuează oscilaţii neamortizate.

I.2.2. Mărimi caracteristice mişcării oscilatorii

Vom alege o axă de coordonate *Oy* în lungul axei resortului cu originea *O* ce corespunde indicatorului *I* când pendulul (corpul *C*) este în poziţie de repaus (echilibru) (figura I. 4, b).

Poziţia pendulului elastic la un moment dat poate fi descrisă prin *distanţa y măsurată de-a lungul traiectoriei între poziţia momentană M şi O sau M' şi O numită* ***elongaţie liniară****, sau simplu,* ***elongaţie*** (figura I. 5).

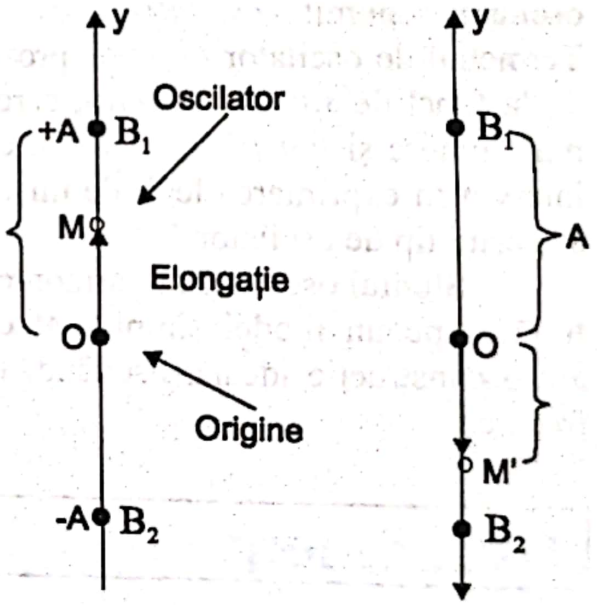


Figura I. 5. Descrierea mişcării unui oscilator armonic.

Întrucât pentru un *y* dat există două poziţii *M* şi *M'* simetrice faţă de *O*, distanţei *OM* (elongaţiei) trebuie să i se specifice semnul. Elongaţia variază în timp. Ea are o

Scanned with OKEN Scanner

direcție, un sens și un modul, deci toate caracteristicile unui vector; $\vec{y} = \overrightarrow{OM}$. Într-o poziție M sau M' în care pendulul are elongația $\vec{y}$, în resort acționează în afară de greutatea $\vec{G}$ o forță suplimentară de revenire. Această forță o considerăm de tip elastic:

$$\vec{F} = -k\vec{y} \qquad \text{(I. 1)}$$

unde k este constanta elastică a resortului.

Forța $\vec{F}$ are sens contrar elongației și este orientată întotdeauna spre poziția de echilibru O. $\vec{F}$ accelerează pendulul mărindu-i viteza când acesta se mișcă spre O sau îl frânează când oscilatorul se îndepărtează de poziția de echilibru O.

Valoarea maximă a modulului elongației se numește *amplitudine*, notată cu simbolul A: $A = \max |\vec{y}|$, deci amplitudinea este pozitivă.

În cazul figurii I. 5. amplitudinea este mărimea segmentului OB_1 sau OB_2.

Presupunem că oscilatorul execută N oscilații complete în intervalul de timp Δt. Prin *oscilație completă* se înțelege mișcarea executată de oscilator în care el trece de două ori consecutiv și în același sens prin aceeași poziție. De exemplu, drumul $O \to B_1 \to O \to B_2 \to O$ sau $B_1 \to O \to B_2 \to O \to B_1$ (figura I. 5).

Durata unei oscilații complete este *perioada mișcării oscilatorii* și se notează cu simbolul T.

$$T = \frac{\Delta t}{N}, \quad \langle T \rangle_{SI} = s$$

Frecvența mișcării oscilatorii, notată cu simbolul υ este câtul dintre numărul de oscilații complete și timpul în care au fost efectuate, $\upsilon = \frac{N}{\Delta t}$, sau numărul de oscilații complete efectuate în unitatea de timp

$$\langle \upsilon \rangle_{SI} = s^{-1} = \text{Hz (hertz)}$$

Se observă că perioada și frecvența sunt mărimi inverse:

$$T\upsilon = \frac{\Delta t}{N} \cdot \frac{N}{\Delta t} = 1 \quad \text{sau} \quad T = \frac{1}{\upsilon}$$

Scanned with OKEN Scanner

Mişcarea unui *oscilator ideal (armonic)* este strict periodică deoarece, nemaiexistând forţe de frecare, transformările de energie sunt perfect reversibile, amplitudinea oscilaţiilor rămânând constantă. Acceleraţia sistemului va fi, conform principiului fundamental al dinamicii:

$$\vec{F} = m\vec{a} = -k\vec{y} \quad \text{de unde rezultă} \quad \vec{a} = -\frac{k}{m}\vec{y} \qquad \text{(I. 2)}$$

Se observă că acceleraţia este proporţională şi de sens contrar elongaţiei.

Acum se poate defini *mişcarea oscilatorie armonică, fiind mişcarea oscilatorie rectilinie, cu amplitudine constantă şi la care acceleraţia este proporţională şi de sens contrar cu elongaţia.*

I.2.3. Ecuaţiile mişcării oscilatorului liniar armonic

Experiment

Pe marginea unui disc de rază R (figura I. 6), ce se poate roti uniform cu viteza unghiulară ω_0, se fixează într-un punct P, o tijă cu o bilă în vârf. Un fascicul de lumină paralel cu planul discului proiectează pe un ecran vertical umbra bilei. Urmărind proiecţia M a umbrei, în timpul rotirii uniforme a discului (punctul P executând o mişcare circulară uniformă) se constată că descrie o traiectorie rectilinie, între două poziţii extreme A', A'', simetrice în raport cu O. Din experimentul anterior, tragem concluzia

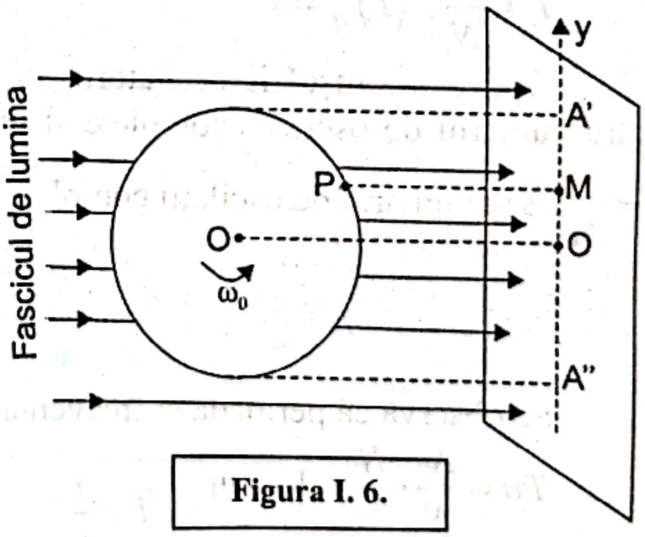


Figura I. 6.

Scanned with OKEN Scanner

că, pentru studiul mişcării oscilatorului armonic ne putem folosi de mişcarea circulară uniformă.

Urmărim concomitent mişcarea uniformă pe un cerc a punctului P şi mişcarea proiecţiei M a lui P pe axa Oy.

Proiecţia M, a punctului P, pe diametrul vertical Oy, efectuează o mişcare oscilatorie în care amplitudinea A este egală cu raza cercului descris de punctul P ($A=R$). Perioada mişcării oscilatorii este identică cu perioada mişcării circulare.

Proiecţiile razei vectoare $\vec{R}$, ale vitezei tangenţiale (liniare) $\vec{v}_t$ şi acceleraţiei centripete $\vec{a}_{cp}$ pe Oy ale punctului P reprezintă elongaţia y, viteza v şi acceleraţia a ale mişcării oscilatorii efectuate de proiecţia M.

De la studiul mişcării circulare uniforme efectuat în clasa a IX-a se cunoaşte:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R;$$

$$\varphi = \omega t;\ v = \omega R;$$

$$\omega = 2\pi\upsilon = \frac{2\pi}{T} \qquad \text{(I. 3)}$$

unde ω este vitaza unghiulară a lui P iar υ şi T sunt frecvenţa şi perioada mişcării circulare uniforme.

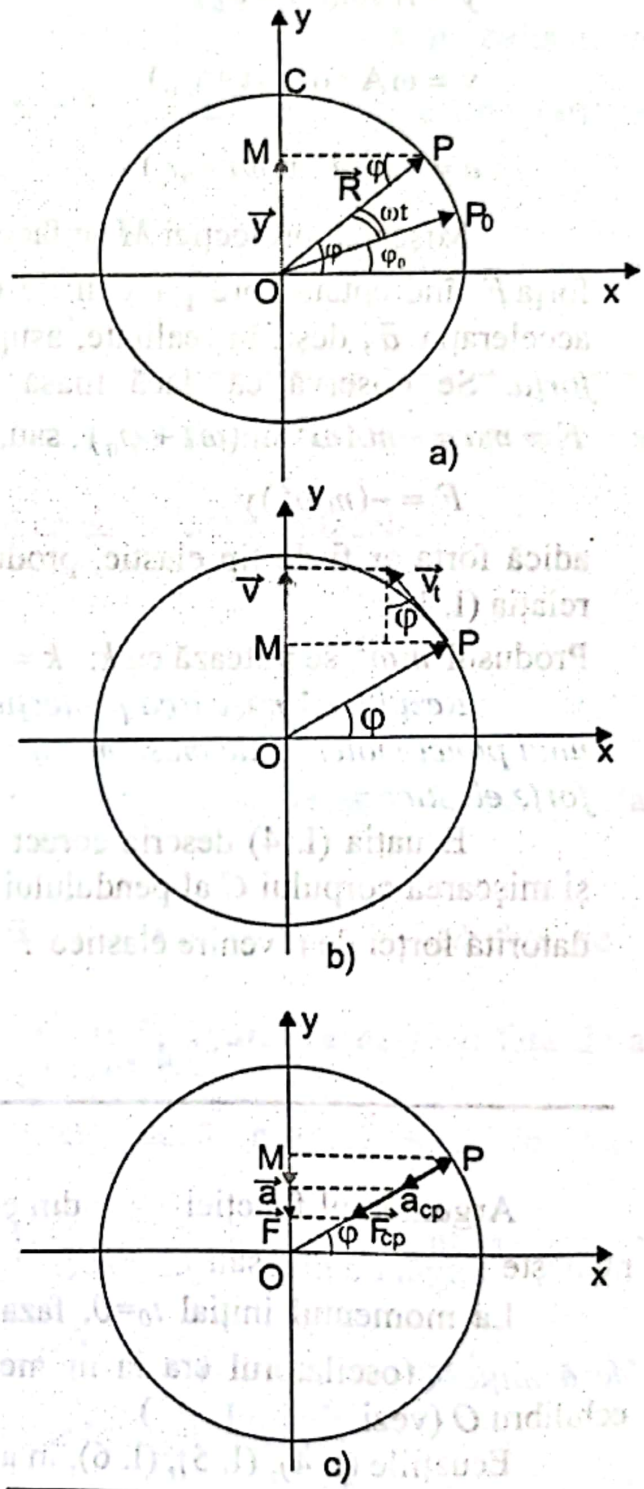


Figura I. 7. Pentru stabilirea ecuaţiilor mişcării oscilatorului armonic

Din figurile I. 7. a, b, şi ţinând cont de relaţiile (I. 3) rezultă ecuaţiile (legile de mişcare) oscilatorului liniar armonic.

$$y = A\sin(\omega t + \varphi_0) \qquad \text{(I. 4)}$$

$$v = \omega A\cos(\omega t + \varphi_0) \qquad \text{(I. 5)}$$

$$a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi_0) \qquad \text{(I. 6)}$$

Mişcarea proiecţiei M se face *ca şi cum* asupra ei ar acţiona forţa $\vec{F}$ îndreptată spre punctul de echilibru O care i-ar imprima acceleraţia $\vec{a}$, deşi, în realitate, asupra lui M *nu acţionează nici o forţă*. Se observă că dacă masa punctului M ar fi m atunci $F = ma = -mA\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0)$, sau, ţinând seama de (I. 4),

$$F = -(m\omega^2)y \qquad \text{(I. 7)}$$

adică forţa ar fi de tip elastic, produsul $m\omega^2$ fiind constant (vezi relaţia (I. 1)).

Produsul $m\omega^2$ se notează cu k: $k = m\omega^2$ (I. 8)

Rezultă că mişcarea proiecţiei M se face la fel ca mişcarea unui punct material de masă m care s-ar deplasa sub acţiunea unei forţe elastice.

Ecuaţia (I. 4) descrie corect atât mişcarea proiecţiei M, cât şi mişcarea corpului C al pendulului elastic a cărui oscilaţie se face datorită forţei de revenire elastice $\vec{F} = -k\vec{y}$ (vezi figura I. 4)

I.2.4. Faza mişcării oscilatorii

Argumentul funcţiei *sinus* din ecuaţia (I. 4), unghiul $(\omega t + \varphi_0)$ se numeşte *unghi de fază* sau *faza mişcării* la momentul t.

La momentul iniţial $t_0=0$, faza mişcării este unghiul φ_0, numit *fază iniţială* (oscilatorul era la momentul iniţial în dreptul poziţiei de echilibru O (vezi figura I. 7, a).

Ecuaţiile (I. 4), (I. 5), (I. 6), în acest caz, devin:

$$y = A\sin\omega t \qquad \text{(I. 4')}$$

$$v = \omega A\cos\omega t \qquad \text{(I. 5')}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$a = -\omega^2 A \sin \omega t \qquad \text{(I. 6')}$$

Mărimea ω se numeşte *pulsaţie* şi se măsoară în radiani pe secundă. $\langle \omega \rangle_{SI} = \frac{rad}{sec}$. Pentru mişcarea oscilatorie ea reprezintă variaţia în unitatea de timp a fazei mişcării.

I.2.5. Defazaj

Se numeşte *defazaj* sau *diferenţă de fază* diferenţa dintre fazele a două mişcări oscilatorii.

Fie două mişcări oscilatorii caracterizate prin fazele:

$\varphi_1 = \omega t + \varphi_{10}$

$\varphi_2 = \omega t + \varphi_{20}$

defazajul dintre ele va fi:

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_{10} - \varphi_{20}$

Se observă că în acest caz defazajul depinde numai de diferenţa dintre fazele iniţiale a celor doi oscilatori.

Dacă:

1^0. $\Delta\varphi > 0$ - prima mişcare este *în avans de fază* faţă de a doua.

2^0. $\Delta\varphi < 0$ prima mişcare este *în întârziere de fază* faţă de a doua.

3^0. $\Delta\varphi = 0, 2\pi, \ldots, 2k\pi$, cele două mişcări sunt *în fază* (concordanţă de fază).

4^0. $\Delta\varphi = \pi, 3\pi, \ldots, (2k+1)\pi$, cele două mişcări sunt *în opoziţie de fază.*

5^0. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}, \ldots, (2k+1)\frac{\pi}{2}$, cele două mişcări sunt în *cvadratură* (k este număr întreg şi pozitiv).

Defazajul se măsoară de obicei în radiani, dar uneori se poate măsura şi în secunde – fracţiuni de perioadă.

Între defazajul exprimat în radiani şi în unităţi de timp există corespondenţa: $\Delta\tau = \Delta\varphi \frac{T}{2\pi}$ (I. 9)

Scanned with OKEN Scanner

1) *Reprezentarea grafică*

Vom reprezenta grafic ecuațiile de mișcare ale oscilatorului armonic ($y(t)$, $v(t)$, $a(t)$) în cazul particular $\varphi_0 = 0$. Aceste funcții fiind periodice, este suficient să fie studiată variația lor în decurs de o perioadă. În tabelul următor este prezentată această variație. Domeniul de definiție este $t \in [0, 2\pi/\omega]$.

t	0	$T/4$	$T/2$	$3T/4$	T
ωt	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$y = A\sin\omega t$	0	A	0	$-A$	0
$v = \omega A\cos\omega t$	ωA	0	$-\omega A$	0	ωA
$a = -\omega^2 A\sin\omega t$	0	$-\omega^2 A$	0	$\omega^2 A$	0

Reprezentările grafice sunt în figura I. 8.

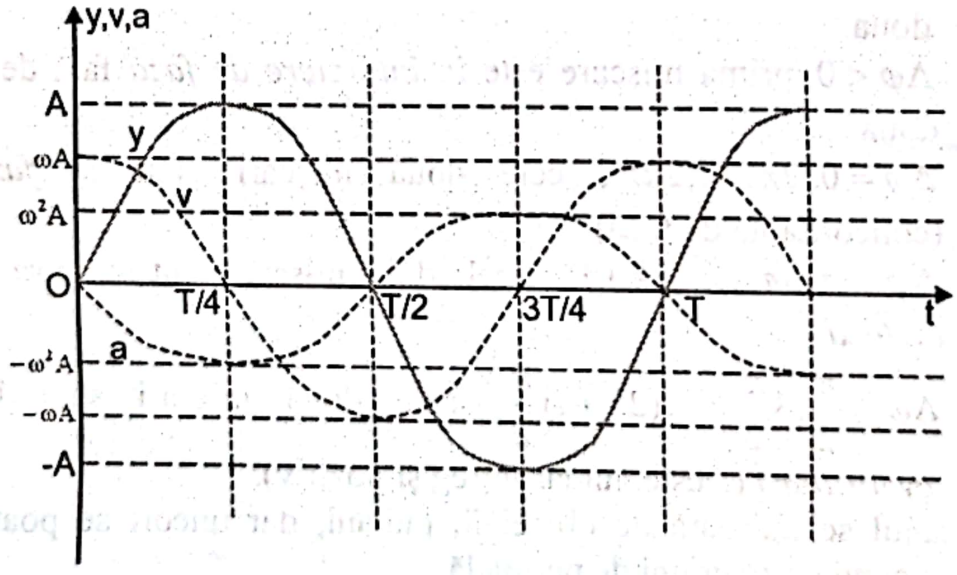


Figura I. 8. Curbele în funcție de timp ale elongației, vitezei și accelerației la o oscilație armonică

Scanned with OKEN Scanner

2) *Reprezentarea fazorială a oscilației liniar armonice*

Un *fazor* este un vector rotitor în planul xOy a cărui origine este fixă și coincide cu originea axelor de coordonate. Extremitatea fazorului se rotește uniform în sens pozitiv (trigonometric) cu o viteză unghiulară ω egală cu pulsația oscilației. La momentul inițial $t_0=0$, fazorul face cu axa Ox unghi φ_0 egal cu faza inițială a oscilației. Modulul fazorului corespunde amplitudinii oscilației reprezentate. *Proiecția fazorului, la orice moment de timp t, pe axa Oy este chiar elongația mișcării la acel moment* (figura I. 9).

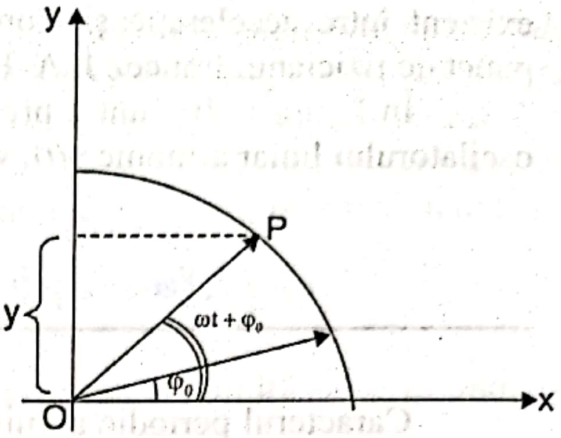


Figura I. 9

Fazorul ce reprezintă viteza oscilatorului liniar armonic:

$$v(t) = \omega A\cos(\omega t + \varphi_0) = \omega A\sin\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

se rotește cu aceeași viteză unghiulară ω, are modulul egal cu amplitudinea vitezei ωA și este, la orice moment de timp, defazat cu $\frac{\pi}{2}$ înaintea fazorului elongației. Poziția relativă a celor doi fazori nu se modifică în timpul rotirii.

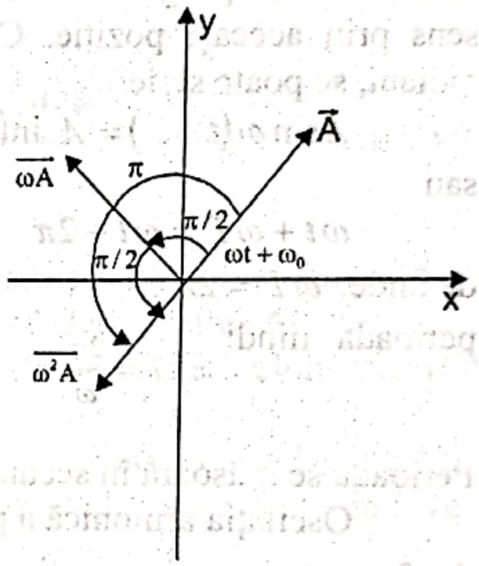
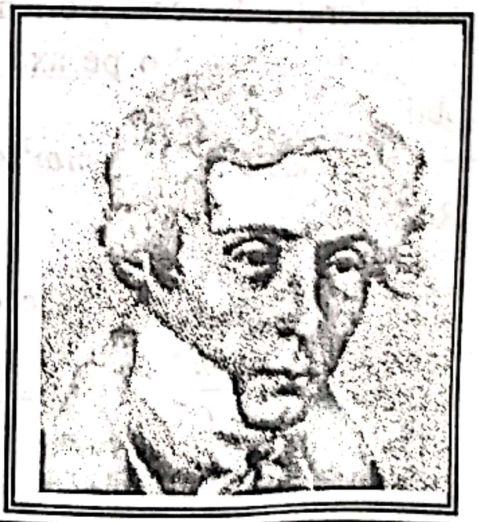


Figura I. 10

Fazorul reprezentativ pentru accelerația oscilatorului armanic:

$$a(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

va avea modulul $\omega^2 A$, se va roti cu aceeași viteză unghiulară ω și va fi în permanență opus fazorului elongației, ceea ce corespunde defazajului de π radiani



Jean Augustin Fresnel

Scanned with OKEN Scanner

existent între accelerație și elongație. Metoda fazorială a fost pusă la punct de fizicianul francez J. A. Fresnel.

În figura I. 10 sunt reprezentate fazorial ecuațiile de mișcare ale oscilatorului liniar armonic $y(t)$, $v(t)$ și $a(t)$.

I.2.7. Perioada și frecvența oscilatorului armonic

Caracterul periodic al mișcării oscilatorului armonic se reflectă și în faptul că ecuația lui de mișcare este exprimată printr-o funcție periodică. Calculăm perioada T a funcției (I. 4') considerând că după un interval de timp egal cu T secunde oscilatorul revine trecând în același sens prin aceeași poziție. Cum în cest interval faza a variat cu 2π radiani, se poate scrie:

$$A\sin\omega(t+T)=A\sin(\omega t+2\pi)$$

sau

$$\omega t+\omega T=\omega t+2\pi$$

de unde: $\omega T=2\pi$,

perioada fiind:

$$T=\frac{2\pi}{\omega} \qquad \text{(I. 10)}$$

Perioada se măsoară în secunde.

Oscilația armonică a pendulului elastic este determinată de inerție și de forța de revenire de tip elastic $\vec{F}=-k\vec{y}$ care, conform principiului fundamental (legea a doua) al dinamicii, imprimă pendulului de masă m o accelerație de aceeași orientare. $\vec{F}=m\vec{a}=-k\vec{y}$

Proiectând-o pe axa Oy și ținând seama de (I. 4') și (I. 6'), se obține:

$$-kA\sin\omega t=-m\omega^2 A\sin\omega t$$

Rezultă:

$$k=m\omega^2$$

și folosind (I. 10) avem succesiv:

$$k=m\frac{4\pi^2}{T^2} \text{ și } \quad T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \text{(I. 11)}$$

Scanned with OKEN Scanner

Observăm *că perioada oscilației armonice depinde de proprietățile inerțiale (prin masa m) și elastice (prin k, constanta elastică) și nu depinde de condițiile inițiale, adică de amplitudinea A.*

Cu cât perioada unui oscilator este mai mică, cu atât numărul de oscilații efectuate în unitatea de timp, numit *frecvență*, este mai mare:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \text{(I. 12)}$$

Frecvența se măsoară în *SI* in s^{-1}, unitate numită *hertz* în onoarea fizicianului german Heinrich Hertz (1857 – 1894).

Interpretarea fenomenologică a ecuațiilor de mișcare

Demonstrația prin analogie cu mișcarea circulară uniformă precum și observarea graficelor celor trei mărimi momentane *y(t), v(t)* și *a(t)* conduce la următoarele observații:

1. Elongația este maximă în fiecare sens când viteza este nulă. Corpul își schimbă în acest moment sensul de mișcare. Accelerația este maximă și ea ca și forța de revenire, fiind opuse creșterii elongației (tot în aceste momente).
2. Elongația este nulă și viteza este maximă când corpul trece prin poziția de echilibru. Accelerația este zero deoarece forța de revenire este nulă.
3. Viteza crește când corpul se mișcă spre poziția de echilibru și descrește când se depărtează de ea, spre punctele de întoarcere.

Probleme rezolvate

1. Să se scrie legile de mișcare ale oscilațiilor defazate cu $\frac{\pi}{4}$ și π în urma oscilației a cărei lege este:

$$y_1 = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{6}\right) \quad (cm) \qquad (1)$$

Să se reprezinte pe același grafic cele trei oscilații.

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare:

Comparând legea (1) cu legea oscilatorului armonic rezultă:

$$A = 3cm;\ \omega = \frac{\pi}{2}\text{rad/s};\ \varphi_0 = -\frac{\pi}{6};\ T = \frac{2\pi}{\omega} = 4s.$$

Pentru oscilația defazată cu $\frac{\pi}{4}$ în urma oscilației (1):

$$y_2 = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{5\pi}{12}\right)(cm) \qquad (2)$$

Pentru oscilația defazată cu π în urma oscilației (1):

$$y_3 = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{6} - \pi\right) = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{7\pi}{6}\right)(cm) \qquad (3)$$

Pentru simplificare, în loc de a reprezenta oscilația (1), vom reprezenta mai întâi oscilația:

$$y_4 = 3\sin\frac{\pi}{2}t, \qquad (4)$$

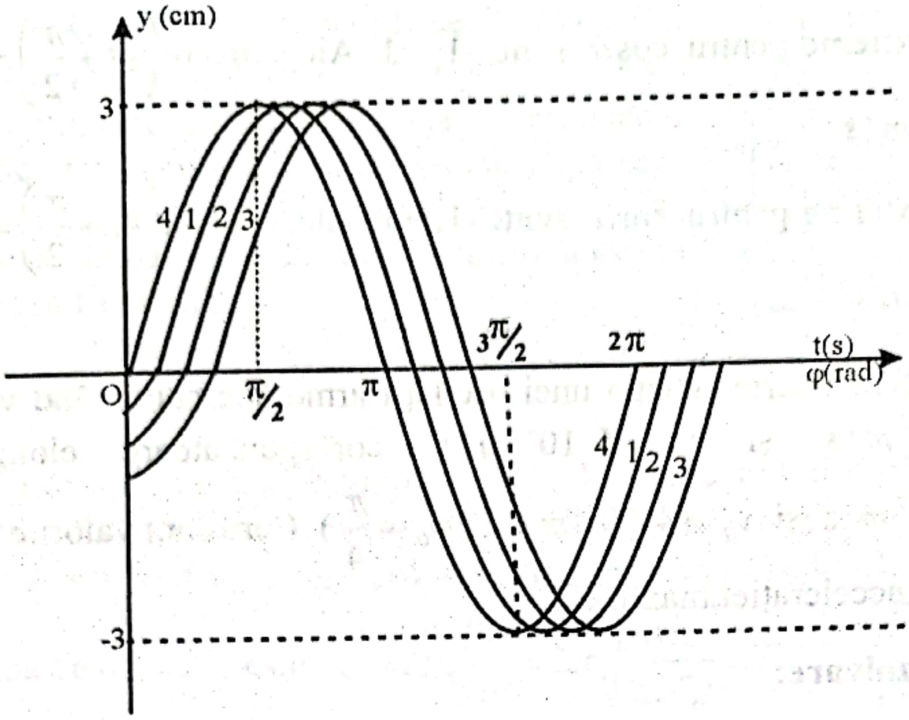
defazată cu $\frac{\pi}{6}$ radiani înaintea oscilației (1).

Se alcătuieşte tabelul de variație în care se determină valorile lui t pentru fazele $\varphi = \omega t$ care dau valorile principale ale funcției dintr-un interval $t \in [0,4]$, adică o perioadă.

$\varphi = \frac{\pi}{2}t;\ (\omega t)$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$t(s)$	0	$\frac{\pi}{2\omega} = 1s$	$\frac{\pi}{\omega} = 2s$	$\frac{3\pi}{2\omega} = 3s$	$\frac{2\pi}{\omega} = 4s$
$y(cm)$	0	3	0	-3	0

Reprezentăm grafic oscilația (4) şi apoi efectuăm o translație a graficului spre dreapta cu $\frac{\pi}{6}$ pentru (1), cu $\frac{5\pi}{12}$ pentru (2) şi $\frac{7\pi}{6}$ pentru (3).

Scanned with OKEN Scanner



2. Un corp de masă $m=0,5\ kg$ legat de un perete vertical cu un resort de constantă elastică $k=8Nm^{-1}$ se poate deplasa fără frecare pe un plan orizontal. La momentul iniţial $t=0$ corpul se află la o distanţă de $0,1m$ faţă de poziţia de echilibru şi este lăsat să oscileze liber. Se cere ecuaţia mişcării oscilatorii, precum şi viteza maximă şi acceleraţia maximă.

Rezolvare:

Din enunţ $A=0,1m$, iar $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=4rad/s$, iar din condiţia iniţială $t=0$, rezultă $y_0=A\sin\varphi_0$, $y_0=\pm 0,1$, se obţine $\varphi_0=\pm\frac{\pi}{2}$.

Ecuaţia oscilatorului este: $y=0,1\sin\left(4t\pm\frac{\pi}{2}\right)\ (m)$.

Ecuaţiile pentru viteză şi acceleraţie sunt: $v=\omega A\cos(\omega t+\varphi_0)$, respectiv $a=-\omega^2 A\sin(\omega t+\varphi_0)$.

Rezultă $v=4\cdot 0,1\cos\left(4t+\frac{\pi}{2}\right)$, respectiv $a=-16\cdot 0,1\sin\left(4t+\frac{\pi}{2}\right)$.

Scanned with OKEN Scanner

Valorile extreme pentru $\cos\alpha$ sunt: -1; +1. Alegem $\cos\left(4t+\frac{\pi}{2}\right)=1$, iar $v_{max}=0{,}4m/s$

Valorile extreme pentru $\sin\alpha$ sunt: -1; +1. Alegem $\sin\left(4t+\frac{\pi}{2}\right)=1$, iar $a_{max}=1{,}6m/s^2$.

3. Să se scrie ecuaţia unei oscilaţii armonice cunoscând vitezele $v_1=3\cdot10^{-2}m/s$ şi $v_2=5\cdot10^{-2}m/s$ corespunzătoare elongaţiilor $y_1=6\cdot10^{-2}m/s$ şi $y_2=4\cdot10^{-2}m/s$. ($\varphi_0=\frac{\pi}{4}$). Care sunt valorile vitezei maxime şi acceleraţiei maxime?

Rezolvare:

Din ecuaţiile elongaţiei şi vitezei:

$y=A\sin\omega t$, $v=\omega A\cos\omega t$, rezultă $1=\frac{y^2}{A^2}+\frac{v^2}{\omega^2A^2}$ sau $\omega^2A^2=\omega^2y^2+v^2$; Se formează sistemul cu datele din enunţ:

$\begin{cases}\omega^2A^2=\omega^2y_1^2+v_1^2\\ \omega^2A^2=\omega^2y_2^2+v_2^2\end{cases}$; rezolvând sistemul se obţine:

$$\omega=\sqrt{\frac{v_2^2-v_1^2}{y_1^2-y_2^2}}=0{,}89\ rad/s \text{ şi } A=\sqrt{\frac{y_1^2v_2^2-y_2^2v_1^2}{v_2^2-v_1^2}}=6{,}87\cdot10^{-2}m.$$

Ecuaţia oscilaţiei armonice este:

$$y=A\sin(\omega t+\varphi_0)=6{,}87\cdot10^{-2}\sin\left(0{,}89t+\frac{\pi}{4}\right)$$

$v=\omega A\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{4}\right)$, rezultă

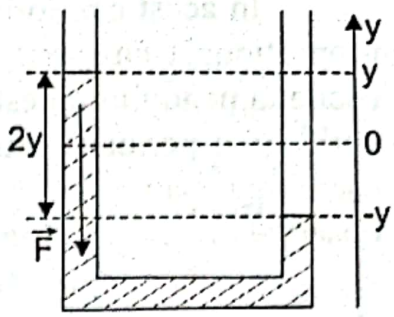
$$v_{max}=\omega A=0{,}89\cdot6{,}87\cdot10^{-2}=6{,}11\cdot10^{-2}m/s$$

$a=-\omega^2A\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{4}\right)$, rezultă

$$a_{max}=-\omega^2A=-0{,}89^2\cdot6{,}87\cdot10^{-2}=-5{,}49\cdot10^{-2}m/s^2$$

Scanned with OKEN Scanner

4. O coloană de lichid, de lungime l și densitate ρ, se află într-un tub sub formă de "U", cu ramurile de secțiuni egale. Se produce o mică denivelare a coloanei de lichid, după care este lăsată liberă. Stabiliți relația prin care se poate calcula perioada de oscilație a coloanei (se neglijează frecarea).



Rezolvare:

Forța de apăsare exercitată de coloana de lichid de lungime $2y$ constituie forța de revenire. Proiecția acestei forțe pe axa Oy este:

$F = -p \cdot S = -\rho \cdot g \cdot 2yS = -2\rho Sgy = -ky$, deci $k = 2\rho Sg$.

Perioada de oscilație este: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho lS}{2\rho Sg}}$, $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$

I.2.8. Pendulul gravitațional

În figura I. 11 este prezentată o mică sferă de masă m suspendată de un fir subțire, de masă neglijabilă și inextensibil. Acest sistem este un model de *pendul gravitațional ideal.*

Poziția de echilibru a sistemului este cea verticală, SO. Deplasat lateral și apoi lăsat liber, oscilează ca și leagănul.

Observăm că forța de revenire – de readucere în poziția de echilibru este componenta tangențială a greutății și are modulul $G_t = G\sin\alpha$. Segmentul OP cu sensul de la O către P reprezintă elongația liniară x, iar unghiul α făcut la un moment dat de fir cu direcția verticală este *elongația unghiulară.* Amplitudinii liniare îi corespunde o valoare maximă a elongației unghiulare, α_m, numită *amplitudine unghiulară.*

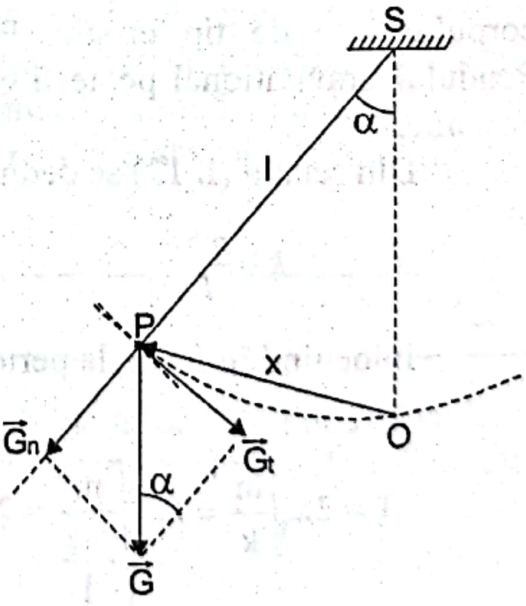


Figura I. 11. Pendulul gravitațional

În acest caz forţa de readucere în poziţia de echilibru nu mai este proporţională cu elongaţia. Forţa de revenire nu este de tip elastic, iar oscilaţia pendulului nu este armonică. La pendulul gravitaţional nu se poate vorbi de o perioadă proprie. Oscilaţiile lui nu sunt izocrone, adică două oscilaţii cu amplitudine diferită au perioade diferite. Acest fapt a fost observat chiar de Galilei.

Dacă privim cu atenţie tabelul de valori ale funcţiei *sinus*, observăm că pentru $\alpha < 5^o$ (sau $\alpha < 0{,}0873 rad$), putem folosi aproximaţia $\sin\alpha \cong \alpha$.

α		$\sin\alpha$
Grade (sexa gesimale)	radiani	
0^o	0	0,00000
1^o	0,0175	0,01745
2^o	0,0349	0,03490
3^o	0,0524	0,05234
4^o	0,0698	0,06976
5^o	0,0873	0,08716

În aceste cazuri (oscilaţii mici), forţa de revenire poate fi scrisă sub forma:

$$G_t = mg\sin\alpha \cong mg\alpha = mg\frac{x}{l} = \frac{mg}{l}x \quad sau \qquad \vec{G}_t = -k\vec{x} \qquad (I.\ 13)$$

Componenta tangenţială G_t, forţa care determină mişcarea corpului este de tip elastic. Este o forţă de revenire *cvasielastică*. Pendulul gravitaţional poate fi considerat în aceste condiţii un oscilator armonic.

Din relaţia (I. 13) se deduce pentru k valoarea:

$$k = \frac{mg}{l}$$

Înlocuind în formula perioadei pendulului elastic, se obţine:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{l}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (I.\ 14)$$

Se observă că perioada pendului gravitaţional:

1^0. Este *independentă de masa acestuia.*

Scanned with OKEN Scanner

2^0. Este *independentă de amplitudinea* oscilațiilor.

În probleme, relația (1. 14) se utilizează și pentru calculul perioadei la amplitudini mult mai mari de 5^o. Bineînțeles, eroarea este, în aceste cazuri, destul de mare.

Pendulul lui Foucault

Un exemplu de pendul gravitațional este și *pendulul Foucault*. Fizicianul francez Leon Foucault a construit un pendul gravitațional de 67 m lungime cu o bilă de masă egală cu 28 kg. El a suspendat pendulul sub cupola Panteonului din Paris. Bila avea pe punctul opus celui de suspensie un vârf metalic (un indicator) care, pus în oscilație, lăsa urme pe nisipul fin dispus sub forma unui cerc cu raza de 2,5 m. Centrul cercului era pe verticala pendulului aflat în echilibru.

În timpul balansului s-a observat deplasarea continuă și în același sens a urmelor lăsate pe nisip de indicatorul pendulului. Deplasarea urmei lăsate pe nisip poate fi interpretată doar ca mișcare de rotație a Pământului. Când Pământul se rotește în jurul axei sale, poziția pardoselei pe care se află nisipul se modifică față de planul de oscilație rămas neschimbat. Observatorul din sistemul legat de Pământ, care nu-și dă seama de mișcarea Pământului, afirmă rotația planului pendulului.

Probleme rezolvate

1. Să se calculeze raportul lungimilor a două pendule gravitaționale care oscilează în același timp și în același loc cu frecvențele de 50 Hz și, respectiv, 10 Hz.

Rezolvare:

$\upsilon_1 = 50Hz; \upsilon_2 = 10Hz$.

Scanned with OKEN Scanner

Utilizând formula perioadei: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, rezultă formula frecvenței: $\upsilon = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$. Atunci: $l = \frac{g}{4\pi^2\upsilon^2}$.

Raportul lungimilor celor două pendule va fi:

$$\frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2 = \left(\frac{50}{10}\right)^2 = 25.$$

2. În cazul pendulului Foucault descris mai înainte și considerând amplitudinea de aproximativ 3m, calculați:

a) perioada oscilațiilor

b) ecuația de mișcare a bilei.

Rezolvare:

a) Perioada este dată de:

$$T = 2\pi = \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{67}{9,8}} \cong 16,4s.$$

b) La o amplitudine $A=3m$ și pentru lungimea $l=67m$, putem scrie: $A \cong \alpha l$. Rezultă $\alpha_{(radiani)} = \frac{A}{l} = \frac{3}{67} \cong 0,045$. Această valoare a lui α (exprimat în radiani) ne dă dreptul să cosiderăm oscilația cvasiarmonică și să scriem ecuația de mișcare a bilei:

$y = A \sin \omega t$; (am considerat faza inițială nulă)

Cum $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{9,8}{67}} = 0,38 rad/s$, rezultă: $y = 3\sin 0,38t\ (m)$.

I.2.9. Energia oscilatorului armonic

În timpul desfășurării oscilațiilor unui oscilator armonic se efectuează un proces continuu de transformare a energiei mecanice din formă potențială în cinetică și invers.

La un moment dat t, când elongația este y, energia potențială a oscilatorului este:

$$E_p = k\frac{y^2}{2} \qquad (I.15)$$

Scanned with OKEN Scanner

unde k este constanta elastică a resortului.

În același moment t energia cinetică este:

$$E_c = \frac{mv^2}{2} \qquad \text{(I. 16)}$$

unde m și v sunt masa oscilatorului și, respectiv, viteza lui în acel moment. Configurația de referință căreia îi atribuim, în mod convențional, valoarea zero pentru energia potențială este cea care corespunde poziției de echilibru stabil. În aceste condiții, energia totală a oscilatorului într-un moment oarecare t este:

$$E = E_c + E_p = \frac{mv^2}{2} + \frac{ky^2}{2} \qquad \text{(I. 17)}$$

unde partea cinetică se referă exclusiv la corpul prins de resort, iar cea potențială, exclusiv la resort.

Revenind la ecuația (I. 16), se obține o dependență a energiei cinetice de elongația y:

$$E_c = \frac{m\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t}{2} = \frac{kA^2}{2}\left(1 - \sin^2 \omega t\right) = \frac{k}{2}\left(A^2 - y^2\right) \qquad \text{(I. 18)}$$

Se poate reprezenta grafic E_p și E_c în funcție de y, folosind relațiile (I. 15) și (I. 18).

Graficul $E_p = f(y)$ este o parabolă cu vârful în origine, iar $E_c = f(y)$ este tot o parabolă cu vârful în sus, (figura I. 12), simetrice față de OE, cu domeniul de definiție $y \in [-A; +A]$.

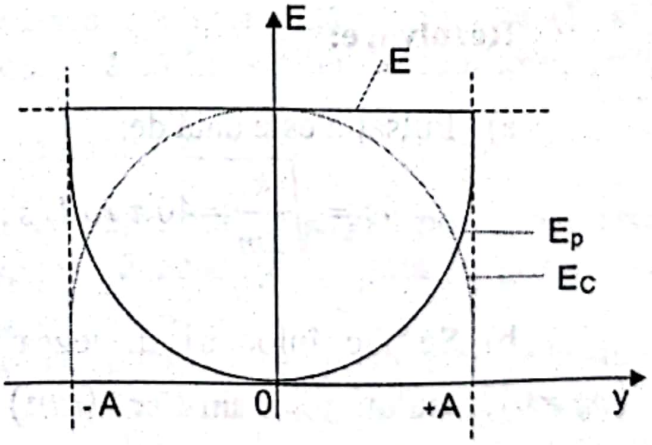


Figura I. 12. Energia unui oscilator în funcție de elongație

Ținând cont de ecuațiile oscilatorului armonic, energia totală se poate scrie: (vezi relația I. 17).

Scanned with OKEN Scanner

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t + \frac{1}{2} kA^2 \sin^2 \omega t$$ .Cum $k = m\omega^2$, rezultă:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \qquad \text{sau} \qquad E = \frac{1}{2} kA^2 \qquad \text{(I. 19)}$$

Rezultă că:

Energia totală a unui oscilator armonic este constantă în timp (se conservă).

Problemă rezolvată

Un resort orizontal este fixat la un capăt, iar la celălalt capăt este prins un corp de masă $m=0,2\ kg$ ($k = 640\pi^2 N/m$). Spre corpul de masă m este proiectat pe direcţia resortului un corp identic şi având viteza v. După ciocnire, cele două corpuri se deplasează împreună, sistemul oscilând cu amplitudinea $A=4cm$ (se neglijează frecările). Calculaţi:

a) pulsaţia mişcării;
b) legea de oscilaţie a sistemului;
c) viteza v a corpului care a produs ciocnirea;
d) energia cinetică a sistemului când $y_1 = 2\ cm$,
e) elongaţia y_2 a sistemului când energia cinetică este egală cu energia potenţială.

Rezolvare:

a) Pulsaţia este dată de:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}} = 40\pi\ rad/s.$$

b) Se fac înlocuiri în legea de mişcare: $y = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, $(\varphi_0 = 0)$; rezultă: $y = 4\sin 40\pi t\ (cm)$.

c) Dacă v_0 este viteza corpurilor cuplate după ciocnire, atunci din conservarea energiei: $\frac{2mv_0^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$ se obţine: $v_0=5,02m/s$; la ciocnirea plastică se conservă impulsul: $mv=2mv_0$, de unde $v=2v_0=10m/s$.

Scanned with OKEN Scanner

d) Energia se conservă: $E=E_c+E_p=ct.$, dar $E_p=\frac{k y_1^2}{2}$, iar $E=k\frac{A^2}{2}$, rezultă

$$E_c=E-E_p=\frac{k}{2}\left(A^2-y_1^2\right)=\frac{640\pi^2}{2}\left(16\cdot10^{-4}-4\cdot10^{-4}\right)=3{,}84J$$

e) Dacă $E_c=E_p$, rezultă $E=E_c+E_p=2E_p$. Putem scrie:

$\frac{kA^2}{2}=2\frac{ky_2^2}{2}$, iar $y_2=\frac{A}{\sqrt{2}}=\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}\ cm$.

I.2.10. Groapă de energie potențială. Condiția ca un sistem să efectueze oscilații libere

Vom analiza cei doi oscilatori ideali, pendulul elastic şi pendulul gravitaţional, din punctul de vedere al energiei potenţiale.

1°. La *pendulul elastic*, luând ca nivel energetic de referinţă energia potenţială a oscilatorului în poziţia de echilibru, energia potenţială când oscilatorul are elongaţia y este dată de funcţia (I. 15) reprezentată în figura I. 12. Se observă că în poziţia de echilibru, $y=0$, energia potenţială $E_p=\frac{ky^2}{2}$, are un minim $E_p=0$.

Întrucât forma graficului ce reprezintă energia potenţială este asemănătoare cu o groapă, se spune că pendulul se află în poziţia de echilibru într-o *groapă de energie potenţială*.

Ieşirea oscilatorului din această poziţie nu se poate face de la sine, ci numai prin intervenţia unui sistem din exterior, într-un proces de transfer de energie. De îndată ce pendulul elastic a fost scos din poziţia de echilibru, apare o forţă de revenire care readuce oscilatorul în această poziţie ($y=0$) pentru care $F=0$. De aceea poziţia $y=0$ este de *echilibru stabil*.

Scanned with OKEN Scanner

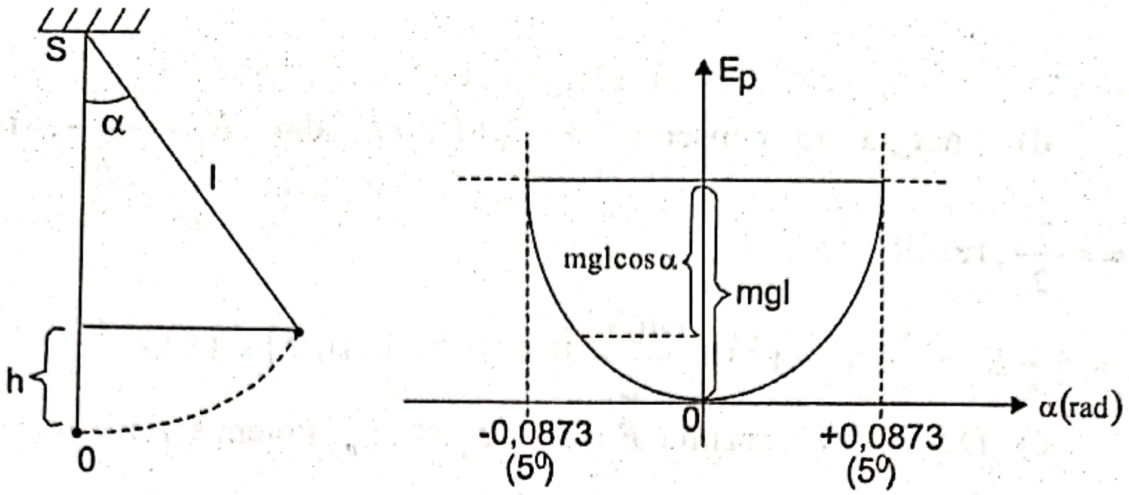


Figura I.13. Graficul energiei potenţiale pentru pendulul gravitaţional

2°. *La pendulul gravitaţional* luăm ca nivel energetic de referinţă energia în poziţia de echilibru *SO*. Într-o poziţie laterală energia potenţială este (figura I. 13, a):

$$E_p = mgh = mg(l - l\cos\alpha) = mgl - mgl\cos\alpha$$

Graficul acestei funcţii este arătat în figura I. 13, b.

Se observă că expresia energiei potenţiale este o diferenţă dintre un termen constant *mgl* si unul variabil $mgl\cos\alpha$.

Valoarea minimă a energiei potenţiale, $E_p = 0$, se obţine pentru $\alpha = 0$, adică poziţia de echilibru, unde ca şi în cazul precedent, sistemul se află într-o *groapă de energie potenţială* (figura I. 13, b), care îi conferă sistemului o *stare de echilibru stabil.* Scoaterea sistemului din această poziţie (excitarea lui) urmată de lăsarea liberă a sistemului, determină revenirea la această poziţie de echilibru şi efectuarea unor oscilaţii.

Orice sistem aflat în echilibru stabil într-o groapă de energie potenţială are posibilitatea să oscileze în jurul poziţiei pentru care energia potenţială este minimă.

Depăşirea poziţiei de echilibru stabil se datorează în ambele cazuri, inerţiei, faptului că ambele sisteme conţin un corp cu o anumită masă.

Concluzia de mai sus a fost dedusă pentru oscilatori la care energia potenţială este de natură elastică sau gravitaţională, dar ea rămâne valabilă pentru orice sistem care se află într-o groapă de energie potenţială indiferent de ce natură este această energie.

Scanned with OKEN Scanner

I.2.11. Compunerea oscilațiilor

În practică se întâlnesc numeroase situații în care un corp este supus *simultan* acțiunii mai multor forțe, care, dacă ar acționa separat, ar imprima fiecare o mișcare oscilatorie. În astfel de situații rezolvarea problemei mișcării corpului se reduce la compunerea oscilațiilor ce ar fi imprimate de fiecare forță în parte dacă ar acționa singură. De cele mai multe ori, aceste oscilații sunt pe direcții diferite și mișcarea rezultantă a corpului poate să fie foarte complicată.

Iată câteva exemple care pot fi întâlnite în natură:

1. O frunză sau un mic dop oscilează sub acțiunea tuturor valurilor sosite în acel loc.

2. Într-un corp solid, particulele constituente – atomi sau ioni – execută oscilații în jurul unor poziții de echilibru stabil, fiecare particulă interacționând numai cu particulele din imediata vecinătate. Mișcarea particulei este asimilată cu mișcarea rezultată din compunerea oscilațiilor independente imprimate acesteia de interacțiunea cu fiecare vecin în parte.

3. Construcțiile (clădiri, poduri) sunt permanent solicitate de diverse acțiuni exterioare. (vânt, vibrații ale solului datorate traficului greu). În timpul unui cutremur, construcțiile sunt solicitate simultan la vibrații independente după direcții diferite, mișcarea de ansamblu a construcției fiind rezultatul compunerii acestor oscilații.

Mai pot fi date și alte exemple mai simple: pendulul dublu (figura I. 14, a), o coardă elastică pe care sunt prinse două corpuri punctiforme (figura I. 14, b). În orice punct care se găsește simultan sub acțiunea mai multor perturbații se aplică *principiul superpoziției:*

Când un punct este supus simultan mai multor oscilații, el se mișcă după rezultanta elongațiilor datorate fiecărei oscilații în parte ca și când fiecare ar acționa independent.

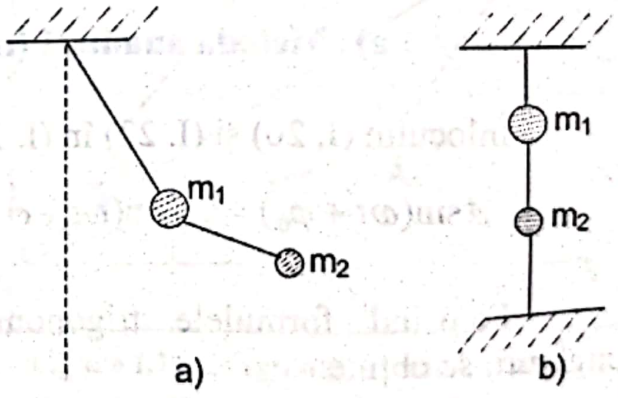


Figura I. 14. Pendul dublu și coardă pe care sunt prinse două corpuri

Vom studia aici doar cazul oscilațiilor coliniare.

Scanned with OKEN Scanner

I. 2. 11. 1. Compunerea a două oscilații armonice paralele și de aceeași frecvență

Considerăm un punct material care este supus simultan la două mișcări oscilatorii armonice paralele și de frecvențe egale, dar de amplitudine și faze inițiale diferite.

Dacă punctul material execută numai una dintre cele două oscilații armonice, poziția sa la orice moment este dată de una din funcțiile:

$$y_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01}) \quad \text{sau} \quad y_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02}) \qquad \text{(I. 20)}$$

Mișcarea punctului material este rezultatul *compunerii* acestor două oscilații independente. Conform principiului superpoziției:

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) \qquad \text{(I. 21)}$$

Oscilația rezultantă va fi tot armonică și de aceeași frecvență.

$$y(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0) \qquad \text{(I. 22)}$$

necunoscutele fiind amplitudinea rezultantă A și faza inițială φ_0 a oscilației rezultante.

Vom utiliza două metode:

a) Metoda analitică (trigonometrică)

Înlocuim (I. 20) și (I. 22) în (I. 21).

$$A\sin(\omega t + \varphi_0) = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01}) + A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02})$$

Folosind formulele trigonometrice ale sinusului sumei de unghiuri, se obține:

$$A\sin\omega t\cos\varphi_0 + A\sin\varphi_0\cos\omega t = A_1\sin\omega t\cos\varphi_{01} + A_1\sin\varphi_{01}\cos\omega t + A_2\sin\omega t\cos\varphi_{02} + A_2\sin\varphi_{02}\cos\omega t$$

sau:

$$A\sin\omega t\cos\varphi_0 + A\sin\varphi_0\cos\omega t = \sin\omega t(A_1\cos\varphi_{01} + A_2\cos\varphi_{02}) + \cos\omega t(A_1\sin\varphi_{01} + A_2\sin\varphi_{02})$$

Scanned with OKEN Scanner

De unde rezultă: $\begin{cases} A\sin\varphi_0 = A_1\sin\varphi_{01} + A_2\sin\varphi_{02} \\ A\cos\varphi_0 = A_1\cos\varphi_{01} + A_2\cos\varphi_{02} \end{cases}$ (I. 23)

Se împart cele două relaţii şi rezultă:

$$tg\varphi_0 = \frac{A_1\sin\varphi_{01} + A_2\sin\varphi_{02}}{A_1\cos\varphi_{01} + A_2\cos\varphi_{02}} \qquad \text{(I. 24)}$$

Relaţia (I. 24) exprimă faza iniţială φ_0 a oscilaţiei rezultante, în funcţie de amplitudinile şi fazele iniţiale ale oscilaţiilor care se compun.

Amplitudinea A a oscilaţiei rezultante, se obţine ridicând la pătrat relaţiile (I. 23) şi adunându-le:

$$A^2(\sin^2\varphi_0 + \cos^2\varphi_0) = A_1^2(\sin^2\varphi_{01} + \cos^2\varphi_{01}) + A_2^2(\sin^2\varphi_{02} + \cos^2\varphi_{02}) +$$

$$+ 2A_1A_2(\cos\varphi_{01}\cos\varphi_{02} + \sin\varphi_{01}\sin\varphi_{02})$$

În final: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})$ unde

$\varphi_{02} - \varphi_{01} = \Delta\varphi$ este defazajul dintre oscilaţiile care se compun.

b) Metoda fazorială

Am văzut că mişcarea oscilatorie armonică poate fi reprezentată printr-un fazor (vezi paragraful I. 2. 6)

În cazul compunerii a două oscilaţii, din diagrama fazorială (figura I.15), se observă că unghiul dintre fazori nu se modifică în timp, deoarece vitezele unghiulare ale fazorilor sunt egale. Aceasta înseamnă că rezultanta lor are modulul constant în timp şi conform compunerii a doi vectori concurenţi, studiată în clasa a IX-a se poate scrie:

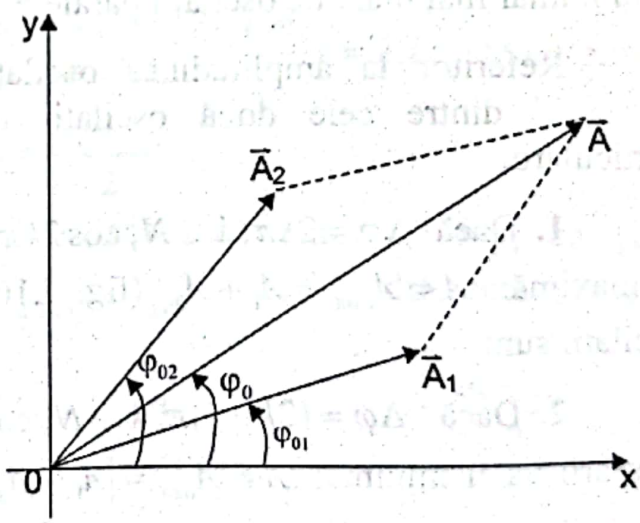


Figura I.15. Diagrama fazorială pentru compunerea a două oscilaţii

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) \qquad \text{(I. 25)}$$

Scanned with OKEN Scanner

Fazorul asociat oscilaţiei rezultante se roteşte *solidar* cu fazorii asociaţi celor două oscilaţii, cu viteza unghiulară ω. În fiecare moment t, unghiul dintr fazorii asociaţi oscilaţiilor este egal cu *defazajul* dintre acestea:

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_{02}) - (\omega t + \varphi_{01}) = \varphi_{02} - \varphi_{01} \qquad \text{(I. 26)}$$

La momentul $t_0=0$, fazorii asociaţi celor două oscilaţii fac cu axa Ox unghiurile φ_{01}, respectiv φ_{02}, iar rezultanta lor unghiul φ_0. Ţinând cont că *suma proiecţiilor a doi vectori pe o axă este egală cu proiecţia sumei celor doi vectori pe aceeaşi axă*, obţinem:

$$tg\varphi_0 = \frac{A_y}{A_x} = \frac{A_{1y} + A_{2y}}{A_{1x} + A_{2x}}$$

Rezultă:

$$tg\varphi_0 = \frac{A_1 \sin\varphi_{01} + A_2 \sin\varphi_{02}}{A_1 \cos\varphi_{01} + A_2 \cos\varphi_{02}} \qquad \text{(I. 27)}$$

Având în vedere asociativitatea compunerii vectorilor, rezultă că diagrama fazorială poate fi utilizată foarte comod în cazul compunerii unui număr mai mare de oscilaţii paralele.

Referitor la amplitudinea oscilaţiei rezultante, în funcţie de *defazajul* dintre cele două oscilaţii distingem următoarele cazuri particulare:

1. Dacă $\Delta\varphi = 2k\pi, k \in N, \cos 2k\pi = 1$, amplitudinea mişcării va fi maximă: $A = A_{max} = A_1 + A_2$ (fig. I.16, a). Se spune că cele două oscilaţii sunt *în fază*.

2. Dacă $\Delta\varphi = (2k+1)\pi, k \in N, \cos(2k+1)\pi = -1$, amplitudinea mişcării va fi minimă: $A = A_{min} = |A_1 - A_2|$; (figura I. 16, b). Cele două oscilaţii sunt în *opoziţie de fază*. Dacă $A_1 = A_2$ oscilaţiile se sting.

3. Dacă $\Delta\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in N, \cos(2k+1)\frac{\pi}{2} = 0$, rezultă pentru amplitudinea rezultantă $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$. Oscilaţiile sunt în *cvadratura de fază*. În general: $A \in [|A_1 - A_2|; A_1 + A_2]$;

Scanned with OKEN Scanner

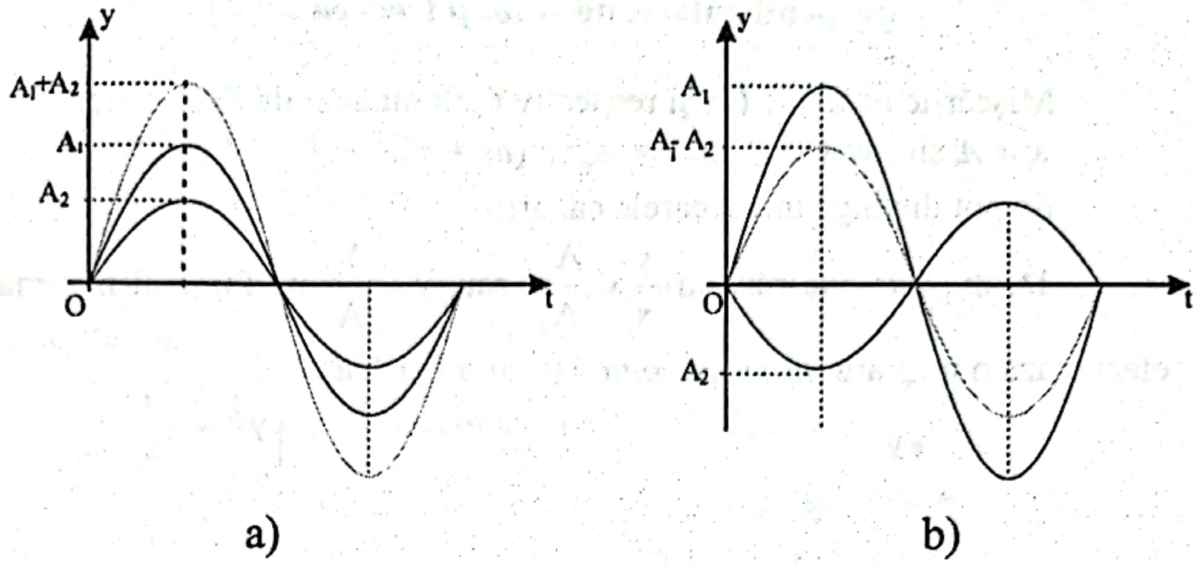


Figura I. 16. Oscilaţia rezultantă:
a) $A = A_1 + A_2$
b) $A = A_1 - A_2$

4. *Bătăile* reprezintă compunerea a două oscilaţii paralele de frecvenţe (pulsaţii) diferite, $\omega_1 \neq \omega_2$, dar apropiate ca valoare.

Considerăm $A_1 = A_2 = A$.

$$y = A\sin\omega_1 t + A\sin\omega_2 t = 2A\cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\sin\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t = 2A\cos(\Delta\omega)t\sin\omega t$$

unde am notat $\Delta\omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ şi $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$.

Primul factor, $\cos(\Delta\omega)t$, se modifică lent în timp, ca şi amplitudinea rezultantă, $A_{rez} = 2A\cos(\Delta\omega)t$, dacă diferenţa $\Delta\omega$ a pulsaţiilor este mică. Bătăile sunt oscilaţii cu pulsaţia $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ şi amplitudinea variabilă periodic, iar $T_{batai} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{4\pi}{\omega_1 - \omega_2}$

Amplitudinea oscilaţiei rezultante trece printr-o valoare maximă şi apoi minimă, valori care se succed în timp cu frecvenţa $\Delta\upsilon = \upsilon_1 - \upsilon_2$. Urechea umană deosebeşte bătăile dacă $\Delta\upsilon < 10Hz$.

Scanned with OKEN Scanner

I. 2. 11. 2. Compunerea a două oscilații liniar armonice perpendiculare, de aceeași frecvență

Mișcările pe axele *Ox* și respectiv *Oy* sunt date de expresiile:
$x = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01})$ și $y = A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02})$
Se pot distinge următoarele cazuri:

1^0. $\varphi_{01} = \varphi_{02}$ și rezultă $\frac{y}{x} = \frac{A_2}{A_1}$ sau $y = \frac{A_2}{A_1} x$. Punctul material efectuează o mișcare *liniar armonică* (figura I. 17, a).

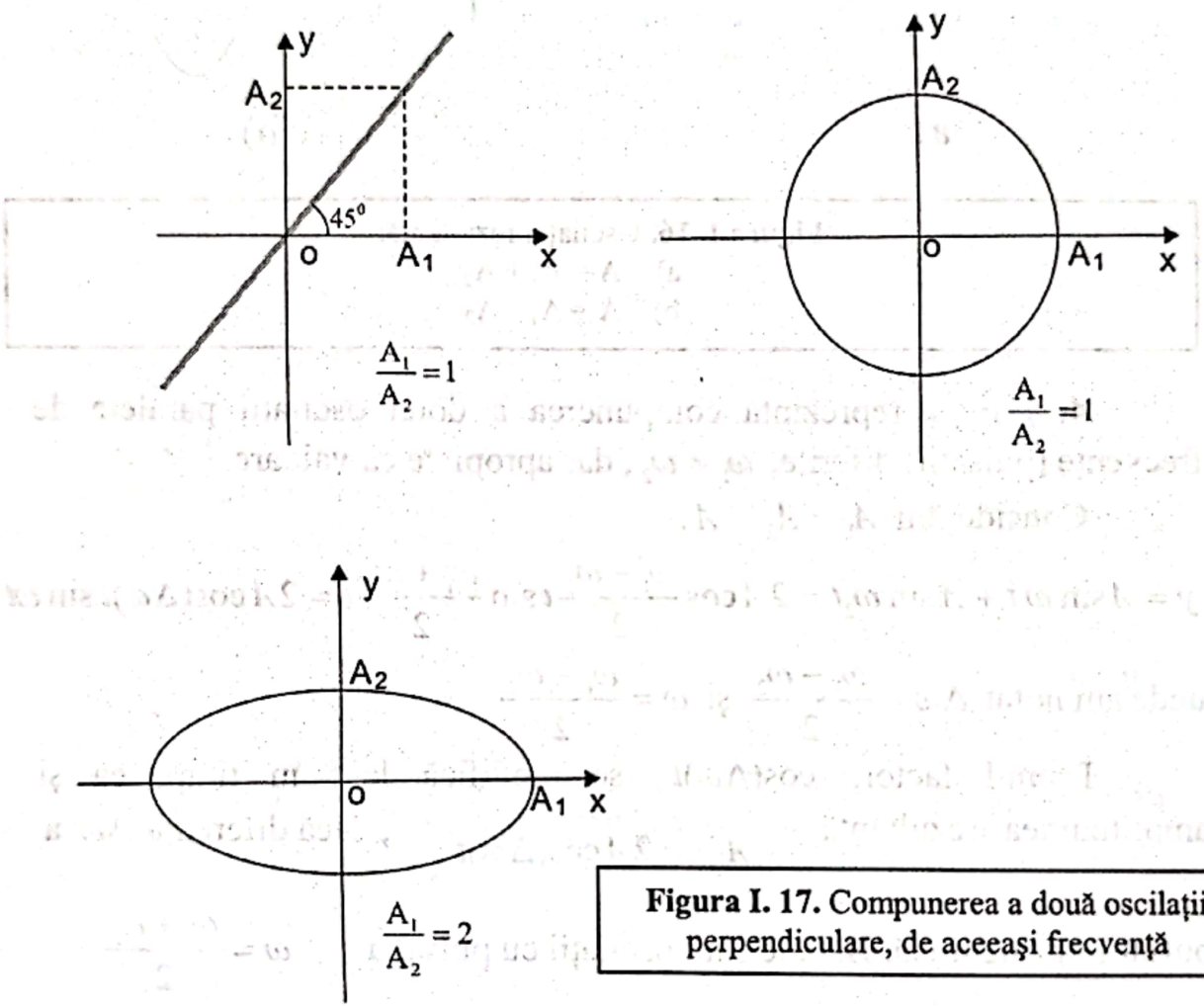


Figura I. 17. Compunerea a două oscilații perpendiculare, de aceeași frecvență

2^0. $\varphi_{02} - \varphi_{01} = \frac{\pi}{2}$

Vom considera $\varphi_{01} = 0$, rezultă $\varphi_{02} = \frac{\pi}{2}$; expresiile mișcărilor devin:

$x = A_1 \sin \omega t$ iar $y = A_2 \cos \omega t$;

Scanned with OKEN Scanner

Eliminând timpul t, rezultă $\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1$. Pentru $A_1=A_2=A$ se obține o *traiectorie circulară* cu raza A.

$x^2+y^2=A^2$ (figura I. 17, b).

3^0. Cazul cel mai general este acela în care amplitudinile sunt diferite, $A_1 \neq A_2$ (figura I. 17 c).

$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1$, reprezintă *ecuația unei elipse*.

Toate compunerile posibile a două mișcări armonice, perpendiculare între ele, care au aceeași frecvență dau o traiectorie eliptică. (cercul și linia dreaptă fiind cazuri particulare, reprezentând *degenerarea* elipsei în cerc sau dreaptă). Forma elipsei depinde numai de raportul $\frac{A_1}{A_2}$ și de diferența de fază $\Delta\varphi$ dintre cele două oscilații.

În continuare arătăm că mișcarea reală poate fi atât în sens trigonometric cât și în sens orar.

În funcție de defazajul $\Delta\varphi$, elipsele respective devin:

a) două drepte, pentru $\Delta\varphi = k\pi$; k întreg.

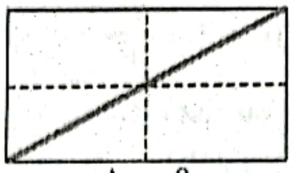
b) elipsă centrată, pentru $\Delta\varphi=(2k+1)\frac{\pi}{2}$

c) elipsă oblică, pentru $\Delta\varphi \in \left\{\pm k\frac{\pi}{2} \pm (k+1)\frac{\pi}{2}\right\}$

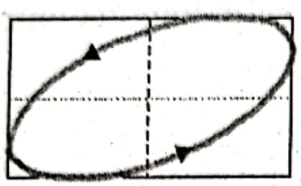
Să mai remarcăm faptul că atunci când $0<\Delta\varphi<\pi$, traiectoria este parcursă în sens invers acelor de ceasornic (elipsă stângă), iar când $\pi<\Delta\varphi<2\pi$, traiectoria este pracursă în sensul acelor de ceasornic (elipsă dreaptă).

Când $A_1=A_2=A$ elipsa devine un cerc, așa cum am spus mai sus, înscris într-un pătrat de latură $2A$, parcurs în sens invers acelor de ceasornic, dacă $0<\Delta\varphi<\pi$ (mișcare circulară stângă) și în sensul lor, dacă $\pi<\Delta\varphi<2\pi$ (mișcare circulară dreaptă). În figurile de mai jos sunt reprezentate cazurile prezentate mai înainte.

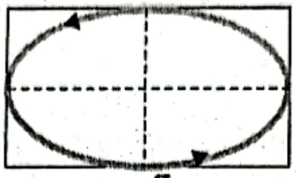
Scanned with OKEN Scanner



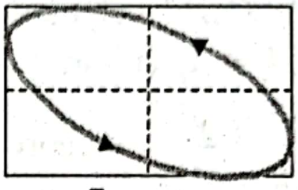
$\Delta\varphi = 0$



$0 < \Delta\varphi < \frac{\pi}{2}$

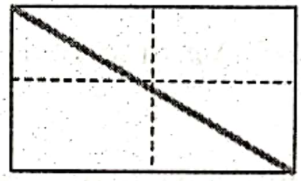


$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

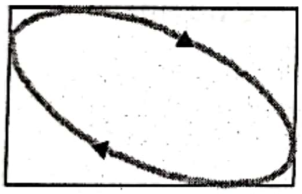


$\frac{\pi}{2} < \Delta\varphi < \pi$

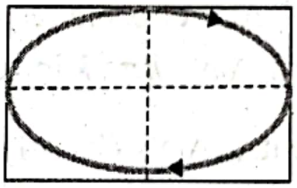
Elipse stangi



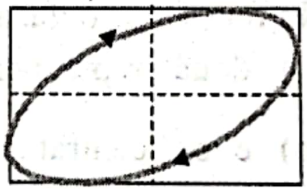
$\Delta\varphi = \pi$



$0 < \Delta\varphi < 3\frac{\pi}{2}$



$\Delta\varphi = 3\frac{\pi}{2}$



$3\frac{\pi}{2} < \Delta\varphi < 2\pi$

Elipse drepte

Problemă rezolvată

Aflați amplitudinea și faza inițială a oscilației rezultate prin compunerea următoarelor două oscilații:

$$y_1 = 5\sin\left(20t + \frac{\pi}{6}\right)(cm) \quad \text{și} \quad y_2 = 3\sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)(cm)$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare:

a) Analitic.

$A_1 = 5cm$; $\varphi_{01} = \frac{\pi}{6}$ iar $A_2 = 3cm$; $\varphi_{02} = \frac{\pi}{2}$; $\omega = 20\,rad/s$

$$\Delta\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

Se folosesc relaţiile:

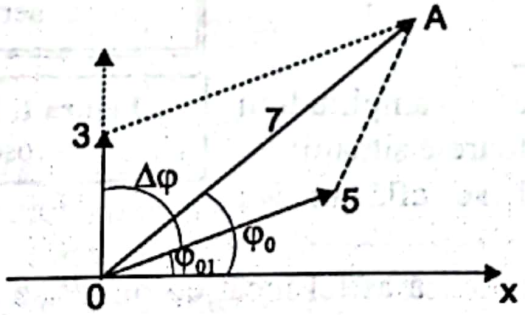
$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} \quad \text{şi} \quad tg\varphi_0 = \frac{A_1\sin\varphi_{01} + A_2\sin\varphi_{02}}{A_1\cos\varphi_{01} + A_2\cos\varphi_{02}},$$

şi rezultă $A = 7cm$ şi $tg\varphi_0 = \frac{11\sqrt{3}}{15}$ sau $\varphi_0 = arctg\frac{11\sqrt{3}}{15}$.

Ecuaţia oscilaţiei rezultate este:

$$y = A\sin(\omega t + \varphi_0) = 7\sin\left(20t + arctg\frac{11\sqrt{3}}{15}\right)$$

b) Fazorial.



I.3 Mişcarea oscilatorie amortizată

Observarea mişcării oscilatorii a sistemelor studiate anterior, pendulul elastic şi pendulul gravitaţional, au condus la concluzia că amplitudinea se micşorează treptat, până la încetarea mişcării. O astfel de mişcare se numeşte *amortizată*.

Scanned with OKEN Scanner

Amortizarea se datorează acţiunii unor forţe disipative de energie, de exemplu, frecarea dintre oscilator şi aer, frecarea la legături, etc. Acţiunea forţelor disipative face ca energia mecanică primită din exterior de către oscilator să se micşoreze treptat şi implicit amplitudinea lui să se micşoreze în timp.

Pentru studiul mişcării se vor urmări mişcările unui oscilator în mai multe situaţii.

Experimente

Se realizează un oscilator cu perioadă mare dintr-un resort de care este suspendat un corp P de dimensiuni mici şi masă mare.

Pe sistem se fixează un ac indicator care se mişcă în faţa unei rigle gradate cu zero la mijloc aşezat în dreptul poziţiei de echilibru.

Se vor determina:

a) Perioada de oscilaţie, $T = \frac{t}{N}$, măsurînd timpul t în care se efectuează N oscilaţii.

b) Valorile amplitudinii oscilatorului în următoarele situaţii:

1^0. Oscilatorul se află în aer (figura I. 18, a)

2^0. Sistemul oscilează astfel încât corpul P se află tot timpul în apă. (figura I. 18, b)

3^0. Sistemul oscilează astfel încât corpul P se află într-un lichid foarte vâscos (ulei de motor)

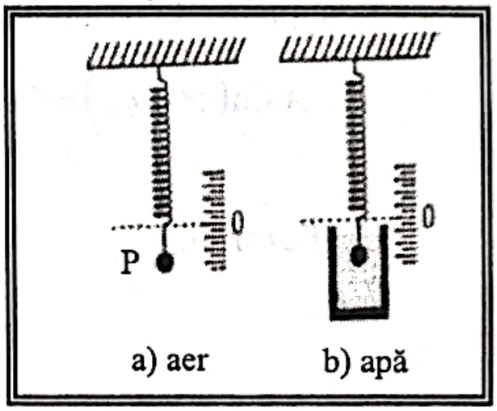


Figura I. 18. Amortizarea oscilaţiilor

În urma observării acestor experimente se constată că:

- mişcarea oscilatorului depinde de mărimea forţei de frecare: când forţa de frecare nu este prea mare (1^0, 2^0), amplitudinea oscilatorului descreşte treptat, exponenţial în raport cu timpul - spunem că mişcarea este *oscilatorie amortizată*. (figura I. 19, a).

Ecuaţia mişcării oscilatorului amortizat este:

$$y = A_0 e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi_0),$$

Scanned with OKEN Scanner

unde α este pozitiv şi se numeşte *coeficient de amortizare*. Se vede că amplitudinea oscilaţiei $A=A_0e^{-\alpha t}$ amortizate scade exponenţial cu timpul.

• Când forţa de frecare este mare (3^0) adică α este mare, elongaţia nu-şi schimbă semnul, ci scade treptat, tinzând spre zero – spunem că mişcarea nu mai este oscilatorie, este *aperiodică.* (figura I. 19, b).

• Mişcarea oscilatorie amortizată nu poate fi considerată drept periodică, deoarece nu se reproduce, după intervale egale de timp. Există totuşi o periodicitate pentru trecerea oscilatorului prin poziţia de echilibru. Timpul care se scurge între două treceri succesive în acelaşi sens prin poziţia de echilibru este mereu acelaşi şi se numeste *pseudoperioadă*. Pseudoperioada T este mai mare decât perioada oscilatorului neamortizat (perioada propie T_0). În cazul unei forţe de frecare mici amortizarea se face într-un timp mare şi pseudoperioada este aproximativ egală cu perioada proprie a oscilatorului.

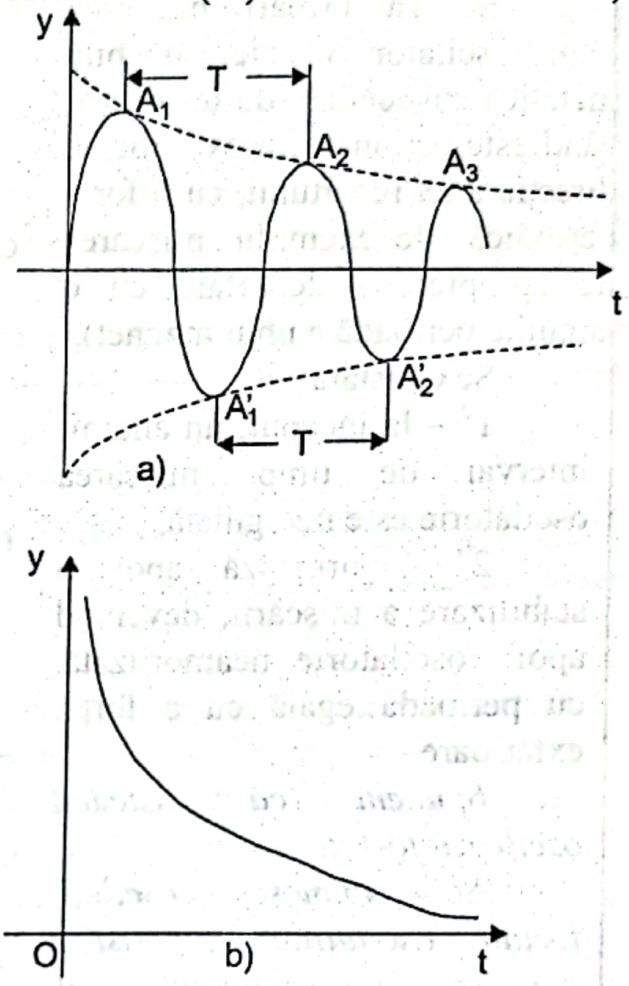


Figura I. 19.
a) Oscilaţia amortizată;
b) Oscilaţia aperiodică

I.4 Mişcarea oscilatorie forţată

La mişcările oscilatorilor studiaţi acţiunea forţei exterioare înceta după ce sistemul era adus într-o stare cu energie mai mare decât cea corespunzătoare stării de echilibru stabil. Se vor studia sisteme la care acţiunea forţei exterioare se menţine şi în timpul oscilaţiilor sistemului.

Scanned with OKEN Scanner

Experiment

Se va urmări mişcarea unui oscilator elastic, o bilă metalică suspendată de un resort, când este acţionat din exterior pe direcţia axei resortului, cu o forţă periodică (de exemplu, mişcarea de apropiere - depărtare cu o anumită perioadă a unui magnet).

Se constată:

1^0 – la început, un anumit interval de timp, mişcarea oscilatorie este neregulată.

2^0 – urmează apoi o stabilizare a mişcării, devenind apoi oscilatorie neamortizată, cu perioada egală cu a forţei exterioare.

Spunem că sistemul oscilează forţat.

Se numesc oscilaţii forţate, oscilaţiile unui sistem care se datoresc acţiunii unei forţe periodice exterioare.

Sistemul care produce forţa periodică exterioară *(forţa excitatoare)* se numeste *sistem excitator*. Sistemul asupra căruia acţionează forţa excitatoare se numeste *sistem oscilator*.

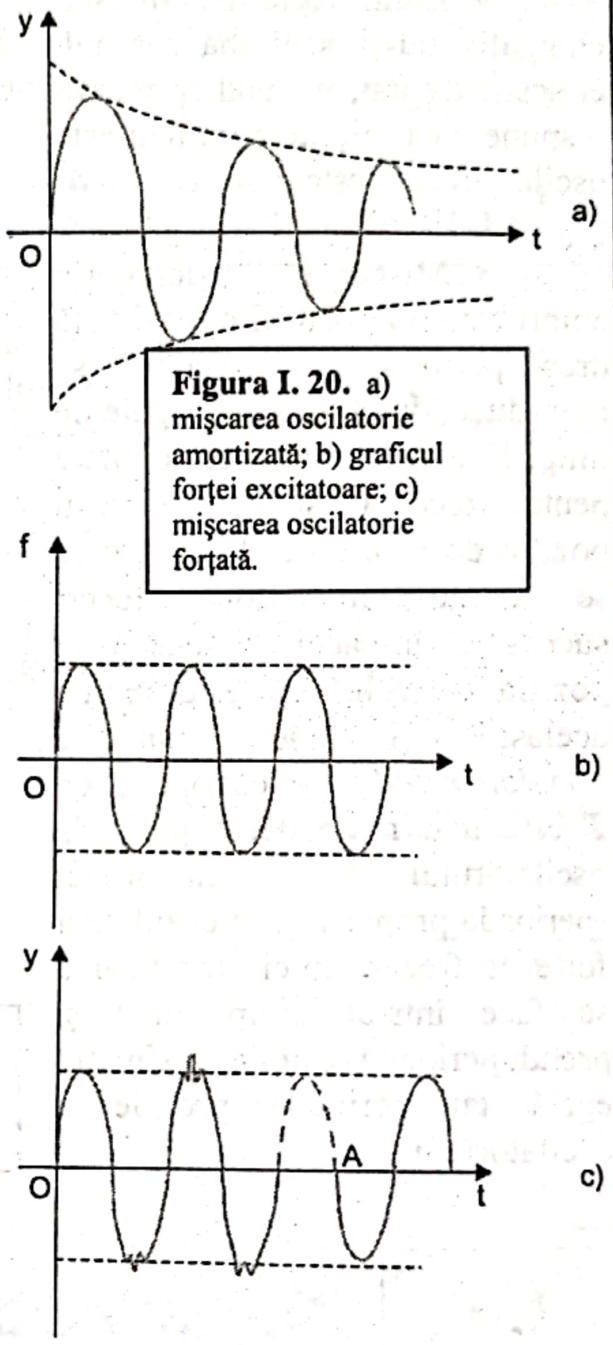


Figura I. 20. a) mişcarea oscilatorie amortizată; b) graficul forţei excitatoare; c) mişcarea oscilatorie forţată.

Când asupra unui sistem oscilant acţionează în afara forţei elastice şi a forţei rezistente, o forţă exterioară (excitatoare) periodică sinusoidală ($f = f_0 \sin \omega t$), el execută o mişcare rezultată din suprapunera mişcărilor imprimate de fiecare forţă în parte. Sub acţiunea forţei elastice şi a celei rezistente, oscilatorul execută o mişcare oscilatorie amortizată figura I. 20, a.

Scanned with OKEN Scanner

Forţa excitatoare, reprezentată grafic în figura I. 20, b îi va imprima oscilatorului o mişcare oscilatorie de aceeaşi perioadă cu ea. În figura I. 20, c este reprezentată mişcarea rezultantă - mişcarea forţată.

Din observarea experimentală a mişcării forţate a oscilatorului şi din grafice se constată existenţa unui *regim tranzitoriu (OA)*, după care urmează *regim permanent*. În regim permanent perioada oscilaţiilor forţate este egală cu cea a forţei excitatoare.

Energia necesară mişcării forţate a sistemului oscilator este furnizată de sistemul excitator. Energia sistemului oscilator excitat creşte, o parte din ea fiind transformată în căldură, prin frecare. Cu cât frecările sunt mai mici, cu atât energia tinde la o valoare maximă.

I.5 Rezonanţa

În paragraful precedent s-a studiat mişcarea oscilatorie forţată a unui sistem in cazul cand oscilatorul nu poate influenta excitatorul.

Există sisteme oscilator - excitator astfel cuplate (legate) încât mişcarea oscilatorului influenţează pe cea a excitatorului.

Prin cuplaj se înţelege dispozitivul care formează legatura între excitator şi oscilator permiţând transferul de energie de la unul la altul.

Experiment

Se va realiza un sistem cuplat format din două pendule (figura I.21) formate din tije metalice, uşoare, prevăzute cu cutiţe de suspensie (O, O'), aşezate pe suporturi fixe (S, S'). Pe tije se pot fixa corpuri cilindrice de mase diferite (M şi M'). Tijele sunt prevăzute cu două indicatoare (I şi I') care se deplasează în faţa unui arc gradat permiţând măsurarea amplitudinii. Cuplajul se realizează prin intermediul unui resort uşor (C) care uneşte tijele celor două pendule. Unul din pendule va fi excitator (E) – cel de masa M', iar celălalt oscilator (R) – de masă M. Se reglează astfel sistemul încât cele două pendule să poată oscila în acelaşi plan. Se va urmări mişcarea acestui

Scanned with OKEN Scanner

sistem, perioadele celor două pendule fiind puţin diferite, în următoarele cazuri:

1^0. Masa M' a excitatorului E este mult mai mare decât masa M a oscilatorului R.

2^0. Masa M' a excitatorului E are o valoare apropiată de masa M a oscilatorului R.

Se scoate pendulul excitator, în ambele cazuri, din poziţia de echilibru şi apoi se lasă liber să oscileze.

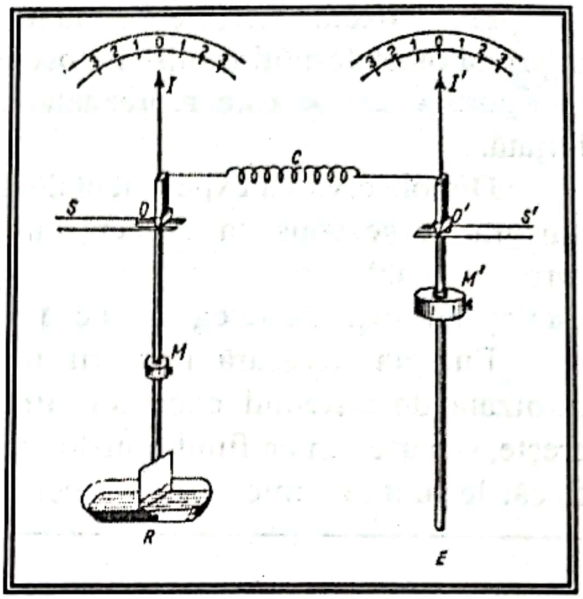


Figura I. 21. Studiul rezonanţei cu două pendule cuplate

În urma observaţiilor efectuate se va constata că:

a) Pendulul excitator E antrenează în oscilaţie şi pendulul oscilator R.

b) În cazul 1^0 (M'»M), amplitudinea oscilatorului creşte treptat până rămâne constantă (el execută oscilaţii forţate). Amplitudinea excitatorului rămâne aproape constantă; *reacţia* oscilatorului asupra excitatorului poate fi neglijată.

c) În cazul 2^0 ($M' \cong M$) amplitudinea oscilatorului creşte treptat, în acelaşi timp amplitudinea excitatorului scade; când amplitudinea oscilatorului atinge valoarea maximă, cea a excitatorului este zero. Din acest moment fenomenul se produce în sens invers şi putem spune că cele două pendule devin pe rând excitator şi oscilator.

În cazul sistemelor cuplate, în care *reacţia* oscilatorului este neglijabilă, are loc transfer de energie mecanică de la excitator la oscilator. Se ridică problema în ce condiţii se realizează optim acest transfer.

Experiment

Se folosesc pendulele cuplate prezentate în experimentul anterior. Pe tija oscilatorului R se fixează corpul (cilindrul) M şi se determină perioada proprie T_0 care rămâne constantă în timpul

Scanned with OKEN Scanner

experimentului. Corpul M' se va fixa în diferite poziţii pe tija excitatorului E, astfel ca perioada acestuia să varieze de la valori mai mici decat T_0 la valori mult mai mari. Pentru fiecare poziţie a corpului M' se notează valoarea amplitudinii oscilatorului.

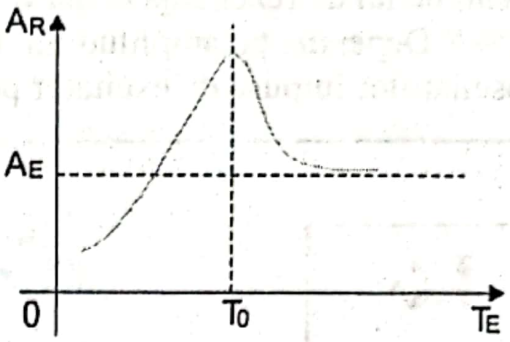


Figura I. 22. Dependenţa amplitudinii oscilatorului de perioada excitatorului (curbă de rezonanţă)

În urma experienţei se constată că amplitudinea oscilatorului depinde de perioada excitatorului; ea creşte de la zero spre o valoare maximă când perioada excitatorului variază între $0<T_E\leq T_0$, apoi descreşte treptat până la o valoare apropiată de cea a amplitudinii excitatorului A_E când perioada acestuia variază între $T_0 \leq T_E<\infty$.

Reprezentând grafic dependenţa amplitudinii oscilatorului (A_R) de perioada excitatorului (T_E) se obţine curba din figura I. 22.

Se observă că această curbă prezintă un maxim când perioada excitatorului este apropiată ca valoare de perioada proprie T_0 a oscilatorului.

În această situaţie, amplitudinea oscilatorului este maximă, deci şi energia transferată este maximă. Această stare a sistemului este numită rezonanţă.

Se numeşte rezonanţă, iniţierea sau amplificarea de oscilaţii într-un sistem fizic sub acţiunea oscilaţiilor exterioare de aceeaşi perioadă sau de perioadă apropiată de cea a sistemului fizic dat.

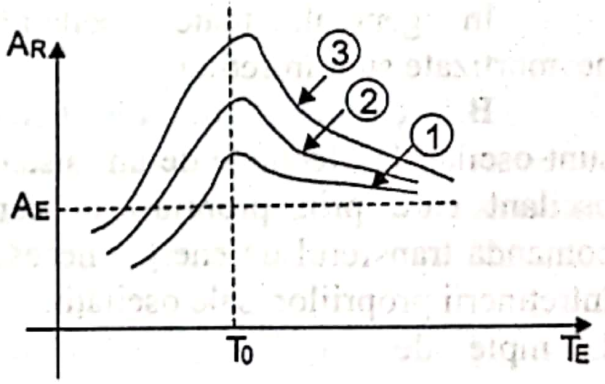


Figura I. 23. Curbe de rezonanţă
1. Cu amortizare mare
2. Cu amortizare mai mică decât la punctul 1.
3. Cu amortizare slabă

Când este în rezonanţă cu sistemul excitator, sistemul oscilator se numeşte *rezonator*.

Amplitudinea maximă are loc când amortizarea este minimă. Repetând experimentul, crescând amortizarea (se introduce sistemul treptat în apă), se constată descreşterea amplitudinii în jurul perioadei

Scanned with OKEN Scanner

proprii a rezonatorului. (figura I. 23). Pentru amortizări mari, fenomenul de rezonanţă dispare.

Dependenţa amplitudinii rezonatorului de frecvenţa (pulsaţia) oscilaţiilor impuse de excitator poartă numele de *curbă de rezonanţă*.

I.6 Oscilaţii întreţinute şi autoîntreţinute

A. *Oscilaţiile întreţinute* sunt oscilaţiile efectuate de un sistem oscilant la care pierderile de energie, datorate frecărilor, sunt compensate din exterior, continuu sau periodic.

Oscilaţiile pendulului rezonator (experimentul anterior) în regim permanent sunt întreţinute. Când amplitudinea este constantă, energia primită din exterior compensează pierderile de energie prin frecare.

În general, toate oscilaţiile neamortizate sunt întreţinute.

B. *Oscilaţii autoîntreţinute* sunt oscilaţiile efectuate de un sistem oscilant care prin propria-i mişcare comandă transferul de energie necesar întreţinerii propriilor sale oscilaţii.

Exemple de *sisteme ce execută oscilaţii autoîntreţinute:*

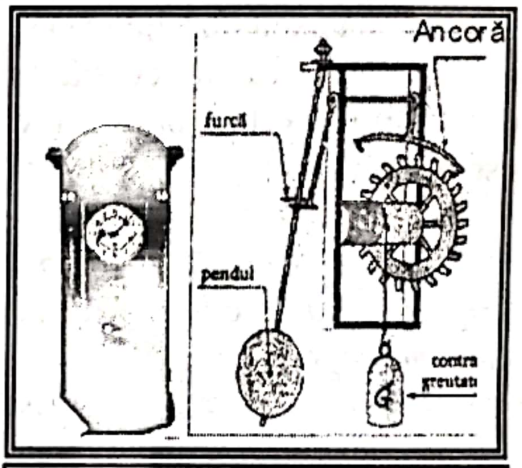


Figura I. 24. Pendulul regulator al mersului ceasului de perete

1°. *Pendulul regulator al mersului ceasornicului de perete (pendula)* (figura I. 24).

Sistemul este format dintr-un pendul a cărui mişcare liberă este amortizată, o roată dinţată solidară cu un cilindru greu (tambur), pe care este înfăşurat un fir de care este prins un corp cu greutatea *G*. Un dispozitiv format dintr-o ancoră şi o furcă asigură *cuplajul* între pendul şi roata dinţată. Pendulul oscilând, imprimă ancorei prin intermediul furcii o mişcare de oscilaţie. Ancora oscilând, prin intermediul extremităţilor sale va bloca şi debloca periodic roata dinţată impunându-i astfel o mişcare de rotaţie sacadată. De fiecare dată când un dinte al roţii scapă,

Scanned with OKEN Scanner

alunecând pe una din extremitățile ancorei, i se comunică acesteia un mic impuls, transmițându-i astfel energie din energia potențială a corpului *G*. Ancora, la rândul ei, prin intermediul furcii, transmite această energie pendulului. Sistemul poate fi astfel reglat încât transferul periodic de energie să compenseze energia pierdută de pendul prin amortizare.

2°. *Un model de sonerie* (figura I. 25)

Lama elastică *L* a soneriei este un oscilator care oscilează sub acțiunea unei forțe elastice de revenire.

La închiderea întrerupătorului *I* electromagnetul *E* excită lama punând-o în oscilație, atrăgând-o și lovește clopoțelul. Mișcarea lamei determină deschiderea circuitului și dispariția forței pertubatoare. Sub acțiunea forței elestice de revenire, lama își continuă oscilația. Când lama revine pe contact se comandă un nou transfer de energie de la electromagnet și procesul se repetă. Perioada procesului de transfer este comandată de oscilatorul însuși, lama elastică.

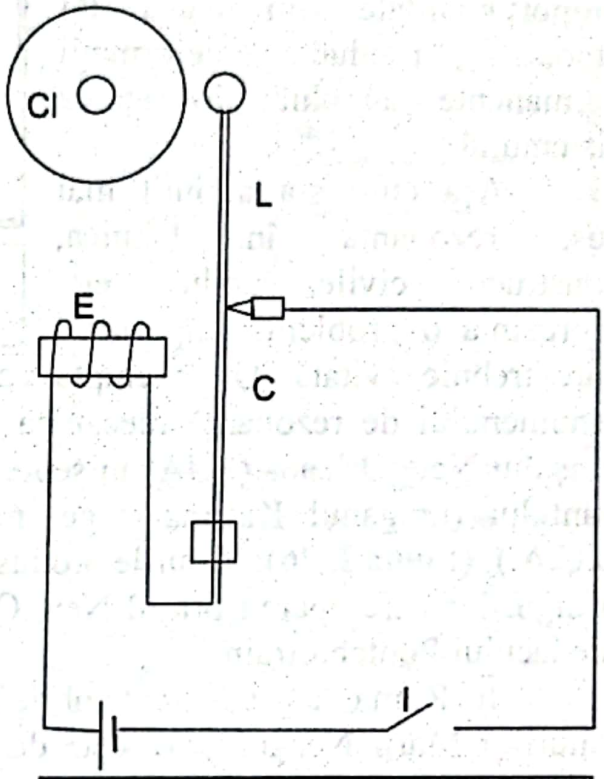


Figura I. 25. Un model de sonerie

I.7 Evitarea rezonanței și amortizarea vibrațiilor

Anumite dispozitive (carcasele motoarelor și generatoarelor, grinzile, podurile, clădirile înalte etc.) au prin construcție o frecvență proprie de oscilație. În funcționare, aceste dispozitive execută oscilații forțate datorită unor sisteme exterioare care produc excitații periodice sau neperiodice.

Scanned with OKEN Scanner

În cazul excitaţiilor periodice se poate ajunge la rezonanţă, când frecvenţa perturbatoare se apropie de cea a dispozitivului excitat. În această situaţie, amplitudinea oscilaţiilor provocate sistemului excitat fiind mare duce la apariţia unor solicitări care depăşesc limita de proporţionalitate din legea lui Hooke, produc deformaţii permanente sau chiar distrugerea sistemului.

Figura I. 26 Cel mai distrugător uragan din istoria S.U.A.

Aşa cum s-a amintit mai sus, rezonanţa în tehnică, construcţii civile, poduri etc. reprezintă o problemă importantă care trebuie evitată. Un exemplu care evidenţiază forţa distructivă a fenomenului de rezonanţă mecanică este distrugerea unei mari părţi a oraşului New Orleans (SUA) în septembrie 2005, datorită forţei uriaşe a vântului (uraganul Katrina – cel mai distrugător uragan din istoria S.U.A.); (figura I. 26). Valurile produse de uragan au distrus o mare parte a digurilor care apărau oraşul New Orleans de apele Golfului Mexic şi ale lacului Pontchartrain.

În România tot în septembrie 2005 datorită forţei vânturilor şi a valurilor Mării Neagre provocate de acestea, la Costineşti (Constanţa), simbolul staţiunii, celebrul Obelisc, a fost distrus (figura I. 27) (astfel de distrugeri au fost şi în alte zone ale ţării).

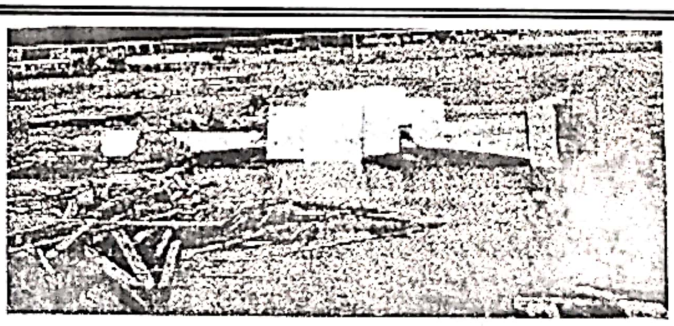


Figura I. 27

În continuare dăm şi alte exemple unde fenomenul de rezonanţă este întâlnit:

1^0. La pornirea sau oprirea unui motor, frecvenţa oscilaţiilor variază între zero şi valoarea de regim. Când în aceest interval se găseşte şi frecvenţa proprie a unui element cuplat mecanic se produce rezonanţa acestei părţi, chiar pentru un scurt timp (zgomotul produs de geamul portierei automobilului sau a unor elemente care nu sunt bine fixate de caroserie).

2^0. La trecerea unui vehicul greu solul trepidează. Vibraţiile transmise clădirii provoacă uneori vibraţia geamurilor.

Scanned with OKEN Scanner

3°. Vibraţia podurilor sub acţiunea greutăţii camioanelor sau a unei coloane de soldaţi.

4°. La pornirea sau oprirea motorului frigiderului, comandate de termostat, se aud zgomote supărătoare care provin din rezonarea în compartiment a unor obiecte având o frecvenţă proprie care este *"traversată"* de frecvenţa variabilă crescândă a motorului până la valoarea de regim.

5°. *Mareele* sunt rezultatul unor oscilaţii forţate. Oscilatorul este masa de apă a oceanelor, iar excitatorii sunt Luna şi Soarele. Sub efectul fenomenului de rezonanţă, amplitudinea mareelor poate deveni, în anumite golfuri, foarte mare.

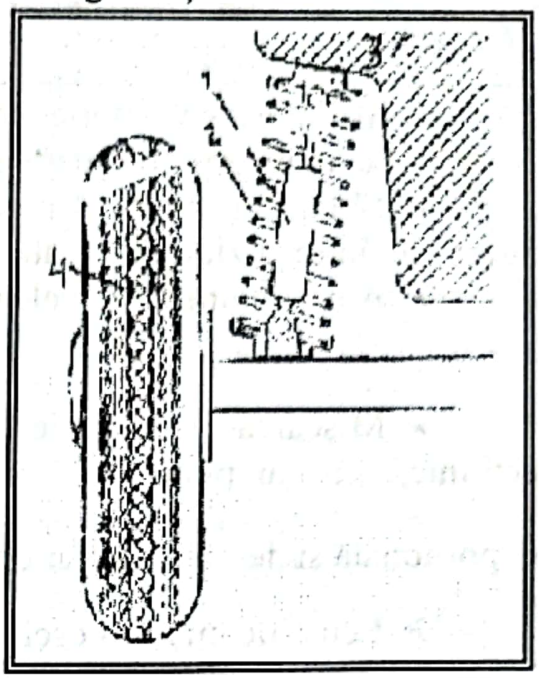


Figura I. 28. Amortizorul montat la un autoturism

Din punctul de vedere al *evitării* rezonanţei există multe metode şi dispozitive prin care se realizează acest obiectiv. De exemplu: amortizorul (1), utilizat la autovehicule (figura I. 28). El este fixat coaxial cu arcul (2) cu una din tije pe caroserie (3), iar cu celălalt pe una din axele punţii. Când roata (4) întâlneşte o neregularitate a drumului, axa începe să oscileze faţă de caroserie. Oscilaţiile preluate de arc sunt amortizate rapid de amortizor, deoarece spira de jos a arcului este solidară cu capătul de jos al amortizorului. Întrucât mişcarea aceestuia este frânată de frecarea lichidului din interior, oscilaţia se stinge destul de rapid.

Tot cu amortizoare sunt prevăzute coşurile industriale şi cablurile de înaltă tensiune pentru a nu fi afectate de oscilaţii nedorite cauzate de forţa vântului. Acestea sunt plasate la partea superioară a liniilor de înaltă tensiune pentru a prevenii vibraţiile care pot lua naştere în întreaga construcţie (figura I. 29).

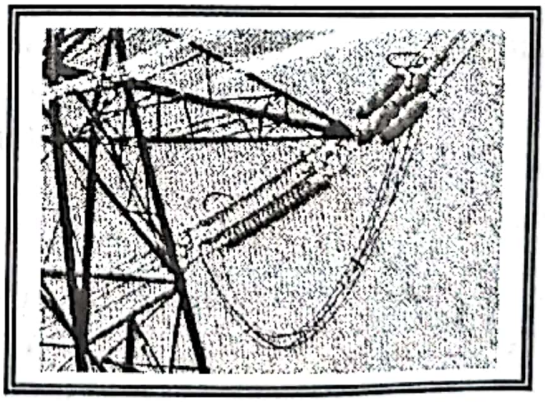


Figura I. 29

Scanned with OKEN Scanner

Concluzii:

➢ Mişcarea oscilatorie sau oscilaţia mecanică este deplasarea alternativă a unui corp, de o parte şi de alta a unei poziţii de echilibru.

➢ Elongaţia liniară y este distanţa măsurată de-a lungul traiectoriei între poziţia momentană a oscilatorului şi poziţia de echilibru.

➢ Amplitudinea este valoarea maximă a modulului elongaţiei:

$$A = max\left|\vec{y}\right|$$

➢ Mişcarea oscilatorie armonică este mişcarea oscilatorie rectilinie, cu amplitudine constantă şi la care acceleraţia este proporţională şi de sens contrar cu elongaţia: $\vec{a} = -\frac{k}{m}\vec{y}$.

➢ Ecuaţiile mişcării oscilatorului liniar armonic:

$y = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ - legea mişcării oscilatorului armonic

$v = \omega A\cos(\omega t + \varphi_0)$ - legea de variaţie a vitezei

$a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi_0)$ - legea de variaţie a acceleraţiei unde:

$(\omega t + \varphi_0)$ - este faza mişcării; φ_0 - faza iniţială; ω - pulsaţie

➢ Reprezentarea mişcării oscilatorului armonic se poate face grafic (sinusoidă sau cosinusoidă) şi fazorial.

➢ Perioada oscilaţiei armonice depinde de proprietăţile inerţiale şi elastice şi nu de amplitudine: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

➢ Perioada pendulului gravitaţional este independentă de masa lui şi de amplitudinea oscilaţiilor (pentru $\alpha < 5^0$); $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

➢ Energia unui oscilator armonic este constantă în timp (se conservă): $E = E_c + E_p = \frac{mv^2}{2} + \frac{ky^2}{2} = \frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$.

➢ Un punct material supus la două oscilaţii paralele şi de aceeaşi frecvenţă $y_1 = A_1\sin(\omega t + \varphi_{01})$ şi $y_2 = A_2\sin(\omega t + \varphi_{02})$ va oscila tot armonic şi cu aceeaşi frecvenţă: $y = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, unde $A^2 = A_1^2 + A^2_2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})$ şi

Scanned with OKEN Scanner

$$tg\varphi_0 = \frac{A_1 \sin\varphi_{01} \div A_2 \sin\varphi_{02}}{A_2 \cos\varphi_{02} + A_2 \cos\varphi_{02}}.$$

➢ Două mişcări armonice, perpendiculare între ele, care au aceeaşi frecvenţă dau o traiectorie eliptică.

➢ Mişcarea oscilatorie este amortizată când amplitudinea descreşte treptat în raport cu timpul (frecare mică).

➢ Mişcarea este aperiodică când elogaţia nu-şi schimbă semnul, ci scade tinzând spre zero (frecarea este mare).

➢ Oscilaţiile forţate sunt oscilaţiile unui sistem care se datorează acţiunii unei forţe periodice exterioare.

➢ Se numeşte rezonanţă, iniţierea sau amplificarea de oscilaţii într-un sistem fizic sub acţiunea oscilaţiilor exterioare de aceeaşi perioadă sau de perioadă apropiată de cea a sistemului fizic dat.

➢ Oscilaţiile întreţinute sunt oscilaţiile efectuate de un sistem oscilant la care pierderile de energie, datorate frecărilor, sunt compensate din exterior, continuu sau periodic.

➢ Oscilaţiile autoîntreţinute sunt oscilaţiile efectuate de un sistem oscilant care prin propria-i mişcare comandă transferul de energie necesar întreţinerii propriilor sale oscilaţii.

Întrebări şi probleme propuse

1. Amplitudinea oscilaţiilor unui leagăn poate fi mărită chiar de cel care este în leagăn. Pentru aceasta el se apleacă pe spate la sfârşitul semioscilaţiei spre înapoi şi se apleacă în faţă la sfârşitul cursei spre înainte. Explicaţi.

2. De ce natură este forţa de revenire în cazul oscilaţiei unei lustre lovite accidental? Dar în cazul unei trambuline de sărituri?

3. Un autoturism este un sistem care poate oscila. Cum ne putem da seama cu aproximaţie dacă amortizoarele sunt bune?

4. Doi elevi, unul mai înalt şi celălalt mai scund, se ţin cu mâinile de aceeaşi bară orizontală, căutând să se legene cu aceeaşi frecvenţă. Vor reuşi ei aceasta?

5. Încercaţi să duceţi în mână o găleată cu apă. Observaţi suprafaţa apei în timp ce modificaţi frecvenţa paşilor. Ce fenomen se produce? Ce efect poate avea?

6. La pornirea sau oprirea motorului unui frigider se poate sesiza creşterea bruscă, pentru un moment, a zgomotului. Explicaţi.

7. Explicaţi cum se modifică mersul unui ceasornic cu pendul în timpul verii, faţă de mersul aceluiaşi ceasornic în timpul iernii.

Scanned with OKEN Scanner

8. Un fir de iarbă descrie oscilaţii repezi când suflă vântul. Dacă se aşează pe el o insectă mai mare, atunci firul de iarba nu mai oscilează decât lent. De ce?

9. De ce zăpada scârţâie sub paşii noştri numai în zilele foarte geroase?

10. Uneori, la o anumită viteză a maşinii de cusut, masa pe care ea este aşezată oscilează puternic. Explicaţi.

11. De ce dacă sărim într-un anumit ritm pe o scândură destul de lungă, sprijinită la capete, o putem rupe cu uşurinţă?

12. De ce un vagon de cale ferată începe să oscileze vertical cu amplitudini mari la o anumită viteză?

13. De ce când sar în plasă, clovnii pot cu uşurinţă să facă salturi ritmice mult mai mari decât ar putea să le execute de pe pământ?

14. Să se calculeze pentru oscilaţia armonică descrisă de ecuaţia $y=50 \sin (628\, t + \pi/3)$ *cm*, perioada, amplitudinea, frecvenţa, faza iniţială, elongaţia la momentul iniţial $(t=0)$ şi la momentele $t_1=1/3400$ *s*, $t_2=1/300$ *s*.

R: 0,01s; 50cm; 100Hz; $\pi/3$; 43,25cm; 47,5cm; 0.

15. Ecuaţia mişcării oscilatorii a unui punct material are forma $y=2{,}00 \cos(\pi t + \pi/3)$. Să se determine amplitudinea, pulsaţia, frecvenţa, perioada şi faza iniţială a mişcării (unităţi S. I.).

R: 2m; π; 0,5Hz; 2s; $\pi/3$.

16. Care vor fi energiile cinetică şi potenţială ale unui punct material de masa $m=5 \cdot 10^{-4}$ *kg* care oscilează armonic cu amplitudine de $5 \cdot 10^{-2}$ *m* şi frecvenţa $\upsilon = 1/\pi$ *Hz* când acesta se găseşte la distanţa de *4cm* de poziţia de echilibru?

R: $9 \cdot 10^{-7}$ j; $16 \cdot 10^{-7}$ j.

17. Un punct material oscilează dupa legea

$y=5 \cdot 10^{-2} \sin(15{,}6t + \pi/3)$ *(în m)*

Să se calculeze pulsaţia, perioada, frecvenţa, faza iniţială şi elongaţiile la momentele $t_1=0$ *s*, $t_2=1/3$ *s*, $t_3=1/30$ *s*.

Să se reprezinte grafic. Cum se modifică expresia legii dacă se alege originea timpului cu $T/2$ înaintea originii actuale?

R: 15,6 rad/s; o,4 s; 2,5 Hz; $\pi/3$ rad; $\frac{5\sqrt{3}}{2} \cdot 10^{-2}$m; $-1{,}79 \cdot 10^{-2}$ m; $4{,}99 \cdot 10^{-2}$m; $y=5 \cdot 10^{-2} \sin(15{,}6\, t + 4\pi/3)$.

18. Un oscilator efectuează o mişcare descrisă de ecuaţia:

$y=4\sin(100\, \pi\, t + \pi/2)$*cm*. Să se determine:

a) valorile maxime ale vitezei şi acceleraţiei oscilatorului;

b) momentele când viteza şi acceleraţia sunt maxime;

R: a) 1256 cm/s; $3{,}95 \cdot 10^5$ cm/s^2; b) $\frac{2k-1}{200}$ s ; $\frac{k}{100}$ s.

19. Elongaţia unei mişcări oscilatorii sinusoidale este dată de expresia:

$y_1=7\sin(100\, \pi\, t + \pi/3)$ *cm*.

Scanned with OKEN Scanner

Să se scrie expresia elongaţiei unei alte mişcări sinosoidale y_2 de aceeaşi frecvenţă, ştiind că aceasta este defazată în timp în urma lui y_1 cu $t=5/6$ *ms* şi că satisface condiţia: $y_{2_{(t=T/8)}} = 3\sqrt{2}cm$, în care T este perioada oscilaţiei considerate.

R: $y_2 = 3\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(cm)$

20. Un oscilator constituit dintr-un punct material cu masa $m=1,6\cdot10^{-2}kg$, atârnat la capătul unui resort, vibrează sub acţiunea forţei elastice a resortului, conform ecuaţiei $y = 10^{-1}\sin\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{8}\right)(m)$. Se cere:

a) perioada şi frecvenţa oscilaţiei;

b) viteza maximă şi acceleraţia maximă a punctului material;

c) valoarea maximă a forţei care acţionează asupra punctului material;

d) relaţiile care exprimă dependenţa de timp a energiilor: cinetică, potenţială şi totală a punctului material;

e) timpul în care punctul material efectuează drumul de la jumătatea amplitudinii la $\frac{\sqrt{3}}{2}$ din aplitudine.

R: a) 16 s; $6,25\cdot10^{-2}$Hz; b) $3,925\cdot10^{-2}$m/s; $1,54\cdot10^{-2}$m/s^2;

c) $2,4610^{-4}$N; d) $1,232\cdot10^{-5}\cos^2\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{8}\right)$J; e) 4/3 s.

21. Un punct material cu masa $m=10g$ oscilează după legea $y = 5\sin\frac{\pi}{6}t$ (cm). Să se stabilească:

a) timpul t_1 după care este atinsă viteza maximă şi timpul t_2 după care este atinsă acceleraţia maximă;

b) forţa elastică maximă care acţionează asupra punctului material;

c) expresiile pentru energia cinetică, potenţială şi energia totală;

R: a) $t_1 = 6n$ (n = 0, 1, 2 ...); $t_2 = 3$ (2n + 1) (n = 0,1, 2, ...);

b) $F_{max} = 13\cdot10^{-5}$N;

c) $E_c = 3,6\cdot10^{-6}\cos^2\frac{\pi}{6}t$ (J); $E_p = 3,6\cdot10^{-6}\cdot\sin^2\frac{\pi}{6}t$ (J);

$E_t = 3,6\cdot10^{-6}$J.

22. Un punct material descrie o mişcare oscilatorie după legea $y = A\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$. Să se calculeze:

a) Momentul în care energia potenţială este egală cu energia cinetică;

b) Energia totală a punctului material de masă m;

c) Forţa sub acţiunea căreia corpul descrie mişcarea oscilatorie dată.

R: a) t=1/24s; b) $E=\frac{4\pi^2 mA^2}{2}$; c) $F=-mA^2(4\pi)^2\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

Scanned with OKEN Scanner

23. Un oscilator liniar armonic, după *0,01s* se află la *3mm* faţă de poziţia de echilibru. Amplitudinea oscilaţiei fiind de *0,6cm*, să se calculeze:

a) Viteza oscilatorului corespunzătoare elongaţiei date;

b) Raportul dintre energia cinetică şi cea potenţială corespunzătoare elongaţiei date.

c) La ce valoare a elongaţiei energia cinetică va fi egală cu cea potenţială.

R: a) 0,2598m/s; b) 1/3; c) 4,24mm.

24. Să se determine pulsaţia unui oscilator armonic liniar, dacă timpul necesar deplasării acestuia de la jumătatea amplitudinii la $\frac{\sqrt{3}}{2}$ din amplitudine este $t=\frac{0{,}314}{3}s$.

R: 5 *rad/s*

25. Să se scrie legea de mişcare a unui oscilator armonic liniar, ştiind că timpul necesar deplasării acestuia de la $\frac{\sqrt{2}}{2}$ din amplitudine la $\frac{\sqrt{3}}{2}$ din amplitudine este $t=0{,}25s$, iar viteza maximă a oscilatorului este $v_{max}=0{,}1\pi\frac{m}{s}$. (Faza iniţială este nulă).

R: $y=0{,}3\sin\frac{\pi}{3}t$

26. Să se determine faza iniţială de oscilaţie a unui oscilator armonic liniar, dacă la momentul $t=T/12$, oscilatorul se află la elongaţia $y_1=\sqrt{3}\frac{A}{2}$.

R: $\pi/6$.

27. Un oscilator armonic liniar a cărui perioadă este $T=0{,}8s$ are la momentul $t=T/8$, energia cinetică $Ec=2J$ şi impulsul $p=1N\cdot s$. Să se scrie legea din mişcare a oscilatorului şi să se calculeze energia totală şi impulsul maxim (faza iniţiala nulă).

R: $y=0{,}7\sin 2{,}5\pi t$; 4J; $\sqrt{2}\ N\cdot s$

28. Un oscilator armonic liniar oscilează cu $T=0{,}2s$. La momentul $t=T/8$, viteza oscilatorului este $v=\pi\frac{m}{s}$. Să se determine elongaţia în acel moment şi să se scrie apoi legea de mişcare (faza iniţială este nulă).

R: $0{,}1\ m$; $y=0{,}1\sqrt{2}\sin 10\pi t$.(m)

29. Un mobil de masă $m=2g$ pleacă din poziţia de echilibru cu viteza $v_0=0{,}6m/s$ într-o mişcare oscilatorie armonică. La distanţa $x_1=0{,}3m$ faţă de poziţia de echilibru viteza mişcării este $v_1=0{,}3\sqrt{3}\frac{m}{s}$.

a) Aflaţi legea de mişcare a mobilului.

b) Calculaţi forţa care acţionează asupra mobilului la distanţa de *0,1m* faţă de poziţia de echilibru.

R: a) $y=0{,}2\sin 3t$; b) $1{,}8\ mN$.

Scanned with OKEN Scanner

30. De un resort a cărui constantă elastică este $k=10^3 N/m$ este suspendat un corp de masă $m=0,1\ kg$. Se produc oscilaţii ale corpului astfel încât la distanţa $y_1=3cm$ faţă de poziţia de echilibru impulsul corpului este $p=0,3\sqrt{3} kg \cdot m \cdot s^{-1}$.

a) Scrieţi legea de oscilaţie a sistemului (faza iniţială nulă).

b) Calculaţi valoarea maximă a impulsului corpului în timpul mişcării.

c) Calculaţi energia cinetică şi potenţială a mişcării când elongaţia este $y_2=2cm$.

R: a) $y=6 \sin 100t(cm)$; b) $0,6\ kg\frac{m}{s}$; c) $1,6\ J$; $0,2J$

31. Un tub în formă de "U" conţine o coloană de lichid de densitate ρ. Aria secţiunii tubului este $S=1cm^2$, iar lungimea coloanei de lichid din tub este $l=0,5m$. Se produce o denivelare a lichidului din cele două ramuri având valoarea $2A=8cm$. Să se arate că:

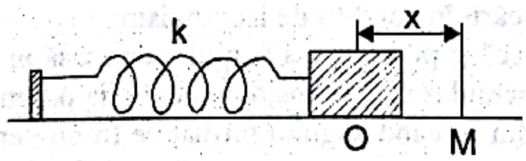
a) lăsând liber lichidul, acesta va oscila armonic (se neglijează frecările şi forţele de vâscozitate).

b) perioada de oscilaţie a coloanei de lichid este egală cu perioada unui pendul gravitaţional de lungime $\frac{l}{2}$ ($\rho=800 kgm^{-3}$).

c) energia cinetică maximă a mişcării coloanei de lichid este egală cu energia potenţială gravitaţională iniţială a coloanei de lichid.

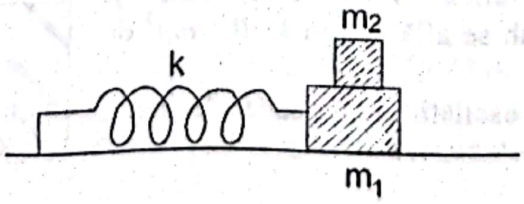
R: a) $F=ky$; b) $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$; c) $E_{c\,max}=E_p=pgSA^2$.

32. Constanta elastică a unui resort este $k=50Nm^{-1}$. Se leagă la un capăt al resortului un corp de masă $m=0,5kg$ (vezi figura), astfel încât resortul este netensionat. Se imprimă corpului de masa m viteza $v_0=1ms^{-1}$ în sensul destinderii resortului. Ştiind că deplasarea corpului pe suprafaţă se face cu frecare, coeficientul de frecare la alunecare fiind $\mu=0,6$, calculaţi distanţa OM la care se opreşte corpul prima dată.



R: 6cm

33. Peste un disc de masă $m_1=0,8kg$ este aşezat un corp de masă $m_2=0,2kg$. Discul este legat de un resort (vezi figura) a cărei constantă elastică $k=100N\,m^{-1}$. Între corpul de masă m_1 şi suprafaţa orizontală nu se exercită forţe de frecare. Se imprimă sistemului viteza iniţială $v_0=0,2ms^{-1}$.



Scanned with OKEN Scanner

Să se calculeze:

a) Amplitudinea oscilaţiilor sistemului;

b) Valoarea minimă a coeficientului de frecare dintre corpurile de mase m_1 şi m_2 pentru ca m_2 să nu alunece peste m_1.

R: a) A=2cm; b) $\mu \geq 0,2$

34. Un corp fixat la capătul unui resort oscilează armonic cu perioada $T_1 = 0,2$ *s*. Se leagă mai întâi în serie şi apoi în paralel cu resortul dat un al doilea resort de constantă $k_2 = 2k_1$. Calculaţi perioadele oscilaţiilor sistemului nou format.

R: T_s=0,245 s; T_p=0,116 s.

35. Un resort elastic cu coeficientul de elasticitate $k = 100\ N\ m^{-1}$ având la capăt o masă de 1kg e suspendat la celălalt capăt de tavanul cabinei unui ascensor. Cabina urcă uniform accelerat cu $a = 5\ m\ s^{-2}$ timp de 10 *s*, apoi îşi continuă mişcarea uniformă.

a) Cu cât se va lungi resortul în timpul accelerării?

b) Ce valoare are perioada de oscilaţie a pendulului în timpul mişcării uniforme?

R: a) 0,05m; b) 0,628 s.

36. Un pendul gravitaţional de lungime $l = 0.25m$ este scos din poziţia de echilibru de unghiul $\alpha_0 = 3^o$ faţă de direcţia verticală. Se lasă pendulul liber. Să se afle:

a) Perioada de oscilaţie, pulsaţia şi legea de mişcare a corpului fixat de fir.

b) Viteza maximă a corpului.

Se dau: $\sin 3^o = 3^o\,(\text{rad}) = 0,05234$; $g \cong \pi^2$.

R: a) 1s; 2π rad/s;

b) $y = 1,3 \sin (2\pi t + \pi/2)$ cm;

c) 8,164 cm/s.

37. Un corp de masă $m = 0,1\ kg$ este fixat la capătul unui fir de lungime $l = 0,64m$. Se scoate firul din poziţia de echilibru astfel încât să formeze cu direcţia verticală unghiul $\alpha_0 = 45^o$. Să se afle:

a) perioada mişcării în condiţii de izocronism;

b) energia cinetică şi potenţială a corpului de masă *m* în momentul în care firul formează cu verticala unghiul $\alpha = 30^0$ (consideraţi energia potenţială nulă pentru $\alpha = 0$) .

c) tensiunea din fir când unghiul format de fir cu verticala este $\alpha = 30^0$.

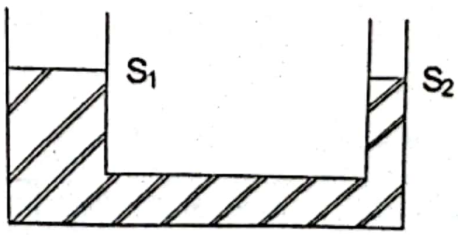
R: a) 1,6 s; b) 0,1 J; 84,67mJ c) 1,16 N.

38. Un oscilator execută o mişcare armonică de amplitudine *A*. În momentul în care elongaţia mişcării este egală cu jumătate din amplitudine, un şoc instantaneu face ca viteza mobilului să se dubleze. Calculaţi noua amplitudine a mişcării oscilatorii.

R: $A' = \frac{\sqrt{13}}{2} A$

39. Tubul în formă de „U" din figură are ariile secţiunilor celor două ramuri verticale $S_1 = 4cm^2$ şi respectiv $S_2 = 1\ cm^2$. În tub se află volum $V = 0,1\ dm^3$ de lichid.

Se produc mici oscilaţii ale coloanei de lichid din tub.



Scanned with OKEN Scanner

a) Neglijând frecările, aflați perioada acestor oscilații.

b) Pentru ce secțiune comună a celor două ramuri perioada micilor oscilații are valoarea de la punctul *a)* ?

R: a) 1,10 s; b) 1,6 cm^2

40. Un bloc cu masa $m=3,62kg$ este suspendat de un resort cu constanta elastică $k=520\ N/m$. Un glonte cu masa $m'=4,5\ g$ este tras de jos în sus cu o viteză de $150m/s$ și se oprește în bloc.

Aproximând mișcarea sistemului bloc - glonț ca o mișcare oscilatorie armonică, să se afle amplitudinea mișcării.

R: A=15,7 cm

41. Un corp de masă m cade de la înălțimea h, pe un platan de masă neglijabilă atârnat de un resort cu constanta elastică k. Știind că după ciocnire corpul rămâne pe platan să se calculeze amplitudinea mișcării efectuată de sistemul platan-corp.

R: $A=\frac{mg}{k}\sqrt{1+\frac{2hk}{mg}}$

42. Un pendul matematic (gravitațional) se fixează de un cadru așezat pe un cărucior. Să se găsească perioada pendulului când căruciorul se mișcă:

a) orizontal cu accelerația a;

b) vertical în sus cu accelerația a;

c) vertical în jos cu accelerația $a<g$.

Se știe lungimea pendulului l și amplitudinea unghiulară inițială $\alpha_0 \le 5^0$.

R: a) $2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{a^2+g^2}}}$; b) $2\pi\sqrt{\frac{l}{a+g}}$; c) $2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$.

43. Pendulul fixat pe căruciorul de la problema anterioară este obligat să se miște cu viteză constantă v pe un cerc de rază R, în plan orizontal.

Se cere perioada pendulului.

R: $2\pi\sqrt{\frac{1}{\sqrt{g^2+\frac{v^4}{R^2}}}}$

44. Să se demonstreze că forța ce acționează asupra unui oscilator armonic liniar, la un moment dat, se poate scrie sub forma $F = p\cdot\omega\cdot tg\omega t$, unde p reprezintă impulsul oscilatorului la un moment dat.

45. Un pendul elastic și unul gravitațional oscilează cu aceeași perioadă. Să se determine masa pendulului elastic cunoscând constanta elastică $k=100N/m$, lungimea pendulului gravitațional $l=0,1m$ și $g=10m/s^2$.

R: *2 kg*

46. Un ascensor urcă vertical la o înălțime $h=78,48\ m$, cu accelerația constantă de $9,81m/s^2$ și coboară imediat cu aceeași accelerație. Timpul indicat de o pendulă care este instalată în ascensor este comparat cu timpul indicat de o a doua pendulă la fel ca

Scanned with OKEN Scanner

prima care rămâne jos. Să se afle: ora de întoarcere a ascensorului observată la cele două pendule dacă la plecare amândouă ceasurile indicau ora 12^{00}.

R: *12h 0min 5,65s; 12h 0min 8s.*

47. Cum variază cu temperatura perioada unui pendul gravitațional dacă firul este metalic? (T=f(θ)). Se folosește: $\sqrt{1\pm x}\cong 1\pm\frac{x}{2}$ și se cunoaște coeficientul de dilatare liniară α.

R: $T\cong T_0\left(1+\frac{\alpha}{2}\theta\right)$

48. Firul de susținere al unui pendul gravitațional este metalic. Pendulul înaintează cu 7 secunde în 24 ore la temperatura de 0° și rămâne în urmă cu 9 secunde în același interval de timp la 20°. Să se determine coeficientul de dilatație a metalului din care este construit firul.

R: $\alpha\cong 1{,}5\cdot 10^{-5}\,grd^{-1}$

49. Să se compună grafic oscilațiile:

$y_1=4\sin(100\pi t);\quad y_2=2\sin(100\pi t+\varphi)$ când φ *este*: $0,\frac{\pi}{2};\pi$.

50. Un resort are coeficientul de elasticitate *k=100N/m*. Fiind suspendat vertical, în repaus, de capătul lui se atașează un corp cu masa *m=1,00kg*, apoi se lasă sistemul liber. Se cere:

a) Lungimea pendulului matematic care are perioada egală cu cea a oscilatorului cu resort.

b) Să se scrie ecuația elongației mișcării oscilatorii a corpului atașat de resort.

c) Să se scrie ecuațiile vitezei și accelerației mișcării oscilatorii a corpului atașat de resort. ($g=10m/s^2$)

R: a) 10 cm; b) y=0,1 cos 10t; c) v= - sin 10t; a = - 10cos 10t.

51. Ecuația oscilației unui punct material de masă *m=5,0g* este $x=5\cdot\sqrt{3}\cdot 10^{-2}\left(\sin\omega t-\frac{1}{\sqrt{3}}\cos\omega t\right)(m)$, unde $\omega=10rad/s$. Se cere:

a) Faza inițială și amplitudinea oscilației punctului material.

b) Viteza maximă a punctului material în decursul oscilației și momentul de timp la care se realizează, considerat din momentul în care a început mișcarea.

c) Forța maximă care acționează asupra punctului material în cursul mișcării.

R: a) $-\frac{\pi}{6}$; b) 1m/s; 52 ms; c) 50mN.

52. Un punct material efectuează o mișcare armonică a cărei ecuație este $x=A\sin\omega t$. Se cere:

a) timpul pentru care punctul material să ajungă de la poziția de echilibru, la elongația maximă.

b) timpul pentru care punctul material să parcurgă prima jumătate a drumului respectiv.

Scanned with OKEN Scanner

c) timpul pentru care punctul material să parcurgă a doua treime a drumului de la punctul a).

Frecvența mișcării oscilatorii este $\upsilon = 10{,}0Hz$.

R: a) 25 ms; b) 8,3 ms; c) 6,2 ms.

53. Legile de oscilație a două mobile sunt:

$y_1 = 5\sin 0{,}01\pi t\,(cm)$; $y_2 = 3\sin 0{,}02\pi t\,(cm)$. Să se afle:

a) după cât timp mobilele trec prin poziția pe care au avut-o la momentul inițial deplasându-se în același sens;

b) la ce momente vitezele mobilelor sunt egale;

c) la ce distanță față de centrul de oscilație se află primul mobil când al doilea se află în punctul corespunzător elongației maxime.

R: a) *200s*; b) *10,55s*; 67,77s c) $5\frac{\sqrt{2}}{2}cm$.

54. Un punct este supus simultan oscilațiilor:

$y_1 = \sin \pi t$; $y_2 = \sin \pi(t + 0{,}5)$, unde y sunt exprimate în *cm*. Să se afle amplitudinea și faza mișcării rezultante.

R: $\sqrt{5}cm$; $\varphi_0 = arctg2$.

55. Un mobil este supus simultan următoarelor mișcări oscilatorii paralele:

$$y_1 = 4\cos 12t; \quad y_2 = 8\cos\left(12t + \frac{\pi}{3}\right).$$

Aflați amplitudinea și faza inițială a mișcării rezultante, atât analitic, cât și fazorial.

R: $\sqrt{112}cm$; $\varphi_0 = arctg\frac{\sqrt{2}}{3}$.

56. Ecuațiile de mișcare la care este supus un punct sunt:

$x = 10\cos\frac{2\pi}{5}t\,(cm)$; $y = 10\sin\frac{2\pi}{5}t(cm)$, oscilațiile efectuându-se după direcții perpendiculare.

Să se afle: a) ecuația traiectoriei punctului;

b) viteza mișcării punctului și sensul mișcării pe traiectorie.

R: a) cerc cu raza $r=10cm$; b) $4\pi cm/s$

57. Un punct execută o mișcare circulară uniformă pe o circumferință de rază $R=0{,}5m$ cu viteza $v=4ms^{-1}$. La momentul inițial raza vectoare a punctului formează unghiul de 30^0 cu o axă de referință.

a) Aflați ecuația mișcării proiecției punctului pe axa de referință.

b) Ce viteză și ce accelerație are proiecția la momentul $t=0{,}5s$?

c) Calculați valorile maxime ale vitezei și accelerației proiecției punctului.

R: a) $y = 0{,}5\cos(8t+\pi/6)\ m$; b) $v = -4\sin(8t+\pi/6)$;
$a = -32\cos(8t+\pi/6)$; c) $v_{max} = 4m/s$; $a_{max} = 32\ m/s^2$

Scanned with OKEN Scanner

58. Aflați ecuația traiectoriei mobilului supus simultan oscilațiilor perpendiculare: $x = 2 \sin \pi t$; $y = \cos \pi (t+0,5)$

R: dreaptă

59. Un punct este supus oscilațiilor perpendiculare:

$x = 2\cos \omega t (cm)$; $y = \sin \omega t (cm)$

Să se afle:

a) ecuația traiectoriei;

b) viteza și accelerația mișcării punctului la momentul $t=T/8$ de la începutul mișcării ($\omega = 6 rad \cdot s^{-1}$);

c) unghiul format de vectorul viteză al mișcării și vectorul de poziție al punctului la același moment.

R: a) elipsă; b) $\sqrt{90}\ cm/s$; $a=36\sqrt{5}\ cm/s^2$; c) $\beta = arctg\frac{4}{3}$.

Test de evaluare

1. Viteza oscilatorului la un moment dat și elongația sa în același moment sunt legate printr-o relație de forma:

a) $v+\omega y=\omega A$; b) $v-\omega y=\omega A$; c) $v^2=\omega^2 yA$; d) $v=\omega y$; e) $v^2+\omega^2 y^2=\omega^2 A^2$

2. Dacă se notează cu v_m viteza maximă a oscilatorului, iar cu y, v și a respectiv elongația, viteza și accelerația oscilatorului la un moment dat, între acestea există relația:

a) $v_m^2 = v^2 - ay$; b) $v_m^2 = v^2 + ay$; c) $v^2 = v_m^2 + 2ay$;

d) $v^2 = v_m^2 - 2ay$; e) $v^2 = ayv_m$;

3. Care din următoarele mărimi caracteristice mișcării oscilatorii armonice (y - elongația, v - viteza, a - accelerația, la un moment dat) sunt în fază?

a) y și v; b) v și a; c) y și a; d) toate; e) nici una.

4. Care din următorele mărimi caracteristice mișcării oscilatorii armonice (y - elongația, v - viteza, a - accelerația, la un moment dat) sunt în opoziție de fază?

a) y și v; b) v și a; c) y și a; d) toate; e) nici una.

5. Oscilațiile pendulului unui ceas (pendulă) sunt:

a) libere; b) autoîntreținute; c) forțate; d) amortizate; e) oarecare.

6. Un pendul elastic (resort și un corp) oscilează liber cu perioada $T_0=1s$. Se taie jumătate din resort și se înlătură. Calculați perioada pendulului elastic rămas doar cu jumătate de resort.

Scanned with OKEN Scanner

7. Un tub în formă de "U" deschis la ambele capete conține în porțiunea orizontală o coloană de apă de lungime *5cm*, iar în porțiunile verticale coloane de apă de câte *20cm* lungime. Calculați perioada de oscilație a coloanei de apă, când în urma unui șoc începe să oscileze.

8. Un resort și un corp formează un pendul elastic ce oscilează cu perioada $T_1 = 3s$; același resort, dar cu un alt corp, formează un alt pendul elastic care oscilează cu perioada $T_2 = 4s$. Calculați perioada de oscilație ce o are un alt pendul elastic format din același resort și cele două corpuri prinse împreună de aceeași parte a resortului.

9. De un resort elastic, cu constanta $k = 10^3\ N/m$, este suspendat un corp cu masa $m = 0,1kg$. La momentul inițial, elongația mișcării este $y_0 = 3cm$, iar impulsul $p_0 = 0,3\sqrt{3}\ Kg\ m/s$. Găsiți faza inițială a oscilației.

10. Un corp de masă $m = 0,1\ Kg$ este legat de un perete vertical cu un resort cu constanta $k = 10N/m$ și se poate deplasa fără frecare pe un plan orizontal. La momentul inițial $t = 0$, corpul se află la o distanță $y_0 = 10\ cm$ față de poziția de echilibru, de unde este lăsat liber. Găsiți ecuația de mișcare a corpului.

Răspunsuri: 1. e; 2. a; 3. e; 4. c; 5. b; 6. 0,707s; 7. 0,952s;

8. 5s; 9. $\frac{\pi}{6}$; 10. $y = 0,1\sin(10t + \frac{\pi}{2})\ (m)$

Scanned with OKEN Scanner

II. Unde mecanice

II.1 Propagarea unei perturbații într-un mediu elastic. Unde mecanice.

Oscilațiile unui oscilator pot produce perturbații într-un mediu material, care se manifestă prin antrenarea particulelor mediului în mișcări oscilatorii asemănătoare cu ale sursei, având loc un transfer de energie de la sursă către mediu fără să se producă transfer de substanță.

Perturbația se propagă din aproape în aproape cu viteză finită.

Forma de propagare a unei perturbații într-un mediu material se numește undă.

În viața de toate zilele întâlnim foarte des forme de propagare a fenomenelor oscilatorii, din care reținem câteva exemple.

1^0 Undele de suprafață (figura II. 1) se formează pe suprafața liberă și liniștita a unui lichid (apa unui lac sau apa dintr-un vas) pe care cade un corp de mici dimensiuni (o piatră sau o picătură de apă). Pe suprafața lichidului se formează cercuri concentrice care își măresc razele în timp. Perturbația se propagă sub forma unor valuri mici care se depărtează de locul unde a căzut corpul. Dacă pe suprafața lichidului se află corpuri ușoare care plutesc, se constată că ele saltă pe valuri fără a se deplasa în plan orizontal. Putem spune că energia primită în procesul de perturbare este transferată de la un oscilator la altul fără a se produce și transport de substanță. Pentru formarea undelor de suprafață forțele determinante sunt forțele superficiale și forțele gravitaționale.

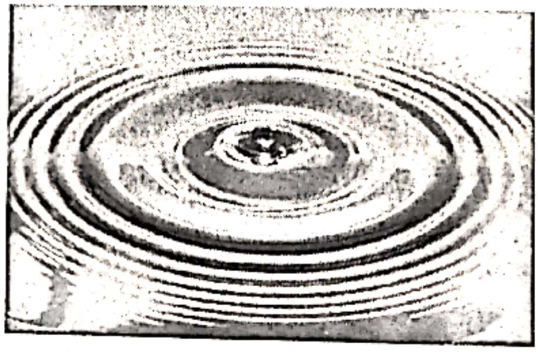


Figura II. 1. Undă de suprafață

2^0 Unda de șoc într-o garnitură de tren se produce atunci când se atașează *locomotiva*. Impulsul transmis primului vagon este urmat de comprimarea, rând pe rând, a resoartelor tampoanelor șirului de vagoane și fenomenul se propagă ca o undă de-a lungul întregii garnituri. Impulsul se deplasează rapid în lungul garniturii, în timp ce fiecare vagon se mișcă doar

Scanned with OKEN Scanner

cu câţiva centimetri pe aceeaşi direcţie cu perturbaţia, rămânând apoi în repaus. Energia transferată de locomotivă este transmisă până la ultimul vagon care, dacă este decuplat, este pus în mişcare.

3^0 Vibraţiile unor corpuri cum ar fi diapazoanele, fluierele, coardele vibrante se propagă prin aer şi ajung la ureche fiind recepţionate ca sunete. Vibraţiile se transmit din aproape în aproape determinând comprimări şi decomprimări succesive ale straturilor de aer.

4^0 Mişcarea oscilatorie imprimată capătului liber al unei corzi elastice se transmite din aproape în aproape sub forma unei unde unidimensionale ca în figura II. 2.

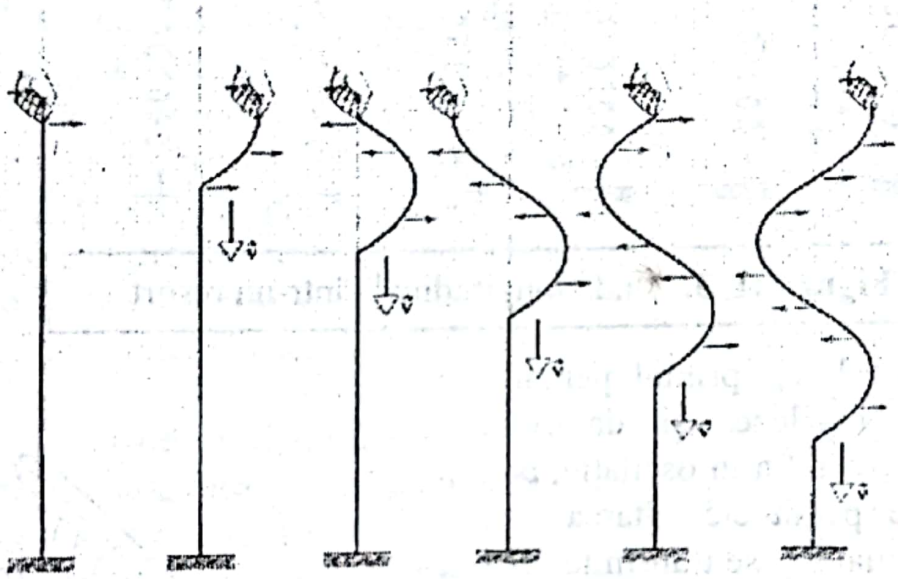


Figura II. 2. Unda transversală într-o coardă elastică

5^0 Comprimarea periodică a capătului liber al unui resort se propagă de-a lungul acestuia dând naştere tot unei unde unidimensionale, procesul de propagare fiind reprezentat în figura II. 3.

Studiul experimental al fenomenelor ondulatorii se poate realiza în laborator utilizând unele dispozitive specifice.

1^0 Sistemul de pendule legate este un ansamblu de pendule gravitaţionale legate între ele ca în figura II. 4. Dacă prima bilă a sistemului este scoasă din poziţia de echilibru, va trage după sine bila celui de-al doilea pendul care va trage, la rândul ei, bila celui de-al treilea pendul ş.a.m.d, prin intermediul legăturilor.

Scanned with OKEN Scanner

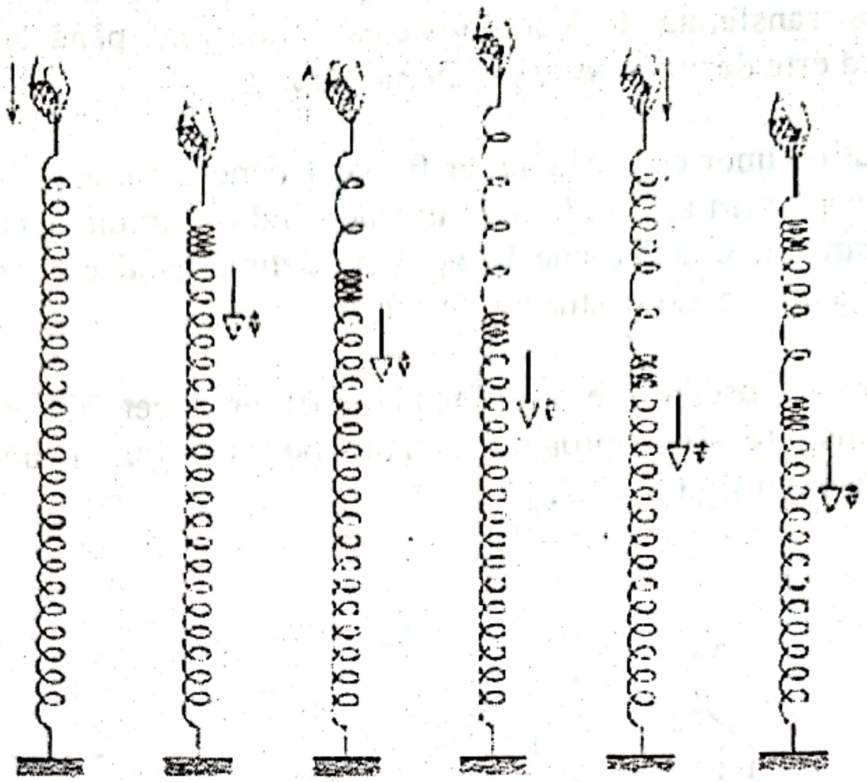


Figura II. 3. Unda longitudinală într-un resort

Lăsat liber, primul pendul începe să oscileze, şi datorită legăturilor vor intra în oscilaţie, pe rând, toate pendulele. Starea de mişcare oscilatorie se transmite din aproape în aproape, cu o anumită viteză care depinde atât de inerţia bilelor cât şi de elasticitatea elementelor care le leagă.

În figura II. 4 este ilustrat un moment din deplasarea unei perturbaţii în lungul lanţului de oscilatori care apare prin devierea primului pendul, din poziţia de repaus, perpendicular pe direcţia lanţului.

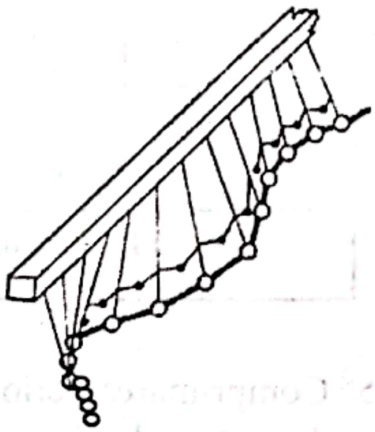


Figura II. 4. Sistem de pendule legate. Pendulele oscilează perpendicular pe direcţia de propagare.

În figura II. 5 este prezentată simularea propagării unei unde în lungul sistemului de pendule care oscilează după aceeaşi direcţie. Pe direcţia de propagare se formează periodic comprimări şi dilatări succesive. Punerea în mişcare se face cu paleta *A* prin atingerea pe rând a pendulelor.

Scanned with OKEN Scanner

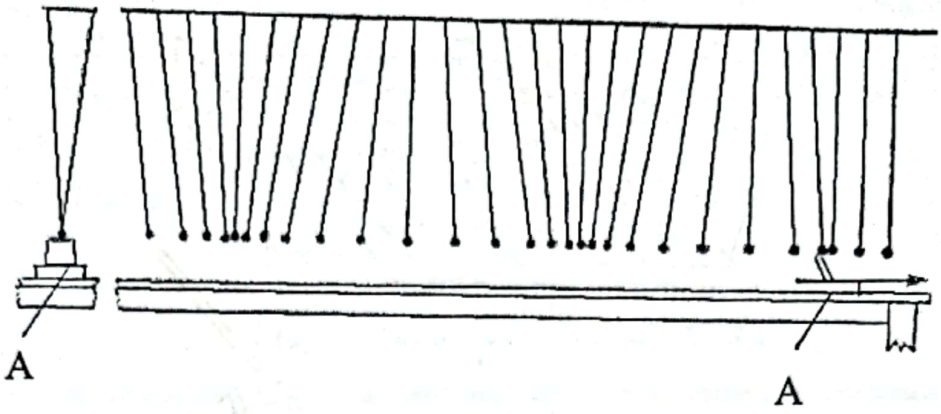


Figura II. 5. Pendulele lanțului oscilează în lungul lanțului și a direcției de propagare.

2^0 Aparatul Weller produce unde prin torsiune cu ajutorul unor pendule înșirate pe o bandă de oțel (sau două fire verticale) care poate fi răsucită ușor (figura II. 6). Barele orizontale pot oscila în plan orizontal, forța de revenire provenind din răsucirea sistemului elastic (banda de oțel sau firele verticale) care cuplează oscilatorii.

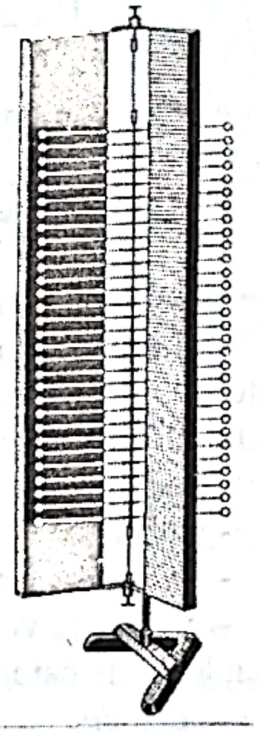


Figura II. 6. Aparat Weller

Perioada de oscilație a fiecărei bare poate fi modificată, între anumite limite, prin deplasarea inelelor cursoarelor. Aparatul poate fi utilizat pentru a vizualiza modul de propagare a unei perturbații într-un mediu elastic, proces care poate fi înregistrat fotografic și cinematografic. Pot fi puse în evidență și fenomenele de reflexie și de transmitere a unei unde pe o suprafață de separație a două medii.

3^0 Cuva transparentă cu lichid (apă) (figura II. 7), împreună cu un vibrator și un retroproiector permit producerea și vizualizarea undelor de suprafață, care pot fi, după forma excitatorului, circulare sau liniare. Pot fi studiate unele fenomene ca: reflexia, refracția, interferența și difracția.

Scanned with OKEN Scanner

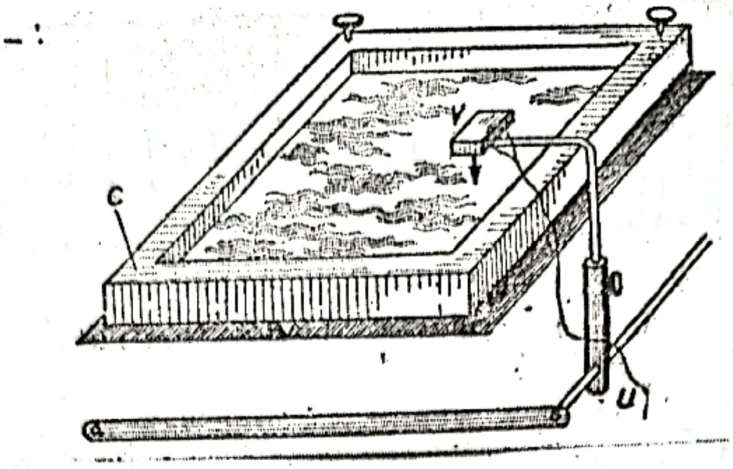


Figura II. 7. Cuvă cu vibrator pentru studiul undelor

4^0 Corzi vibrante cu unul sau ambele capete fixate.

5^0 Tuburi deschise sau închise la unul din capete.

Mediile în care se propagă undele pot fi clasificate în:

- omogene (un mediu este omogen dacă prezintă în orice domeniu din interiorul său aceeaşi valoare a unei mărimi fizice, cum ar fi: densitatea, permitivitatea electrică, permeabilitatea magnetică);
- noemogene (caracteristicile mediului sunt funcţie de coordonate);
- izotrope (prezintă aceleaşi proprietăţi pe orice direcţie);
- anizotrope (prezintă proprietăţi dependente de direcţie);
- nedispersive (viteza de propagare a perturbaţiilor este o constantă independentă de caracteristicile undei);
- dispersive (viteza de propagare a perturbaţiilor depinde de caracteristicile undei);
- conservative (în care absorbţia undelor este neglijabilă);
- disipative (în care există absorbţie);
- liniare; dacă într-un mediu liniar ajung, simultan, mai multe unde, oscilaţia rezultată a punctului material este dată de relaţia de suprapunere:

$$y(\vec{r},t)=\sum_{i=1}^{n} y_i(\vec{r},t) \qquad \text{(II. 1)}$$

- elastic (dacă forţele de interacţiune dintre particulele mediului sunt de tip elastic, $\vec{F}_e = -k\vec{y}$).

Scanned with OKEN Scanner

În acest capitol vom considera, de regulă, propagarea undelor mecanice în medii omogene, izotrope, nedispersive, conservative, liniare şi elastice, iar sursele, oscilatori liniar armonici a căror mişcare este descrisă de legea: $y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$.

Undele care se propagă în medii elastice se numesc *unde elastice*..

II.2 Caracteristicile undei

Suprafaţa de undă este locul geometric al punctelor mediului care oscilează în fază.

Frontul de undă este locul geometric al punctelor mediului care intră simultan în oscilaţie (până la care s-a propagat, la un moment dat, unda).

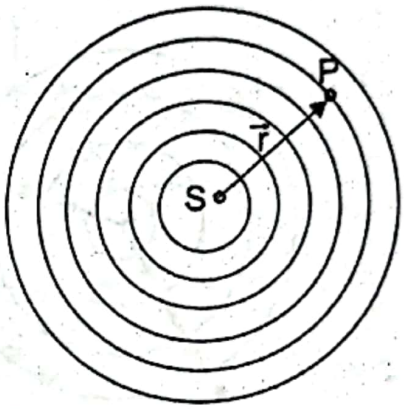


Figura II. 8. Vectorul de poziţie al punctului *P* faţă de sursa *S*

Perturbaţia care se propagă în spaţiu este, în general, funcţie de timp şi de locul din spaţiu; dacă y este mărimea perturbată, atunci $y_p = y(x, y, z, t) = y(\vec{r}, t)$ se numeşte elongaţie (vector de oscilaţie sau funcţie de undă).

y_P poate fi o mărime fizică vectorială (deplasarea mecanică, intensitatea câmpului electric sau intensitatea câmpului magnetic) sau o mărime fizică scalară (presiunea unui gaz, diferenţa de potenţial, etc.).

Pentru oscilaţiile punctelor mediului se utilizează viteza de oscilaţie $\vec{v}(\vec{r}, t)$ şi acceleraţia $\vec{a}(\vec{r}, t)$, iar pentru propagarea perturbaţiei se introduce viteza de propagare a undei, a cărei valoare este constantă în cazul mediilor ideale cu care lucrăm.

Dacă un oscilator din mediu (de exemplu: sursa) are frecvenţa de oscilaţie ν, respectiv perioada T, **definim** *lungimea de undă* (λ) ca fiind *distanţa pe care se propagă unda în timp de o perioadă:*

$$\lambda = v \cdot T = v/\nu \qquad \text{(II. 2)}$$

Direcţia de propagare a unei unde se numeşte *raza undei* şi este perpendiculară pe suprafaţa de undă.

Scanned with OKEN Scanner

II.3 Tipuri de unde

Undele pot fi clasificate după anumite criterii.

După forma suprafeței de undă distingem:

- unde sferice (suprafețele de undă sunt sfere concentrice) (figura II. 9, a)
- unde plane (suprafețele de undă sunt plane paralele) (figura II. 9, b);
- unde circulare;
- unde liniare.

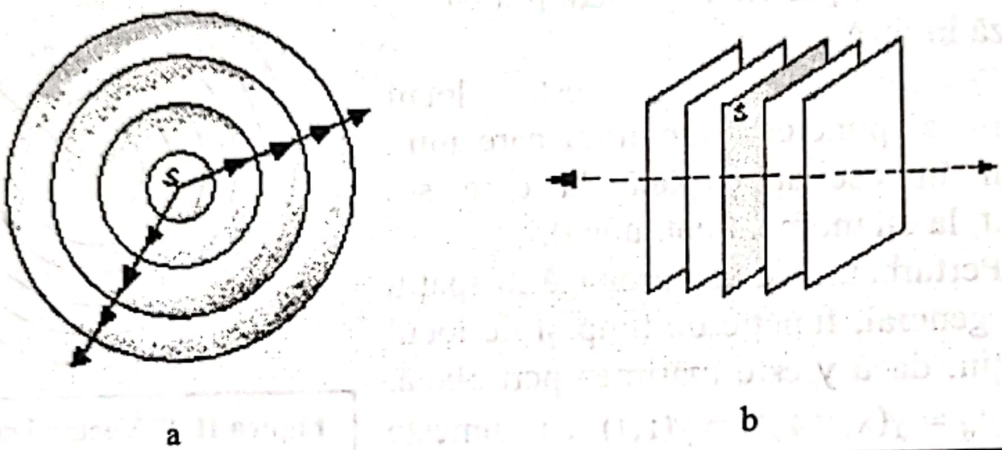


Figura II. 9. a) Unde sferice; b) Unde plane.

Forma suprafeței de undă depinde atât de proprietățile mediului, cât și de forma sursei. Dacă sursa de oscilație este plană atunci unda care se propagă este o undă plană. Dacă sursa de oscilație este punctiformă sau sferică, unda care se propagă este o undă sferică. La distanțe mari față de sursa de unde sferice, unda poate fi considerată ca o undă plană, pe domenii restrânse asimilându-se suprafața sferei de rază mare cu o suprafață plană.

În funcție de orientarea vectorului de oscilație față de direcția de propagare, undele se împart în:

- unde longitudinale;
- unde transversale.

O undă mecanică este *longitudinală* dacă direcția de oscilație a punctelor materiale ale mediului coincide cu direcția de propagare a undei. Exemple: unda de șoc dintr-o garnitură de tren, unda sonoră în aer, unda obținută prin comprimarea periodică a capătului liber al unui resort.

În figura II. 10 este reprezentat procesul de propagare a unei unde longitudinale, în timp de o perioadă de oscilație a sursei.

Scanned with OKEN Scanner

La momentul t = 0 toate particulele mediului, considerate egal depărtate, se află în poziţii de echilibru. Se imprimă, în acest moment, particulei din punctul O, o viteză v orientată spre O_1. După t =T/4 această particulă s-a depărtat de poziţia de echilibru cu o distanţă egală cu amplitudinea mişcării oscilatorii. În acest moment viteza sa este nulă şi, sub acţiunea forţelor elastice dintre particule capătă o acceleraţie îndreptată spre poziţia de echilibru. În acelaşi moment, particula din O_1, aflată încă în poziţia de echilibru, primeşte viteza v orientată spre O_2.

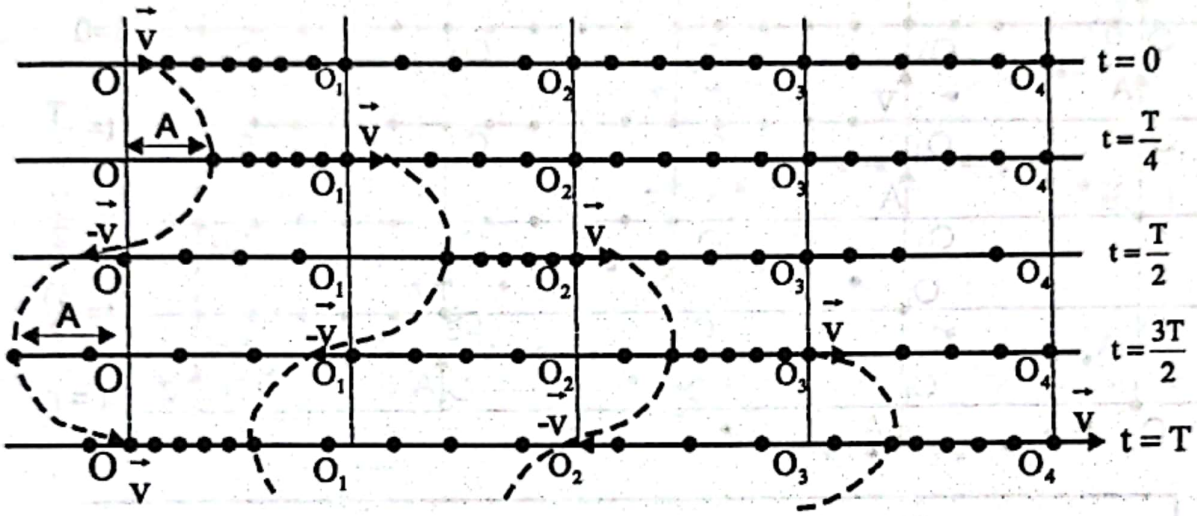


Figura II. 10. Propagarea undei longitudinale

După t = T/2 particula O a revenit în poziţia de echilibru având viteza v orientată în sens opus vitezei iniţiale, particula din O_1 are elongaţie maximă, iar particula din O_2 aflată încă în poziţia de echilibru primeşte viteza v spre O_3. După t =3T/4 particula din O are elongaţia (-A) particula din O_1 ajunge din nou în poziţia de echilibru, O_2 are elongaţia maximă, iar O_3 primeşte viteza v spre O_4. După t =T particula din O ajunge în poziţia de echilibru având viteza v, ş.a.m.d.

Într-o undă longitudinală apar comprimări şi dilatări pe direcţia de propagare. Comprimările apar acolo unde viteza instantanee a oscilatorilor este maximă.

O undă este *transversală* dacă direcţia de oscilaţie a punctelor materiale ale mediului este perpendiculară pe direcţia de propagare a undei. Exemple: unda de suprafaţă, unda obţinută prin imprimarea unei mişcări oscilatorii capătului liber al unei corzi elastice prinsă la celălalt.

În figura II. 11 este reprezentat procesul de propagare a unei unde transversale timp de o perioadă de oscilaţie a sursei.

Scanned with OKEN Scanner

La momentul t = 0 particula din O primeşte viteza v orientată în sus, iar la t= T/4 ea va avea elongaţia maximă şi particula din O_1, aflată încă în poziţia de echilibru capătă viteza v în acelaşi sens cu precedenta. Discuţia poate continua la fel ca la unda longitudinală, ţinând seama de faptul că oscilaţiile au loc pe direcţia perpendiculară pe cea de propagare.

În funcţie de proprietăţile elastice ale mediului poate fi favorizată propagarea uneia din cele două tipuri de unde.

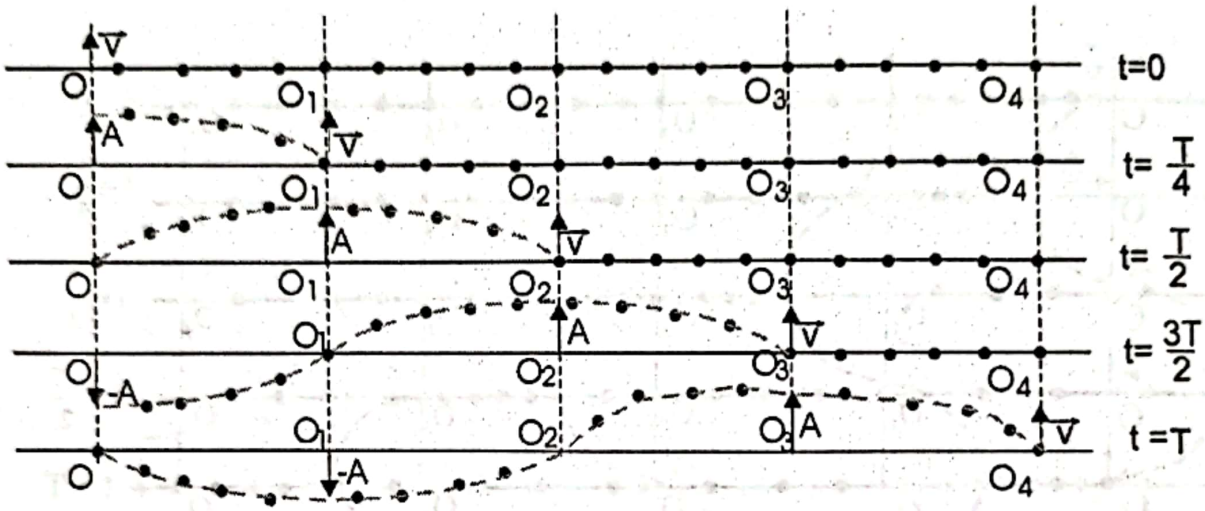


Figura II. 11. Propagarea undei transversale

Undele longitudinale se pot propaga în orice mediu (solid, lichid, gaz) în timp ce undele transversale se propagă numai în medii solide (excepţie fac undele de suprafaţă la lichide).

II.4 Viteza de propagare a undelor

Considerăm o undă longitudinală care se propagă într-o bară alcătuită dintr-un material de densitate ρ, modul de elasticitate E şi aria secţiunii transversale S.

Dacă asupra barei (figura II. 12) acţionează o forţă $\vec{F}$ într-un interval de timp Δt foarte mic, secţiunea S se deplasează în lungul axei cu o viteză v, parcurgând distanţa $\Delta l = v \cdot \Delta t$

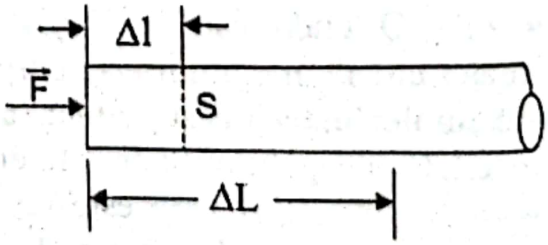


Figura II. 12

Scanned with OKEN Scanner

comprimând astfel straturile vecine.

Datorită forţelor elastice, porţiunea de bară vecină cu extremitatea se destinde şi se comprimă alternativ.

Aceste perturbaţii se vor propaga în bară cu viteza v_l parcurgând în Δt distanţa $\Delta L = v_l \cdot \Delta t$. Utilizând legea lui Hooke putem scrie:

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{\Delta L} = E \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta L} \Rightarrow F = E \cdot S \cdot \frac{v}{v_l} \qquad \text{(II. 3)}$$

Masa barei afectată de oscilaţii este:

$$m = \rho \cdot S \cdot \Delta L = \rho \cdot S \cdot v_l \cdot \Delta t \qquad \text{(II. 4)}$$

dar $$F \cdot \Delta t = m \cdot v \qquad \text{(II. 5)}$$

Înlocuim în (II. 5) relaţiile (II. 3) şi (II. 4).

$$E \cdot S \cdot \frac{v}{v_l} \cdot \Delta t = \rho \cdot S \cdot v_l \cdot \Delta t \cdot v \Rightarrow \boxed{v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}} \qquad \text{(II. 6)}$$

Pentru gaze rolul modulului de elasticitate este jucat de presiune. Ţinând cont de acest fapt şi de experienţă, viteza undelor longitudinale în gaze este dată de relaţia:

$$\boxed{v_l = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}} \qquad \text{(II. 7)}$$

$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ este exponentul adiabatic.

Pentru a deduce expresia vitezei de propagare a undelor transversale într-o coardă întinsă între două suporturi fixe (figura II. 13, a), vom considera că o mică porţiune a ei este deplasată lateral şi lăsată apoi liberă; perturbaţia se va propaga în ambele sensuri de la punctul care a suferit deplasarea.

La momentul t = 0, se aplică o forţă constantă, transversală asupra capătului stâng al corzii, care se

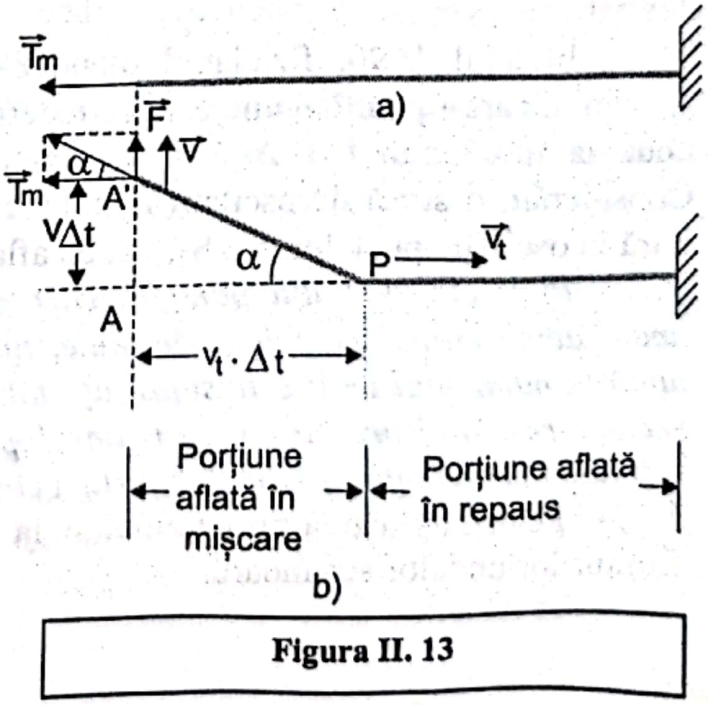


Figura II. 13

Scanned with OKEN Scanner

deplasează în sus cu viteza v. După un timp Δt, foarte mic, toate punctele aflate la stânga punctului P sunt în mişcare (figura II. 13, b), în timp ce punctele aflate la dreapta punctului P sunt în repaus.

Graniţa dintre porţiunea aflată în mişcare şi cea aflată în repaus se deplasează spre dreapta cu viteza de propagare v_t. Din figura (II. 13, b) rezultă:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F}{T_m} = \frac{v}{v_t} \Rightarrow F = T_m \cdot \frac{v}{v_t} \qquad \text{(II. 8)}$$

unde T_m este tensiunea mecanică în coardă (fir).

Definim densitatea liniară de masă astfel: $\mu = \frac{m}{l}$ (II. 9)

Aplicăm teorema de variaţe a impulsului porţiunii aflate în mişcare:

$\Delta p = F \cdot \Delta t$ (II. 10)

Dar $\Delta p = m \cdot v = \mu \cdot v_t \cdot \Delta t \cdot v$ (II. 11)

Deoarece unghiul α este foarte mic, am aproximat $A'P \cong AP$.

Din relaţiile (II. 8), (II. 10) şi (II. 11) obţinem:

$$\mu \cdot v_t \cdot \Delta t \cdot v = T_m \frac{v}{v_t} \cdot \Delta t \Rightarrow \boxed{v_t = \sqrt{\frac{T_m}{\mu}}} \qquad \text{(II. 12)}$$

II.5 Principiul lui Huygens

În anul 1690, fizicianul olandez Cristian Huygens a enunţat un principiu, care-i poartă numele, şi care permite să se afle poziţia frontului de undă la momentul t + Δt dacă se cunoaşte poziţia lui la momentul t. Considerăm o sursă de oscilaţii armonice S (figura II. 14). La momentul t intră în oscilaţie puctelor $S_1, S_2, \ldots, S_n$ aflate pe frontul de undă F.

Punctele mediului până la care s-a propagat, la un moment dat unda, devin surse secundare de unde, numite unde secundare; frontul de undă la momentul t+Δt este suprafaţa tangentă tuturor fronturilor de undă secundare (înfăşurătoarea sau anvelopa undelor secundare). Această afirmaţie reprezintă principiul lui Huygens.

Pentru aplicarea principiului se ia în considerare partea progresivă a fronturilor undelor secundare.

Scanned with OKEN Scanner

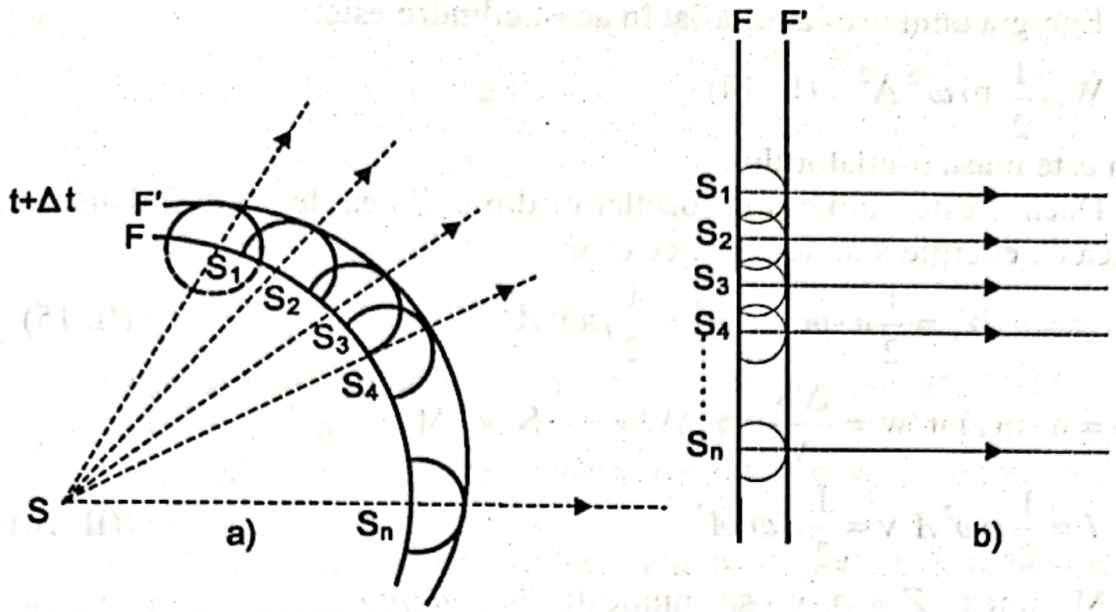


Figura II. 14. Construcția fronturilor de undă cu ajutorul principiului lui Huygens

II.6 Transferul energiei prin unde

În procesul propagării undelor elastice, particulele mediului oscilează în jurul pozițiilor lor de echilibru. Aceasta înseamnă că propagarea undelor nu este însoțită de transfer de masă, ci numai de un transfer de energie de la sursă. Din punct de vedere energetic, unda este caracterizată printr-o mărime fizică numită intensitate.

Intensitatea undei reprezintă energia transportată de undă în unitatea de timp prin unitatea de suprafață, perpendiculară pe direcția de propagare.

$$I = \frac{1}{S} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad \text{(II. 13)}$$

Vom delimita în mediul elastic un cilindru (figura II. 15) cu suprafața bazei de arie S și înălțime egală cu $v \cdot \Delta t$, unde v este viteza de propagare a undei.

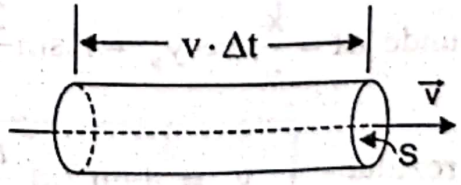


Figura II. 15

Scanned with OKEN Scanner

Energia unui oscilator, aflat în acest cilindru este:

$$W_1 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \quad \text{(II. 14)}$$

unde m este masa oscilatorului.

Dacă n este numărul de oscilatori din unitatea de volum, densitatea volumică de energie a undei elastice este:

$$w = n \cdot W_1 = \frac{1}{2} n \cdot m \cdot \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \quad \text{(II. 15)}$$

unde $\rho = n \cdot m$, iar $w = \frac{\Delta W}{V} \Rightarrow \Delta W = w \cdot S \cdot v \cdot \Delta t$

$$I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v = \frac{1}{2} Z \omega^2 A^2 \quad \text{(II. 16)}$$

Mărimea $Z = \rho \cdot v$ se numeşte *impedanţa acustică a mediului elastic.*

II.7 Ecuaţia undei plane

Considerăm o undă plană produsă, într-un mediu nedisipativ, de o sursă de oscilaţii armonice S. Unda se propagă cu viteza v în lungul axei Sx. Punctul S oscilează după legea:

$$y = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t$$

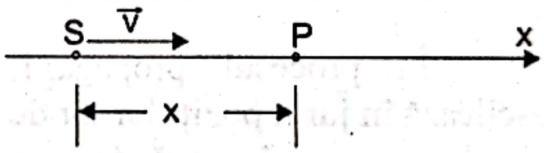


Figura II. 16

După un interval de timp Δt, necesar parcurgerii distanţei x cu viteza v, va intra în oscilaţie armonică punctul P având aceeaşi frecvenţă şi amplitudine dar cu întârziere de fază. Legea de mişcare a punctului P este:

$$y_p = y(x,t) = A \sin \frac{2\pi}{T}(t - \Delta t) \quad \text{(II. 17)}$$

unde $\Delta t = \frac{x}{v} \Rightarrow y_p = A \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right)$ dar $\lambda = v \cdot T$

rezultă:

$$y_p = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \text{(II. 18)}$$

Scanned with OKEN Scanner

numită *ecuația undei plane*.

Alte forme: $y_p = A\sin 2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)$

$y_P = A\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$; $y_P = A\sin(\omega t - kx)$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ se numește număr de undă; $k = \frac{2\pi}{\nu T} = \frac{\omega}{\nu}$

Ecuația undei plane arată că elongația unui punct aflat pe direcția de propagare depinde simultan de coordonată și timp.

Unda care se propagă într-un mediu are o dublă periodicitate: temporală și spațială.

În tabelul următor este prezentată analogia între mărimile fizice spațiale și cele temporale caracteristice unei unde plane.

Mărimi spațiale	*Mărimi temporale*
x - coordonată spațială	t - coordonată temporală
λ - perioadă spațială	T - perioadă temporală
$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - număr de undă sau frecvență spațială	$\omega = \frac{2\pi}{T}$ - pulsație sau frecvență temporală

Faza undei $\varphi = \omega t - kx$ - face legătura între mărimile spațiale și cele temporale.

Considerând o undă produsă de sursa S, care se propagă de-a lungul axei Ox (figura II. 17) și două puncte P_1 și P_2 de coordonate x_1 și x_2 putem scrie: $y_{P_1} = A\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x_1\right)$

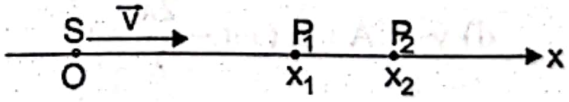


Figura II. 17

$y_{P_2} = A\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x_2\right)$

Diferența de fază dintre fazele oscilațiilor punctelor P_1 și P_2 va fi:

$\Delta\varphi =$ (II. 19)

unde $\Delta x = x_2 - x_1 = \delta$ se numește *diferență de drum*.

Scanned with OKEN Scanner

Problemă rezolvată

Ecuația de oscilație a unei surse situate într-un mediu elastic are forma:

$y=2\sin 100\pi t$ (mm)

Dacă viteza de propagare a undei este $v_0 = 20$m/s, să se determine:

a) frecvența și lungimea de undă;

b) timpul t_1 după care intră în oscilație un punct, din mediul elastic, situat la distanța $x_1=20$m față de sursă;

c) ecuația de oscilație a unui punct P situat la o distanță x față de sursă;

d) diferența de fază dintre două puncte situate pe direcția de propagare la distanța $\Delta x=0,2$m;

e) elongația, viteza și accelerația punctului care a intrat în oscilație la momentul t_1.

Rezolvare:

a) Se scrie formula generală a legii de mișcare:

$y=A\sin(\omega t+\varphi_0)$; prin identificare cu ecuația dată $y=2\sin 100\pi t$ (mm) se obține: A=2mm, $\varphi_0=0$ și $\omega = 100\pi\ s^{-1}$.

Știind că $\omega = 2\pi\nu$ rezultă: $\nu = \omega/2\pi = 50$Hz, $\lambda = v_0T = v_0/\nu = 0,4$ m.

b) Aplicând legea mișcării rectilinii uniforme rezultă:

$t_1 = x_1/v_0 = 1$s

c) $y_P = A\sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x) \Rightarrow y_P = 2\sin(100\pi t - 5\pi x)$ (mm)

d) $y_P = A\sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$;

și într-un punct P' $y_{P'} = A\sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x')$;

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{0,4}\cdot 0,2 = \pi$$

e) $y_1 = A\sin(\omega t_1 - \frac{2\pi}{\lambda}x_1) = 0$

$$v = \omega A\cos(\omega t_1 - \frac{2\pi}{\lambda}x_1) = \omega A = 0,628\text{m/s}; \quad a = -\omega^2 y = 0$$

Scanned with OKEN Scanner

II.8 Reflexia undelor

Reflexia este fenomenul de întoarcere a undei în mediul din care a venit atunci când întâlneşte suprafaţa de separare a două medii.

Undele care se propagă spre suprafaţa de separare a două medii se numesc unde incidente, iar cele care se întorc se numesc unde reflectate.

Legile reflexiei pot fi explicate cu ajutorul principiului lui Huygens.

Considerăm o undă plană care înaintează către suprafaţa de separare a două medii, reprezentată în figura II. 18 prin dreapta (d). Unghiul dintre direcţia de propagare a undei incidente (raza incidentă) şi normala la suprafaţa (d) se numeşte unghi de incidenţă, iar unghiul dintre direcţia de propagare a undei reflectate (raza reflectată) şi normala la suprafaţa (d) se numeşte unghi de reflexie. Punctul, aflat pe suprafaţa (d), atins de unda incidentă se numeşte punct de incidenţă.

Fenomenul de reflexie se produce cu respectarea a două legi:

1° Raza incidentă, raza reflectată şi normala la suprafaţa de separare în punctul de incidenţă se găsesc în acelaşi plan (planul de incidenţă).

2° A doua lege stabileşte legătura dintre unghiul de reflexie şi unghiul de incidenţă.

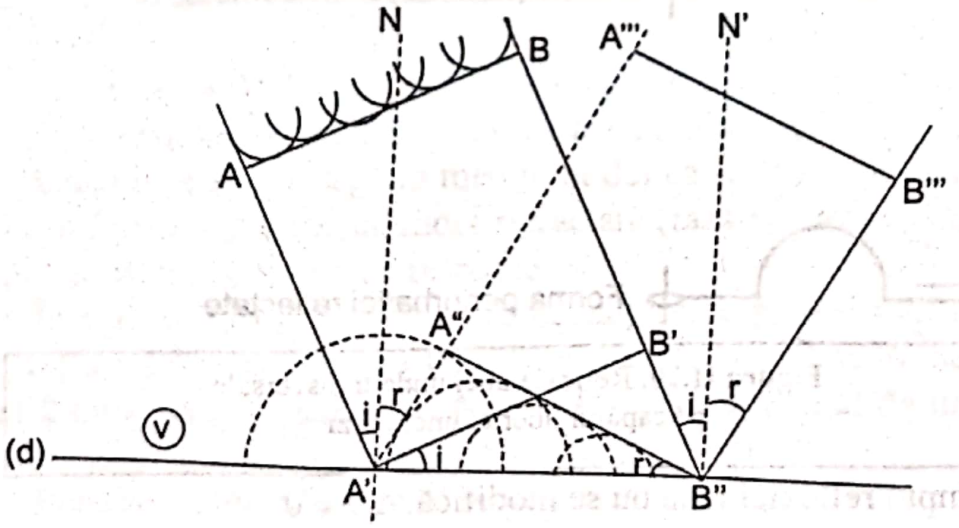


Figura II. 18. Reflexia undelor

Din figura II. 18 se observă că i = unghiulB'A'B'' şi că r = unghiul A'B''A'' ca unghiuri cu laturile perpendiculare.

Scanned with OKEN Scanner

$\Delta A'B'B'' = \Delta A'A''B''$ deoarece triunghiurile sunt dreptunghice, A'B'' - latură comună și B'B''=A'A''=v t, rezultă *legea a doua a reflexiei*:

$$r = i \quad \text{(II. 20)}$$

În laborator fenomenul de reflexie poate fi pus în evidența cu ajutorul cuvei pentru studiul undelor (figura II. 7). Aspectul undelor de suprafață, în cazul reflexiei, când folosim o sursă liniară este redat în figura II. 19.

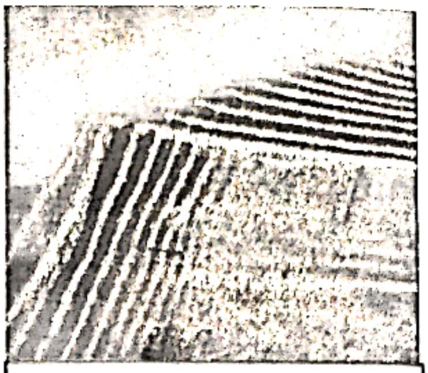


Figura II. 19 Reflexia undelor de suprafață în cuva cu lichid

II.9 Reflexia cu schimbare de sens

Experimental s-a constatat că în funcție de natura mediului pe care se produce reflexia undelor apar două cazuri.

1° *Reflexia undelor pe un mediu mai puțin rigid* sau reflexia undelor transversale dintr-o coardă pe capătul mobil (liber) (figura II. 20).

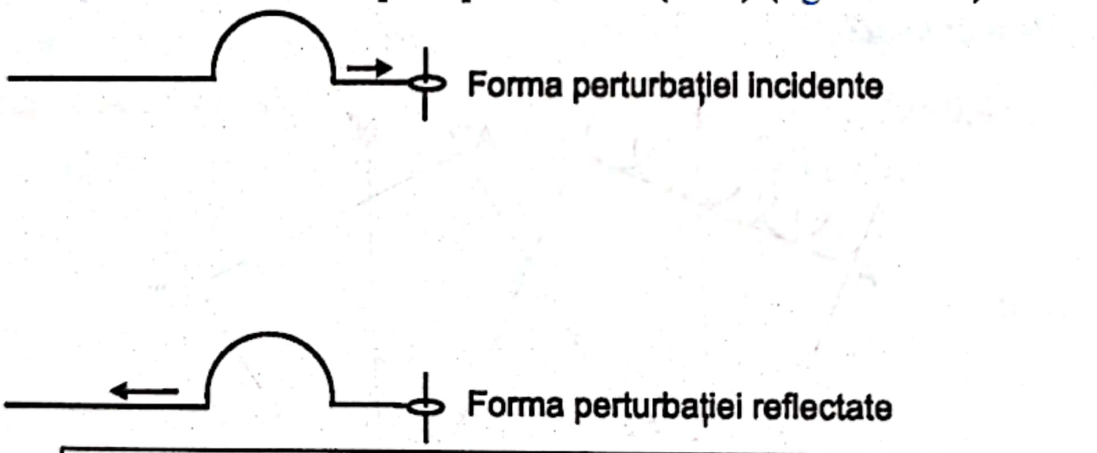


Figura II.20. Reflexia unei unde transversale pe capătul liber al unei corzi

În timpul reflexiei faza nu se modifică: $\Delta\varphi = 0$

$$\text{dar } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta \Rightarrow \delta = 0 \quad \text{(II. 21)}$$

$\delta = \Delta x$ - diferența de drum

2^0 *Reflexia undelor pe un mediu mai rigid* sau reflexia undelor transversale dintr-o coardă pe capătul fix (figura II. 21).

Scanned with OKEN Scanner

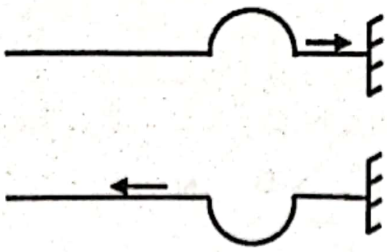


Figura II.21. . Reflexia undei transversale pe capătul fix al unei corzi

rin reflexie se introduce o diferenţă de fază:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta\varphi = \pi \\ \delta = \dfrac{\lambda}{2\pi}\cdot\Delta\varphi\end{array}\right\} \Rightarrow \delta = \frac{\lambda}{2} \qquad \text{(II. 22)}$$

Unda reflectată având *„bucla"* în jos.

Concluzie:

Numai reflexia undelor pe un mediu mai rigid introduce o diferenţă de fază egală cu π şi o diferenţă de drum de λ/2 (pierdere).

II.10 Refractia undelor

Refracţia este fenomenul de schimbare a direcţiei de propagare a undei la traversarea suprafeţei de separare a două medii.

Unda care se propagă în mediul al doilea se numeşte undă refractată. Unghiul *r* format de direcţia undei refractate (raza refractată) cu normala la suprafaţă se numeşte unghi de refracţie.

În intervalul de timp în care oscilaţiile se propagă în mediul 1 cu viteza v_1, din B' în B'' (figura II. 22), oscilaţiile punctului A' se propagă în mediul 2 cu viteza v_2, din A' în A''. A'' B'' devine frontul de undă al undei refractate.

Fenomenul de refracţie se produce cu respectarea a două legi:

1^0 *Raza incidentă, raza refractată şi normala la suprafaţa de separare în punctul de incidenţă se găsesc în acelaşi plan (planul de incidenţă).*

2^0 *A doua lege stabileşte relaţia de legătură dintre unghiul de refracţie şi unghiul de incidenţă.*

Scanned with OKEN Scanner

Din figura II. 22 se observă că:

r = (unghi) $A'B''A''$

i = (unghi) $B'A'B''$

În ambele cazuri unghiurile au laturile perpendiculare.

Folosind $\Delta A'B'B''$ şi $\Delta A'B''A''$ putem scrie :

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{B'B''}{A'B''} \cdot \frac{A'B''}{A'A''} = \frac{v_1 t}{v_2 t} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}} \quad \text{(II. 23)}$$

cunoscută ca *legea a doua a refracţiei.*

Dacă $v_1 > v_2$ aplicând (II. 23) obţinem $i > r$. Raza refractată se apropie de normală (figura II. 23).

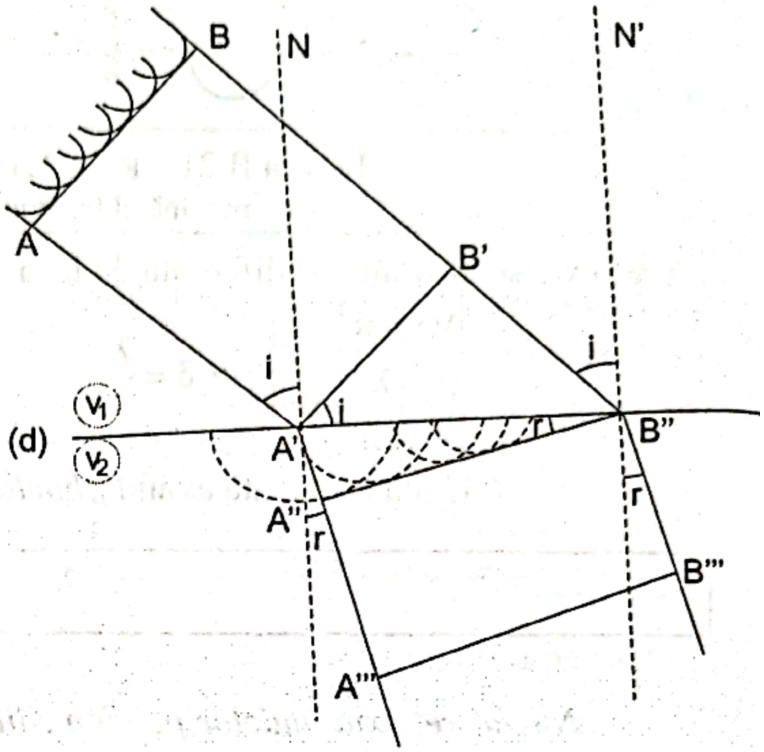


Figura II. 22. Refracţia undelor

Dacă $v_1 < v_2$, obţinem $i < r$. Raza refractată se depărtează de normală (figura II. 24). În acest caz unghiul maxim de refracţie este $\pi/2$.

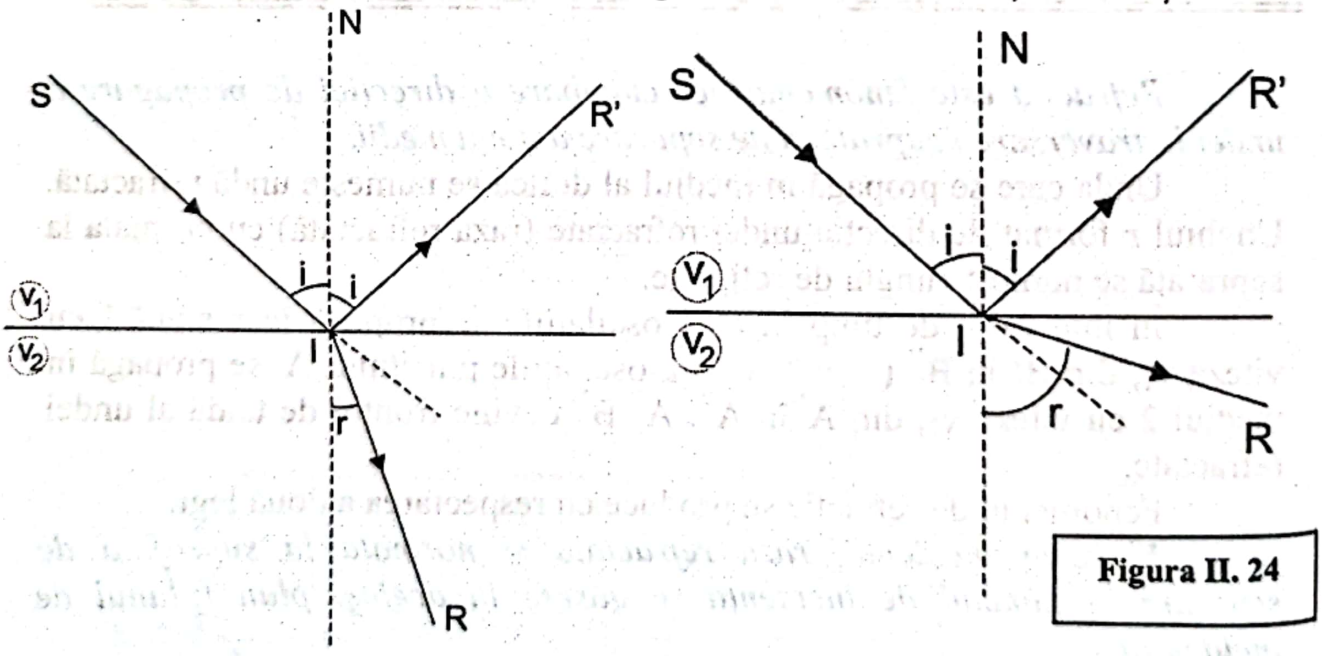


Figura II. 24

Unghiul de incidenţă corespunzător se numeşte unghi limită (l).

Scanned with OKEN Scanner

$$\sin l = \frac{v_1}{v_2} \qquad \text{(II. 24)}$$

Pentru unghiuri de incidenţă i>l nu mai are loc refracţia. În acest caz se produce fenomenul de *reflexie totală*.

Raportul vitezelor de propagare în cele două medii

$$\frac{v_1}{v_2} = n_{21} \qquad \text{(II. 25)}$$

se numeşte *indice de refracţie relativ al mediului al doilea faţă de primul.*

Aspectul undelor de suprafaţă în cazul refracţiei, obţinut cu ajutorul cuvei pentru studiul undelor, este redat în figura II. 25.

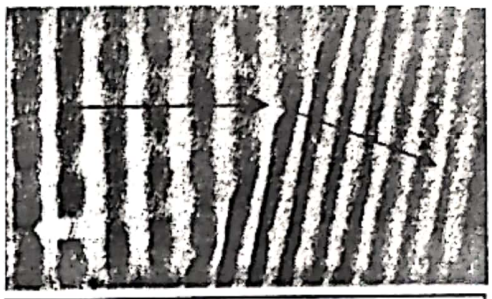


Figura II. 25. Refracţia undelor de suprafaţă în cuva cu lichid

II.11 Interferenţa undelor

Interferenţa este fenomenul de suprapunere şi compunere a două sau mai multe unde coerente.

Coerenţa presupune ca undele să aibă aceeaşi frecvenţă şi o diferenţă de fază constantă în timp, în acest caz obţinându-se un fenomen de interferenţă staţionar.

Presupunem două surse, care produc unde de suprafaţă şi care oscilează în aceeaşi direcţie cu aceeaşi frecvenţă având între ele o diferenţă de fază constantă în timp, numite surse coerente (figura II. 26).

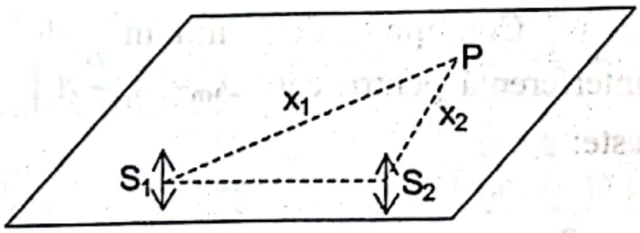


Figura II. 26

Oscilaţiile care ajung în punctul P sunt oscilaţii armonice descrise de legile:

$$y_{1P} = A_1 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_1) \qquad \text{(II. 26)}$$

$$y_{2P} = A_2 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_2) \qquad \text{(II. 27)}$$

Punctul P va descrie o mişcare oscilatorie rezultată din compunerea celor două oscilaţii (II. 26) şi (II. 27):

Scanned with OKEN Scanner

$$y_p = y_{1P} + y_{2P} = A\sin(\omega t + \varphi_0) \qquad \text{(II. 28)}$$

unde $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\frac{2\pi}{\lambda}\delta$ (II. 29)

iar $\delta = \Delta x = x_2 - x_1$ este diferența de drum.

Amplitudinea oscilației punctului P depinde de A_1 și A_2 dar și de diferența de drum δ, luând valori cuprinse între $A_M=A_1+A_2$ (maxim de interferență) și $A_m=|A_1 - A_2|$ (minim de interferență). Totalitatea punctelor de aceeași amplitudine (minimă sau maximă) pot forma o franjă de interferență. În cazul prezentat franjele au forma unor arce de hiperbolă (figura II. 27).

Condiția de maxim de interferență pentru care $A_M=A_1+A_2$ este:

$$\cos\frac{2\pi}{\lambda}\delta_M = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\delta_M = 2k\pi$$

$$\delta_M = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

k=0,1,2,... (II.30)

Maximele de interferență se obțin dacă diferența de drum este un număr par de $\lambda/2$ sau număr întreg de λ.

Condiția de minim de interferență pentru care $A_m=|A_1 - A_2|$ este:

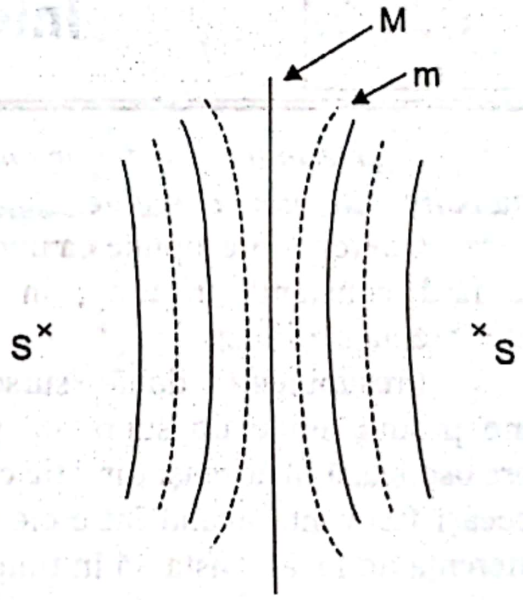


Figura II. 27. Franje de interferență

$$\cos\frac{2\pi}{\lambda}\delta_m = -1 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\delta_m = (2k+1)\pi,$$

$$\delta_m = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k=0,1,2,... \qquad \text{(II. 31)}$$

Minimele de interferență se obțin dacă diferența de drum este un număr impar de $\lambda/2$. Dacă $A_1=A_2$, amplitudinea rezultantă este nulă (punctele de minim sunt în repaus).

În cazul propagării undelor în spațiu franjele de interferență vor fi niște suprafețe (hiperboloizi).

Scanned with OKEN Scanner

Imaginea figurilor de interferenţă de la suprafaţa unui lichid obţinută în cuvă este prezentată în figura II. 28.

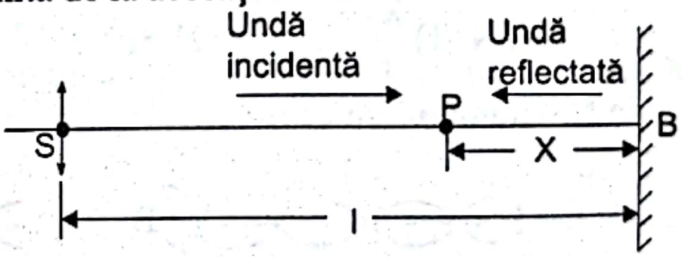
Rezultatele obţinute pentru cazul particular considerat sunt valabile atât în cazul undelor transversale cât şi al undelor longitudinale, indiferent de forma suprafeţei de undă.

Figura II. 28. Interferenţa a două sisteme de unde circulare cu distanţe diferite între centrele excitatoare. Se văd benzile de extincţie reciprocă.

II.12 Unde staţionare

Undele staţionare reprezintă un caz particular de interferenţă dintre două unde de amplitudini egale care se propagă pe aceeaşi direcţie în sensuri opuse. Undele staţionare se pot obţine prin suprapunerea undei incidente cu unda reflectată provenită de la aceeaşi sursă.

Presupunem o coardă fixată în B şi legată la o sursă de oscilaţii transversale în S (vibrator), ca în figura II. 29.



Figură II. 29

Diferenţa de drum dintre undele care interferă într-un punct P poate fi exprimată în funcţie de distanţa PB=x.

$$\delta = x_r - x_i = (l + x + \lambda/2) - (l - x) \Rightarrow \delta = 2x + \lambda/2 \qquad \text{(II. 32)}$$

$\lambda/2$ se adaugă datorită reflexiei cu schimbare de sens în punctul B (capăt fix al firului). În urma interferenţei anumite puncte vor oscila cu amplitudine maximă, numite *ventre*, iar altele cu amplitudine minimă (nulă), numite *noduri* (figura II. 30).

Scanned with OKEN Scanner

Punctele pentru care diferența de drum este $\delta_M = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda$, oscilează cu amplitudine maximă

$\Rightarrow 2\,x_v + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$;

$$x_v = (2k-1)\frac{\lambda}{4}, \quad \text{(II. 33)}$$

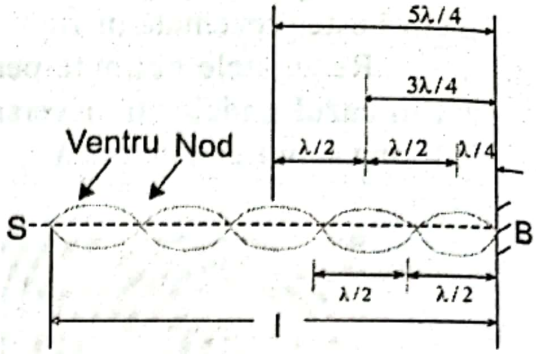


Figura II. 30

Ventrele se succed față de B, la distanțe egale cu numere impare de $\lambda/4$.

Punctele pentru care diferența de drum este $\delta_m = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ oscilează cu amplitudine minimă $\Rightarrow 2x_n + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

$$x_n = 2k\frac{\lambda}{2} - k\frac{\lambda}{2} \quad \text{(II. 34)}$$

Nodurile se succed, față de B, la distanțe egale cu numere pare de $\lambda/4$ sau numere întregi de $\lambda/2$.

Dacă la capete se formează noduri: $l = N\lambda/2$ (II. 35)

unde N – numărul de ventre.

Dacă la un capăt se formează ventru, iar la celălalt nod (figura II. 31):

$$l = (2N-1)\frac{\lambda}{4}, \quad N > 1 \quad \text{(II. 36)}$$

unde N – numărul de ventre.

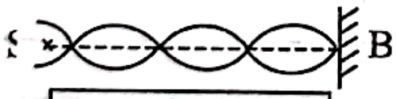


Figura II. 31

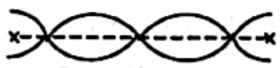


Figura II. 32

Dacă la capete se formează ventre (figura II. 32):

$l = N\lambda/2$ (II. 37)

unde N – numărul de noduri.

Scanned with OKEN Scanner

În figura II. 33 este prezentat un dispozitiv experimental pentru obținerea undelor staționare într-o coardă.

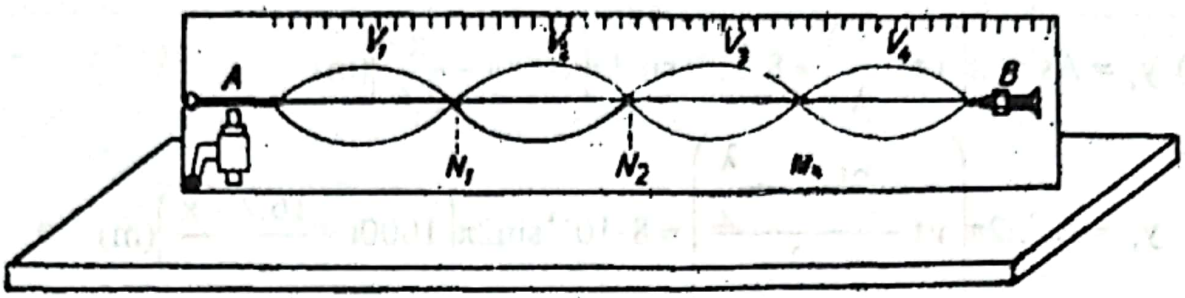


Figura II. 33 Unde staționare într-o coardă.

Problemă rezolvată

O bară din cupru având densitatea $\rho = 8900 kg \cdot m^{-3}$ și lungimea l=7,2 m este fixată rigid la un capăt într-un perete, iar la capătul liber se află un oscilator care vibrează după legea $y = 8 \cdot 10^{-3} \sin 2000\pi t$ (m).

Dacă undele longitudinale se propagă în lungul barei cu viteza $v = 3600 \, m \cdot s^{-1}$, să se determine:

a) frecvența și lungimea de undă a oscilațiilor;
b) modulul de elasticitate longitudinal al materialului barei;
c) ecuațiile undelor incidentă și reflectată într-un punct situat la distanța x de capătul liber al barei;
d) ecuația undei staționare rezultantă în punctul de interferență a celor două unde;
e) numărul de fuse ce se formează în lungul barei.

Rezolvare:

a) din $y = 8 \cdot 10^{-3} \sin 2000\pi t \, (m)$, prin identificare cu forma generală $y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ se obține:

$$\omega = 2000\pi s^{-1}; \; \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2000\pi}{2\pi} = 1000 Hz; \; A = 8 \cdot 10^{-3} m; \; \varphi_0 = 0$$

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = 3{,}6 \, m$$

Scanned with OKEN Scanner

b) din $v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \Rightarrow E = \rho \cdot v^2 = 1{,}15 \cdot 10^{11}\ N/m^2$

c) $y_i = A\sin 2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right) = 8 \cdot 10^{-3}\sin 2\pi\left(1000t - \frac{x}{3{,}6}\right)(m)$

$$y_r = A\sin 2\pi\left(\nu t - \frac{2l - x + \frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right) = 8 \cdot 10^{-3}\sin 2\pi\left(1000t - \frac{16{,}2 - x}{3{,}6}\right)(m)$$

d) $y = y_i + y_r = A\sin 2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right) + A\sin 2\pi\left(\nu t - \frac{2l}{\lambda} + \frac{x}{\lambda} - \frac{1}{2}\right)$

Se cunoaşte că: $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$$y = 2A\cos 2\pi\left(\frac{l-x}{\lambda} + \frac{1}{4}\right)\sin 2\pi\left(\nu t - \frac{l}{\lambda} - \frac{1}{4}\right)$$

$$y = 16 \cdot 10^{-3}\cos 2\pi\left(2{,}25 - \frac{10x}{36}\right)\sin 2\pi(1000t - 2{,}25)(m)$$

e) când la capete se formează noduri este îndeplinită condiţia: $l = n\frac{\lambda}{2}$

unde n este numărul de ventre (fuse) $\Rightarrow n = \frac{2l}{\lambda} = 4$

II.13 Difracţia undelor

Considerăm o sursă de unde mecanice care se propagă într-un mediu. Pe direcţia de propagare se aşează un paravan prevăzut cu un orificiu (sau o fantă) ca în figura II. 34.

Experimental se constată că undele se propagă şi în spatele paravanului, unde distingem două zone, una de "lumină" geometrică şi alta de "umbră" geometrică.

Scanned with OKEN Scanner

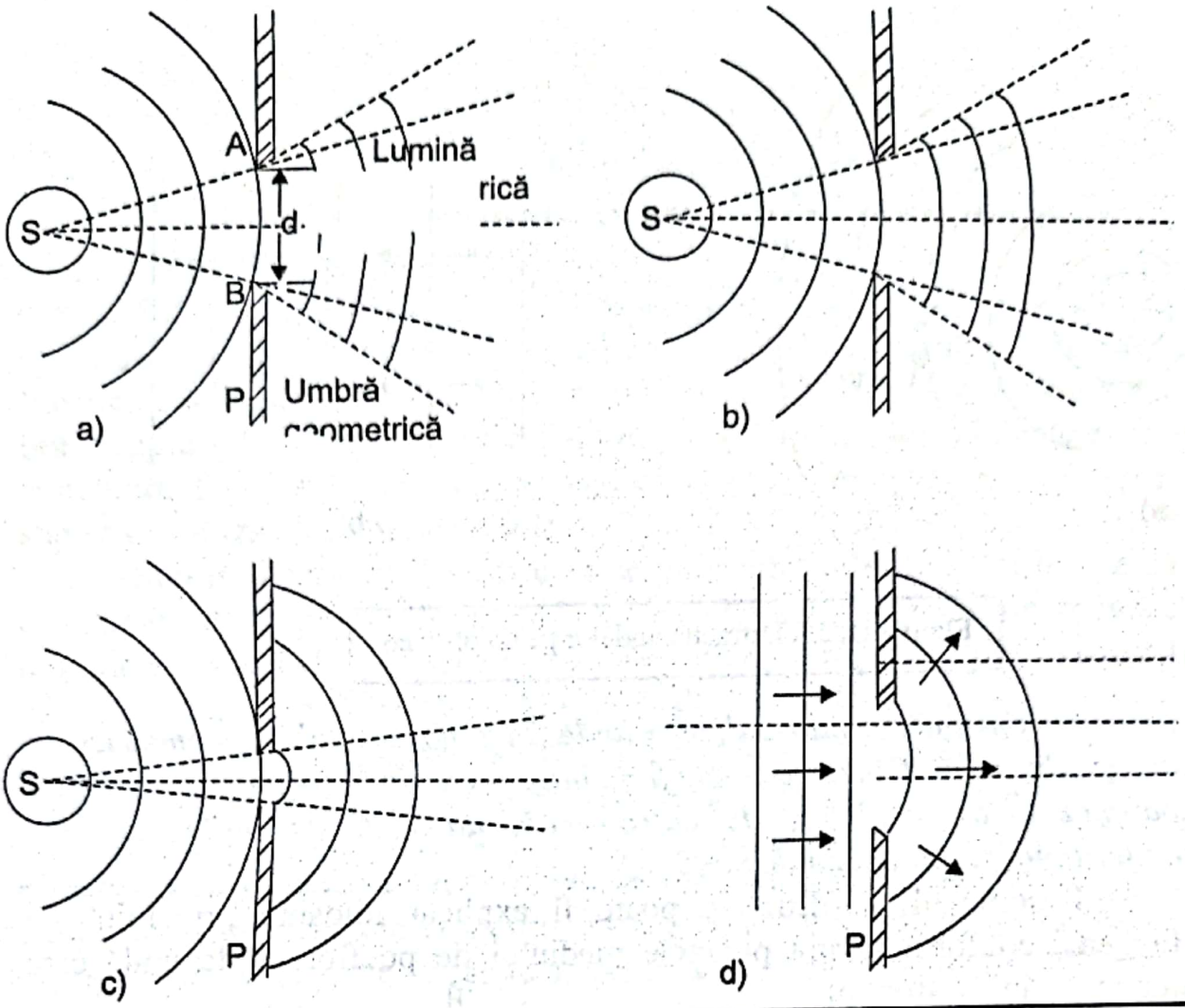


Figura II.34. Difractia undelor pe o fantă cu dimensiunea d, într-un paravan P.

În funcţie de relaţia dintre d şi λ distingem trei situaţii:

a) $d>>\lambda$, undele pătrund în spatele paravanului numai în zona de lumină geometrică (figura II. 34,a);

b) $d \cong \lambda$, undele pătrund în zona de umbră geometrică(fig. II.34.b);

c) $d<\lambda$, undele pătrund din ce în ce mai mult în zona de umbră geometrică odată cu scăderea distanţei d (figura II. 34, c, d).

Dacă pe direcţia de propagare unda întâlneşte un obstacol de dimensiuni mai mici ca lungimea de undă se observă că ea se propagă şi în spatele obstacolului, "ocolindu-l" (figura II. 35).

Scanned with OKEN Scanner

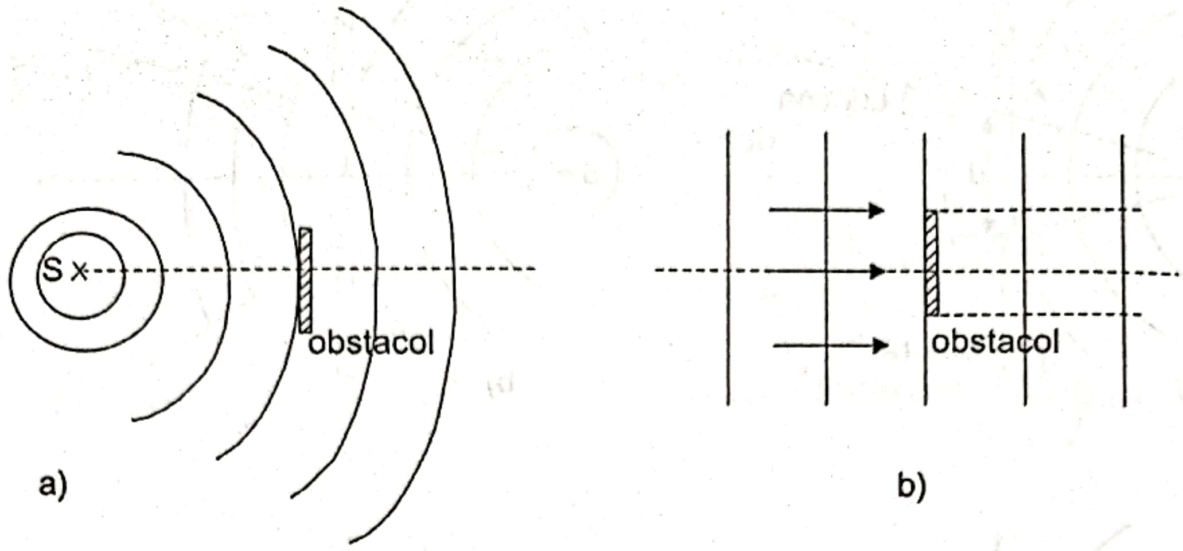


Figura II. 35. Difracția undelor pe un obstacol.

Fenomenul de pătrundere a undei în zona de umbră geometrică se numeşte difracție. Difracția poate fi definită şi ca fiind fenomenul de ocolire aparentă a obstacolelor, de către undă, dacă dimensiunile lor sunt comparabile cu lungimea de undă.

Fenomenul de difracție poate fi explicat folosind principiul lui Huygens, conform căruia punctele mediului de pe frontul de undă care ajunge în dreptul fantelor, devin surse de oscilații pentru unda care se propagă în spatele paravanului (figura II. 36).

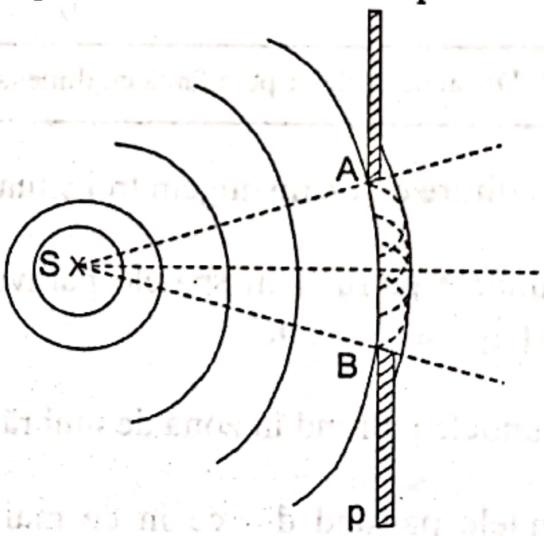


Figura II. 36

Fronturile de undă din spatele paravanului se obțin construind suprafețe tangente fronturilor de undă ale undelor secundare emise de punctele de pe segmentul AB. Cu cât dimensiunile orificiului sunt mai mici, în raport cu lungimea de undă, cu atât este mai mică raza frontului de undă.

Difracția undelor se poate observa şi în cazul unui paravan prevăzut cu o succesiune de fante (rețea de difracție).

Scanned with OKEN Scanner

11.14 Unde seismice

Seismologia este ştiinţa care se ocupă cu studiul cutremurelor şi al undelor care se propagă prin Pământ. În interiorul Pământului, între plăcile litosferice se acumulează în timp tensiuni foarte mari datorită cărora apar brusc rupturi şi deplasări care constituie uneori perturbaţii violente numite cutremure. Pământul eliberează energie evoluând ca orice sistem fizic spre o stare caracterizată de energie minimă.

Sub influenţa tensiunilor care se nasc între diferite plăci litosferice, apar deformări continue: elastice, plastice şi fracturi. Fracturile provoacă modificări bruşte ale tensiunilor în locul de fracturare, numit *focar*, situat la adâncimi cuprinse între 5 - 700 km. Proiecţia focarului pe suprafaţa Pământului se numeşte *epicentru*. Variaţiile rapide în timp ale stării de tensiune dintre plăcile litosferice generează unde elastice care transferă energia de la un strat la cele vecine. O parte din energie învinge frecările pe planul de falie sau produce alte tensionări, deformări elastice, plastice, fracturări şi încălziri ale straturilor prin care se propagă. Cealaltă parte a energiei eliberate este trasferată prin unde seismice care îşi reduc amplitudinea şi intensitatea odată cu distanţa parcursă.

Cutremurele pot avea cauze interne (vulcanice, tectonice) sau cauze externe (meteoriţi, comete, variaţii mari ale presiunii atmosferice).

După aria geografică unde se produc cutremurele pot fi clasificate în:

- continentale, care se produc în zone vulcanice active şi la contactul dintre plăci litosferice;
- marine, care se produc în lungul dorsalelor oceanice la contactul dintre plăcile oceanice şi pot provoca valuri uriaşe – tsunami.

După frecvenţă şi intensitate cutremurele pot fi:

- policinetice, caracterizate printr-o zguduire principală urmată de o serie de replici;
- monocinetice caracterizate de cutremure slabe, precursoare şi o singură zguduire principală în care este eliberată o energie foarte mare.

Până la adâncimi de aproximativ 100 km unde este cea mai mare frecvenţă a cutremurelor, Pământul poate fi considerat ca un corp elastic, prezentând proprietăţi de omogenitate şi izotropie. Perturbaţia produsă în focar se transmite din apoape în aproape sub forma unei unde, numită *undă seismică*

Scanned with OKEN Scanner

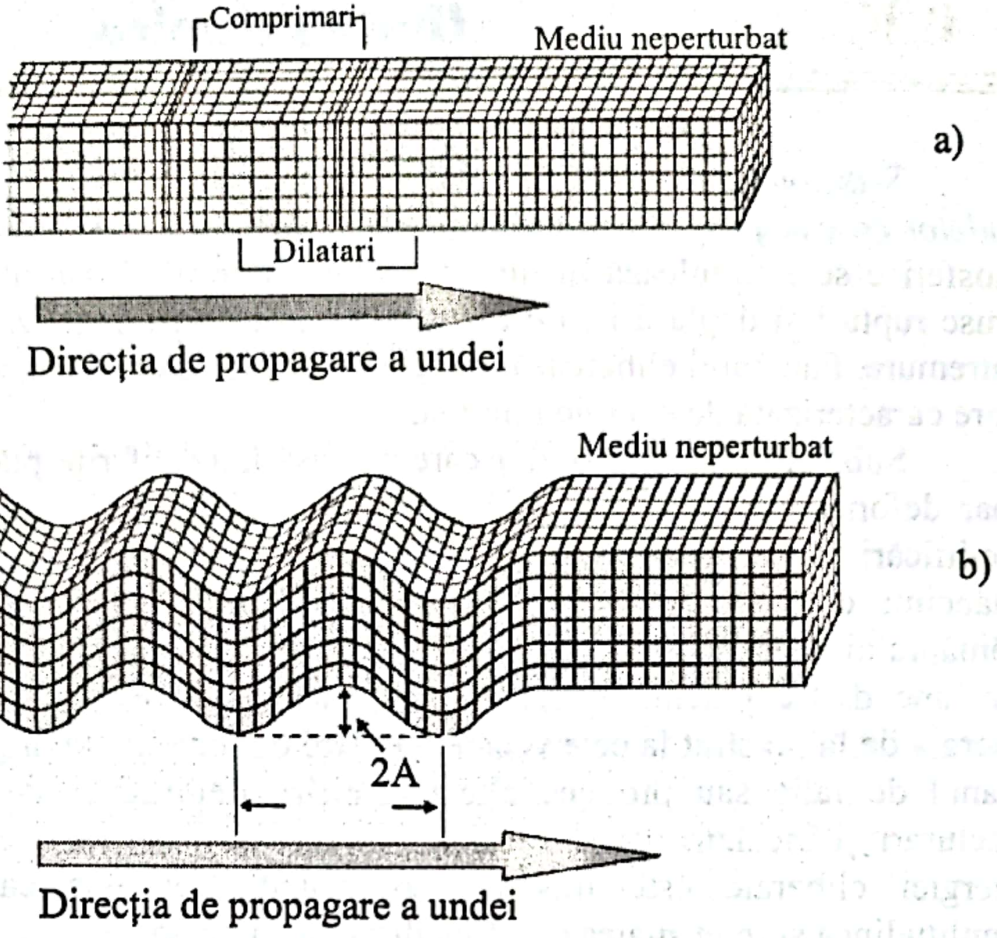


Figura II. 37 a) Unda P
b) Unda S
c) Seismograma

Într-un mediu omogen şi elastic se produce o distribuţie independentă a două tipuri de unde:

- unde longitudinale care se propagă cu viteza cea mai mare (7-13 km/s), primele înregistrate de seismografe, numindu-se şi unde primare sau unde P (figura II. 37, a);

Scanned with OKEN Scanner

- unde transversale care se propagă cu viteză mai mică (4-7,3 km/s) numite şi unde secundare sau unde S (figura II. 37, b).

Prin interferenţa undelor longitudinale şi transversale care ajung la suprafaţa Pământului, sub un unghi mic faţă de orizontală, se formează undele de suprafaţă sau undele lungi (undele L) cu viteza de propagare de aproximativ 3,4 km/s. În figura II. 37, c este prezentată o seismogramă în care se pot distinge diferitele tipuri de unde înregistrate de un seismograf.

Seismograful este un aparat încastrat în sol, sensibil, cu ajutorul căruia pot fi înregistrate activităţile seismice dintr-o anumită zonă. Înregistrările undelor seismice se fac, pe o hârtie înfăşurată pe un tambur cilindric, prin impresionare fotografică sau prin zgâriere, dacă hârtia este înegrită cu un strat de negru de fum sau prin urma lăsată de un vârf înregistrator pe hârtie obişnuită.

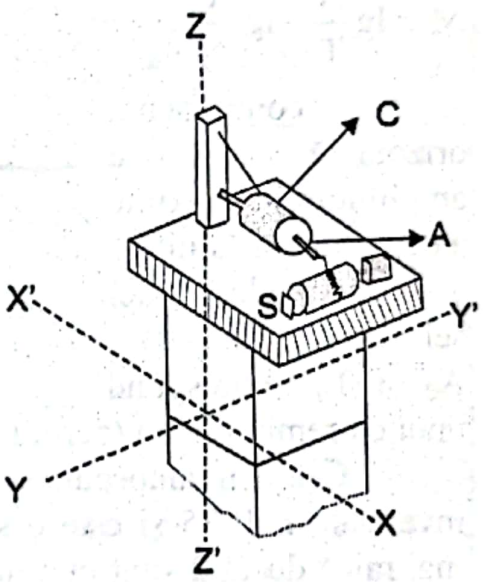


Figura II. 38. Seismograf

În figura II. 38 este prezentată schema de construcţie a unui seismograf. Când solul începe să se mişte, sub acţiunea unei unde seismice, cilindrul *C* efectuează deplasări în plan orizontal cu frecări foarte mici. Seismograma este înregistrată pe hârtia înfăşurată pe tamburul *S*, aflat în mişcare de rotaţie uniformă, de către inscriptorul *A* solidar cu cilindrul *C*. Seismograful din figura II. 38 înregistrează mişcările pe directia *yy'*. Informaţii complete privind activitatea seismică se obţin folosind trei seismografe, câte unul pe fiecare axă.

Utilizând seismograma unui cutremur se poate determina intervalul de timp Δt care separă sosirile undelor *P* şi *S*. Ţinând cont că cele două unde pornesc simultan din focar şi cunoscând vitezele lor de propagare, se poate determina distanţa dintre staţie şi focar cu ajutorul relaţiei:

$$x = \frac{v_l \cdot v_t}{v_l - v_t} \cdot \Delta t$$

Scanned with OKEN Scanner

II.15 Magnitudinea și intensitatea

Magnitudinea este o măsură a energiei declanșată în focar sub formă de unde seismice. Este o mărime specifică unui cutremur și se determină instrumental folosind amplitudinea maximă și frecvența oscilațiilor măsurată pe seismograme (figura II. 39).

$$M = \lg\frac{A}{T} - \lg\frac{A_0}{T_0},$$

A - componenta orizontală a amplitudinii maxime a deplasării solului

T - perioada undei seismice.

A_0 și T_0 corespund unui cutremur etalon (zeroul scării de măsurare).

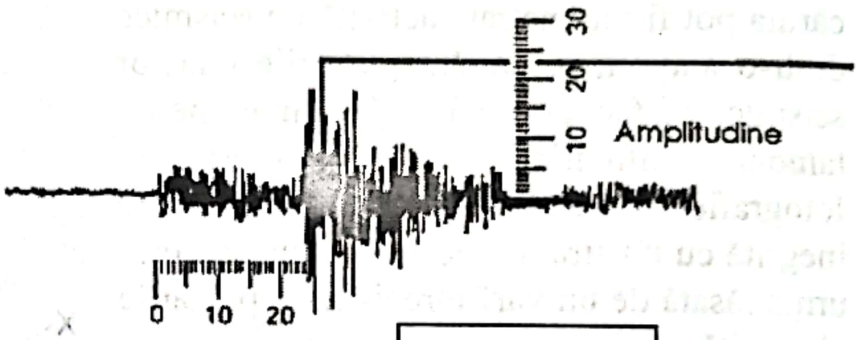


Figura II. 39

Cea mai cunoscută scară de măsură a magnitudinii este scara Richter inventată în 1935 și este o scară logaritmică. Cutremurele de magnitudine mai mică decât 2 sunt numite microcutremure, nu sunt simțite de oameni și sunt înregistrate doar de seismografele locale. Cutremurele cu magnitudinea mai mare de 4,5 sunt destul de puternice pentru a putea fi înregistrate de seismografe sensibile de pe întregul glob, fiind simțite de cele mai multe ori și de oameni. Cutremurele cu magnitudinea mai mare de 6 sunt considerate cutremure mari, iar cele mai mari de 8 sunt cutremure majore.

Un cutremur este cu atât mai puternic cu cât provoacă distrugeri mai mari și cu cât modifică mai mult relieful natural. Pentru descrierea efectelor macroseismice și pentru compararea între ele a cutremurelor se folosește un număr care să caracterizeze gradul de distrugere cauzat de cutremur într-un anumit loc numit *intensitate macroseismică*.

Același cutremur poate avea efecte diferite în zone diferite în funcție de distanța față de epicentru și de particularitățile terenului. Din acest motiv se utilizează scări de intensități macroseismice, cea mai cunoscută fiind scara Mercalli.

Scanned with OKEN Scanner

Gra-dul	Scara după Rossi şi Forel (1883), completată de Mercalli şi Sieberg
1	Cutremurele înregistrate numai de aparate (microseismice).
2	Cutremure foarte slabe, simţite numai de oameni foarte sensibili, în stare de repaus.
3	Cutremure slabe, simţite de cei mai mulţi oameni în repaus.
4	Cutremure moderate, simţite de oameni în mişcare şi în timpul lucrului. Vibrează geamurile.
5	Cutremure nu prea tari, simţite de toată lumea. Lămpile, pendulurile oscilează. Se trezesc din somn persoanele mai sensibile.
6	Cutremure tari: oamenii se trezesc din somn, pendulurile se opresc, clopotele sună, copacii foşnesc, etc.
7	Cutremure foarte tari: clopotele sună, se răstoarnă obiectele.
8	Cutremure distrugătoare: coşurile de la clădiri se prăbuşesc, pereţii crapă, construcţiile slabe suferă avarii, copacii se îndoaie, etc.
9	Cutremure pustiitoare: se dărâmă clădirile mai slabe şi părţi mai puţin rezistente ale construcţiilor.
10	Cutremure nimicitoare: cea mai mare parte din clădiri sunt distruse din temelii sau capătă avarii însemnate, se produc crăpături şi falii în scoarţa terestră, apa din lacuri şi râuri este aruncată peste maluri.
11	Cutremure catastrofale: clădirile sunt distruse, se rup diguri, se produc crăpături prin care apar noi izvoare, se produc alunecări de teren şi avarii ale căilor de transport (căi ferate, poduri, ş.a.).
12	Mare catastrofă seismică: nu rezistă nici o lucrare făcută de om, se dărâmă stânci, se produc devieri ale cursurilor apelor curgătoare.

Concluzii:

* Forma de propagare a unei perturbaţii înr-un mediu material se numeşte undă.

* Undele care se propagă în medii elastice, se numesc unde elastice.

* Lungimea de undă este distanţa pe care se propagă unda într-un interval de timp egal cu perioada de oscilaţie: $\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu}$.

* Undele pot fi:

Scanned with OKEN Scanner

- transversale, dacă direcţia de oscilaţie a punctelor mediului este perpendiculară pe direcţia de propagare a undei($v_t = \sqrt{\frac{T_m}{\mu}}$);

- longitudinale, dacă direcţia de oscilaţie a punctelor mediului coincide cu direcţia de propagare a undei ($v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$; $v_l = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$ în gaze).

* Principiul lui Huygens. Punctele mediului, până la care s-a propagat la un moment dat unda, devin surse secundare de unde; frontul de undă la momentul $t + \Delta t$ este suprafaţa tangentă tuturor fronturilor de undă secundare.

* Intensitatea undei reprezintă energia transportată de undă în unitatea de timp prin unitatea de suprafaţă, perpendiculară pe direcţia de propagare $I = \frac{1}{S} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta t}$.

* Ecuaţia undei plane: $y(x,t) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = A\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$

λ - perioada spaţială (lungime de undă) ; T - perioada temporală

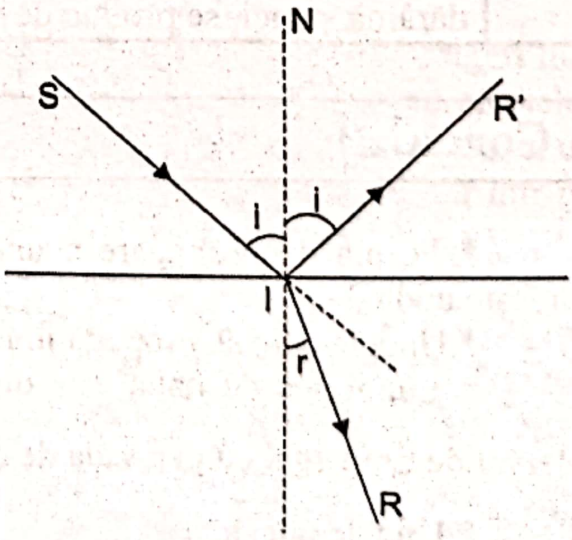
$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ - defazajul dintre oscilaţiile a două puncte aflate la o diferenţă de drum $\Delta x = \delta$.

* Reflexia este fenomenul de întoarcere a unei unde în mediul din care provine atunci când întâlneşte suprafaţa de separare dintre două medii. Unghiul de reflexie este egal cu unghiul de incidenţă: r =i

* Refracţia este fenomenul de schimbare a direcţiei de propagare a unei unde la traversarea suprafeţei de separare a două medii.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21} \quad * \quad \sin l = \frac{v_1}{v_2},$$

l – unghiul limită



* Interferenţa este fenomenul de suprapunere şi compunere a două sau mai multe unde coerente. Prin interferenţă se obţin maxime şi minime de oscilaţie corespunzătoare diferenţelor de drum:

$$\delta_M = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda;$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\delta_m = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

* Undele staţionare reprezintă un caz particular de interferenţă dintre două unde de amplitudini egale care se propagă pe aceeaşi direcţie în sensuri opuse.

Ventrele sunt punctele care oscilează cu amplitudine maximă.

$$x_v = (2k-1)\frac{\lambda}{4}$$

Nodurile sunt punctele care oscilează cu amplitudine minimă (nulă).

$$x_n = 2k\frac{\lambda}{4} = k\frac{\lambda}{2}$$

* Difracţia este fenomenul de pătrundere a undei în zona de umbră geometrică.

* Seismologia este ştiinţa care se ocupă cu studiul cutremurelor şi al undelor care se propagă prin Pământ.

Undele seismice pot fi:

- longitudinale, care se propagă cu viteze foarte mari, numite şi unde primare deoarece ajung primele la staţia de înregistrare;
- transversale, care se propagă cu viteze mai mici, numite şi unde secundare.

Întrebări şi probleme propuse

1. Ce se înţelege prin undă elastică?
2. Prin ce se deosebesc undele longitudinale de cele transversale?
3. Ce este lungimea de undă?
4. Care sunt relaţiile dintre frecvenţă, perioadă, viteză şi lungime de undă?
5. Ce este suprafaţa de undă? Dar frontul de undă?
6. Cum se enunţă principiul lui Huygens?
7. Când se produce reflexia cu schimbare de sens?
8. Cum se explică fenomenul de interferenţă a undelor?
9. Prin ce se caracterizează undele staţionare?
10. Când se produce refracţia undelor şi cum se explică fenomenul?
11. Ce se înţelege prin indice de refracţie?
12. Când se produce difracţia undelor şi cum se explică fenomenul?

Scanned with OKEN Scanner

13. Prin ce se deosebesc undele seismice primare (P) de cele secundare (S)?

14. De care mărimi fizice depinde magnitudinea unui cutremur?

15. Prin ce se deosebeşte scara Richter de scara Mercalli?

16. O mişcare oscilatorie se propagă sub formă de unde într-un mediu elastic străbătând în 5s o distanţă de 1700 m. Cunoscând lungimea de undă λ=3,4 m, să se calculeze viteza de propagare a undelor, perioada şi frecvenţa acestora.

R: 340 m/s; 0,01 s; 100 Hz.

17. Oscilaţiile longitudinale cu frecvenţa ν =500 Hz se transmit într-un mediu elastic al cărui modul de elasticitate $E = 4{,}32 \cdot 10^{10}$ N·m^{-2} şi care are densitatea $\rho = 2{,}7 \cdot 10^3$ kg·m^{-3}. Să se determine:

a) viteza de propagare a oscilaţiilor în mediul respectiv;

b) lungimea de unda λ;

c) distanţa dintre două puncte ale mediului elastic între care diferenţa de fază este $\Delta\varphi=\pi$.

R: a) $v = 4 \cdot 10^3$ m/s; b) λ=8 m; c) $\Delta x=(\lambda/2\pi) \cdot \Delta\phi$ =4 m.

18. O undă se propagă într-un mediu de modul de elasticitate $E_1=10^{11}$ N·m^{-2} şi densitate ρ_1=7000 kg·m^{-3}. Sub incidenţa i = 30° unda trece într-un mediu de densitate $\rho_2=11{,}3 \cdot 10^3$kg·m^{-3} şi de modul de elasticitate $E_2=1{,}7 \cdot 10^{10}$N·m^{-2}. Calculaţi unghiul sub care se refractă unda.

R: sin r = 0,166; r = 9° 30'

19. De la o sursă care oscilează cu frecvenţa ν =10 Hz se propagă unde cu viteza v =100 m·s^{-1}.

a) Care este diferenţa de fază între poziţiile unui punct în intervalul Δt=2s?

b) Dacă diferenţa de fază între două poziţii este $\Delta\varphi=3\pi/2$, care este diferenţa de drum corespunzătoare?

R: a) $\Delta\varphi=2\pi\nu\Delta t= 40\pi$ rad; b) $\Delta x_1=\lambda \cdot \Delta\varphi_1/2\pi$=7,5 m.

20. O undă longitudinală are frecvenţa ν =1000 Hz. Unda se propagă într-un mediu de densitate $\rho=7{,}85 \cdot 10^3$kg·m^{-3} şi al cărui modul de elasticitate este $E=2{,}12 \cdot 10^{11}$ N·m^{-2}. Să se afle:

a) pulsaţia şi lungimea de undă;

b) energia maximă a mişcării unităţii de volum a mediului dacă amplitudinea oscilaţiilor este A=1 mm.

R: a) $\omega=2000\ \pi$ rad/s; λ=5,2m; b) $E_{max}=1{,}54 \cdot 10^5$ J.

21. O sursă de unde sferice are puterea de emisie P. Cum depinde intensitatea undei de distanţa până la sursă, considerând mediul ideal (neabsorbant) izotrop şi emisia sursei sferic simetrică.

R: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$.

22. Un oscilator cu frecvenţa ν = 50 Hz produce unde transversale la suprafaţa unui lichid. Amplitudinea oscilaţiilor este de 2 mm şi viteza de propagare a undelor superficiale este v = 0,6 m·s^{-1}. Dacă undele nu-şi modifică amplitudinea, care va fi elongaţia oscilaţiei unui punct după t=0,458 s, punctul aflându-se la distanţa x =24 cm de sursă?

R: y(x,t) = -1,18 mm.

Scanned with OKEN Scanner

23. Un oscilator liniar având amplitudinea A=2mm, se află după t =0,1s de la începerea oscilației la distanța y =1mm față de poziția de echilibru. Masa oscilatorului este m =1g, iar energia sa maximă $E_t = 5 \cdot 10^{-7} J$.

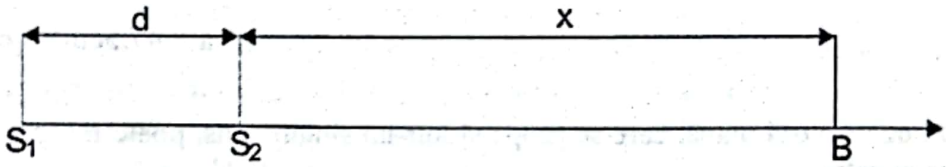
a) Să se scrie ecuația de mișcare a oscilatorului.

b) Să se calculeze lungimea de undă a undelor elastice longitudinale rezultate prin propagarea acestei oscilații, știind că la x = 10 m față de sursă, faza inițială a oscilației este $\phi_0 = \pi/2$.

c) Să se calculeze modulul de elasticitate al mediului dacă densitatea sa este ρ=1,3 kg/m^3.

R: a) $y = 2\sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(mm)$; b) λ=120m; c) E=11,7·10^{4}N/m^2

24. Două surse de oscilații, aflate la distanța d, oscilează după legea $y = A\sin\omega t$. Să se stabilească ecuația oscilației în punctul B aflat pe dreapta care unește cele două surse.



R: $y = 2A\cos\frac{\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d + 2x)\right]$

25. Să se calculeze viteza maximă a particulelor mediului prin care se propagă o undă cu frecvența ν = 0,5 kHz și cu amplitudinea A=0,25·10^{-3}m. Cunoscând că λ=0,7m, calculați viteza de propagare a undelor în mediul considerat.

R: $v_m = 2\pi\nu A = 0.785 m/s$; $v = \lambda\nu = 350 m/s$

26. Care este viteza de propagare a undelor transversale într-un fir de cupru cu densitatea relativă ρ_r=8,9 și secțiunea S=1mm^2 întins de o forță F=100N?

R: $v_t = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot S}} = 106$ m/s

27. 1) Extremitatea A a unei coarde elastice, lungi, este pusă într-o mișcare oscilatorie de forma $y = 4\sin 20\pi t$ (cm). Să se determine amplitudinea, frecvența și perioada mișcării oscilatorii. 2) Mișcarea oscilatorie se propagă în lungul corzii cu viteza v =2,5 m/s. Să se determine lungimea de undă a perturbației. Care este ecuația mișcării unui punct M situat la 62,5 cm de extremitatea A? 3) Să se calculeze, în grade, diferența de fază corespunzătoare punctelor M și M' separate prin distanța de 40 cm, aflate pe aceeași direcție de propagare a perturbației.

R: 1) A= 4cm; ν =10Hz; T=0,1s; 2) λ=25cm; y=4 sin2π(10t–2,5)cm; 3) Δφ=216°.

28. Ecuația de oscilație a unei surse dintr-un mediu elastic are forma:

$$y = 4 \cdot 10^{-3} \sin 1200\pi t\ (m)$$

Dacă densitatea mediului elastic este ρ=7,8·10^{3}kg·m^{-3}, iar lungimea de undă λ=8,5m, să se determine:

Scanned with OKEN Scanner

a) frecvenţa oscilaţiilor şi viteza de propagare a undelor în mediul elastic;
b) modulul de elasticitate longitudinal al mediului;
c) timpul după care începe să oscileze un punct P_1 situat la distanţa x_1=102 m de sursă;
d) care este legea de oscilaţie a punctului P_1.

R: a) $\nu = 600Hz$; $v = 5100m/s$; b) $E = 2{,}09\cdot10^{11}N/m^2$; c) $t_1 = 0{,}02s$;
d) $y_{P_1} = 4\cdot10^{-3}\sin1200\pi\left(t - 2\cdot10^{-2}\right)_m$

29. O undă transversală se propagă în lungul unui cablu elastic cu viteza v=15 m/s. Perioada vibraţiilor punctelor cablului este T=1,2s, iar amplitudinea A=2 cm. Să se calculeze:
a) lungimea de undă λ;
b) faza φ, elongaţia y, viteza v şi acceleraţia a, pentru un punct al cablului aflat la distanţa x = 45 m de sursa de oscilaţie, la momentul t = 4 s;
c) diferenţa de fază Δφ a două puncte de pe cablu aflate la distanţele x_1=20 m şi x_2=24,5 m de sursa de unde.

R: a) λ=18 m; b) $\varphi = 1{,}67\pi$; $y = -1{,}73$ cm; $v = 5{,}2$ cm/s;
$a = 47{,}5cm/s^2$; c) $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$.

30. O undă sonoră plană, care se propagă într-un singur sens, poate fi reprezentată prin următoarea ecuaţie:

$$y = 0{,}05 \sin (1980\, t - 6x)\ (cm),$$

unde y este elongaţia particulei în sensul de propagare a undei, t – timpul (în secunde), x – distanţa pe direcţia de propagare (în metri). Să se afle:
a) frecvenţa oscilaţiilor;
b) lungimea de undă;
c) viteza de propagare a undei;
d) viteza maximă de oscilaţie a particulei.

R: a) $\nu = 315$ Hz; b) $\lambda = 1{,}04$ m; c) $v = 330$ m/s; d) $v_m = 99$ cm/s.

31. Un punct P dintr-un mediu elastic cu densitatea ρ=8000 $kg\cdot m^{-3}$ şi modulul de elasticitate $E=9{,}8\cdot10^{10}N\cdot m^{-2}$ este supus simultan oscilaţiilor:

$y_{1P} = \sin(1500\pi t - \pi)$ (cm) şi $y_{2P} = 2\sin(1500\pi t - 3\pi)$ (cm). Se cere:
a) ce se produce în punctul P, un maxim sau un minim?
b) ampliudinea oscilaţiei rezultante ce se obţine în punctul P;
c) viteza de propagare a undelor şi lungimea de undă.

R: a) $\Delta\varphi = 2\pi$(se produce un maxim) ; b) $A = 3cm$;
c) $v = 3500m/s$; $\lambda = 4.67m$

32. Printr-un mediu elastic de modul de elasticitate $E=75GN/m^2$ se propagă o undă longitudinală. Ecuaţia oscilaţiilor particulelor mediului la distanţa x =5 m de sursă este :
$y = 2\sin2\pi(500t - 0{,}5)$ (mm). Să se determine:
a) frecvenţa, perioada şi lungimea de undă;
b) densitatea mediului;
c) ecuaţia osilaţiilor particulelor mediului la distanţa x'=1m de sursă şi diferenţa de fază dintre aceste oscilaţii şi cele de la distanţa x=5m de sursă (pentru acelaşi moment);
d) densitatea medie de energie (cinetică + potenţială) a mediului la distanţa x.

R: a) $\nu = 500Hz$; $T=2ms$; $\lambda=10m$; b) $\rho=3\cdot10^3kg/m^3$;
c) $y=2\sin2\pi(500t - 0{,}1)mm$; d) $w = 59kJ/m^3$.

Scanned with OKEN Scanner

33. Extremitatea A a unui resort este pusă în mişcare oscilatorie cu elongaţia y = 4 sin 20 πt (cm). Să se calculeze:

a) amplitudinea, frecvenţa şi perioada;

b) mişcarea oscilatorie se propagă în lungul resortului cu viteza de 5 m/s; să se determine lungimea de undă;

c) ecuaţia undei într-un punct B situat la 50 cm de extremitatea A;

d) în punctul B unda întâlneşte o altă undă a cărei ecuaţie este y'=4sin2π(10t-2) (cm). La întâlnire va exista un maxim sau un minim de interferenţă ?

R: a) A=4 cm; ν=10Hz; T=0,1s; b) λ=0,5m;
c) y = 4 sin 2π(10t-1) (cm); d) maxim.

34. O undă longitudinală se propagă pe direcţia Ox într-un mediu elastic de densitate $\rho = 2{,}6\cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$ după legea (1):

$y_1 = 1{,}2\sin\left(10^3\pi t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)(cm)$. Diferenţa de fază între două puncte pe axa Ox la distanţa $\Delta x = 3{,}2\mathrm{m}$ este $\Delta\varphi = (4/5)\pi$. Se cere să se calculeze:

a) dependenţa de timp a energiei cinetice şi a energiei potenţiale a punctului material de masă m=1g care oscilează după legea (1) în punctul de abscisă x=0;

b) lungimea de undă, frecvenţa şi viteza de propagare a undei longitudinale;

c) modulul de elasticitate al mediului elastic în care se propagă unda (1);

d) amplitudinea şi faza iniţială a oscilaţiei rezultate prin compunerea în punctul A de abscisă 1m a oscilaţiei y_1 şi a oscilaţiei y_2 care în punctul A are forma $y_2 = 1{,}2\sin\left(10^3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (cm).

R: a) $E_c = 0{,}072\pi^2\cos^2 1000\pi t$(J); $E_p = 0{,}072\pi^2\sin^2 1000\pi t$(J);
b) λ=8m; ν =500Hz; v=4000m/s c) $E=\rho v^2 = 4{,}16\cdot 10^{10}\mathrm{N/m^2}$;
d) A=2,4 cm; $\varphi_0 = -\pi/4$

35. O sursă de unde plane oscilează după legea $y = 0{,}25\sin 100\pi t\ (\mathrm{mm})$.

Lungimea de undă a undelor este $\lambda = 10\mathrm{m}$.

a) După cât timp va începe să oscileze un punct situat la distanţa $x_1 = 8\mathrm{m}$ faţă de sursă?

b) Ce defazaj există între oscilaţia punctului aflat la distanţa x_1 de sursă şi oscilaţia sursei?

c) La ce distanţă se află două puncte ale căror oscilaţii sunt defazate cu $\pi/6$ rad?

d) Evaluaţi defazajul dintre oscilaţiile a două puncte situate la distanţa $\lambda/2$.

R: a) $t_1 = 16\mathrm{ms}$; b) $\Delta\varphi_1 = 288^\circ$; c) $\Delta x = 0{,}833\mathrm{m}$; d) $\Delta\varphi_2 = \pi$ rad

36. Un punct material dintr-un mediu cu modulul de elasticitate $E = 27\mathrm{kN/m^2}$ şi densitate $\rho = 3\cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$ este supus simultan oscilaţiilor descrise de ecuaţiile:

$y_1 = 4\sin 2\pi(300t - 5)(\mathrm{mm})$ şi $y_2 = 3\sin 2\pi(300t - 4{,}5)(\mathrm{mm})$.

Se cere:

a) să se arate dacă în locul unde se află acest punct material se obţine un maxim sau un minim;

b) să se calculeze amplitudinea şi faza iniţială a oscilaţiei rezultante ;

Scanned with OKEN Scanner

c) să se calculeze lungimea de undă a oscilaţiilor longitudinale care interferă.

R: a) $\Delta\varphi = \pi$rad (se obţine un minim) ; b) A=1mm; $\varphi_0 = 0$;

c) $\lambda = 10$mm

37. O coardă are lungimea l=1m, masa liniară $\mu = 10 gm^{-1}$ şi este pusă în oscilaţie cu un vibrator a cărui frecvenţă este reglată pentru 40Hz.

Tensiunea F din coardă este reglată prin întinderea unui capăt al corzii.

Să se determine forţa ce trebuie să întindă coarda pentru ca în coardă să apară un ventru, două ventre, trei ventre şi patru ventre.

R: Din $\nu = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$, se obţine $F = \frac{4l^2\nu^2\mu}{n^2}$

Pentru n=1,2,3,4, rezultă F=64N, 16N, 7.11N şi 4N

38. Care este lungimea L a unei coarde, dacă la scurtarea ei cu 10 cm, frecvenţa oscilaţiilor creşte de $1\frac{1}{2}$ ori. Tensiunea în coardă rămâne aceeaşi. Modul de vibraţie al corzii rămâne acelaşi.

R: L=30 cm

39. O coardă AB cu lungimea de 1 m este fixată la ambele capete. Într-un punct P situat la 40 cm de centrul de oscilaţie A, diferenţa de drum dintre unda reflectată în B şi unda incidentă este un număr egal cu $13\frac{\lambda}{2}$. Să se afle:

a) lungimea de undă a oscilaţiei şi numărul de noduri şi ventre care se formează în coardă;

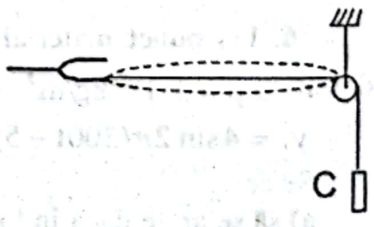
b) cum oscilează punctul P când capătul B este lăsat liber şi lungimea de undă este cea aflată în punctul "a"?

R: a) 20 cm, 10 ventre, 11 noduri; b) cu amplitudine maximă

40. Două surse sincrone S_1 şi S_2 aflate la distanţa d =1,6cm una de cealaltă, produc oscilaţii de frecvenţă ν = 200Hz şi de amplitudini A_1=1mm şi respectiv A_2 =2mm. Calculaţi amplitudinea de oscilaţie a unui punct situat la distanţa x_2 = 4,8cm de sursa S_2 situat pe perpendiculara dusă din S_2 pe direcţia ce uneşte cele două surse. Viteza de propagare a undelor prin mediul în care se află sursele este v = 14,4 m/s.

R: $A = \sqrt{8,89}mm \cong 3mm$

41. Un fir de bumbac cu lungimea de 2m şi masa de 0,45g este fixat cu o extremitate de braţul unui diapazon şi cu cealaltă de un corp (C) cu masa de 200g. Ştiind că lungimea părţii orizontale a firului este de 2m şi că prezintă aspectul unui singur fus, să se determine:

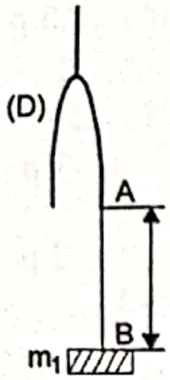


a) frecvenţa vibraţiilor produse de diapazon ;

b) greutatea pe care trebuie să o aibă corpul C pentru ca firul să ia forma a două fuse consecutive.

R: a) ν = 23,5Hz; b) G = 0,49N

Scanned with OKEN Scanner



42. La capătul A al ramurii unui diapazon se leagă un fir de lungime l=2m şi de masă m=12g. La celălalt capăt al firului se suspendă corpul de masă m_1=960g. Se produc oscilaţii ale diapazonului. În firul AB se produc unde staţionare, în punctele A şi B fiind noduri. Să se afle:

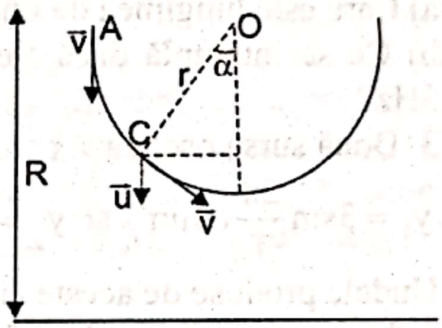
a) viteza de propagare a undelor transversale în fir;

b) frecvenţa oscilaţiilor diapazonului dacă pe fir s-au format 10 ventre;

c) numărul ventrelor care se formează pe fir dacă la capătul firului se suspendă un corp de masă $m = 4m_1$.

R: a) $v_t = 40$m/s; b) $\nu = 100$Hz; c) $n' = n\sqrt{\frac{F}{F'}} = 5$ ventre

43. O barcă cu motor ce se găseşte pe un lac în punctul A la distanţa R de malul lacului porneşte cu viteza v =18Km/h şi descrie un cerc de rază r=R/2. La momentul iniţial viteza bărcii este orientată perpendicular pe malul lacului. Undele produse de barcă pe suprafaţa apei ajung la mal după un timp t=3min. de la începerea mişcării. Viteza de propagare a undelor produse de barcă pe suprafaţa apei este u=9km/h. Să se calculeze distanţa R.



Indicaţie: Primele unde care ajung la mal, sunt cele pentru care timpul necesar are valoare minimă. Extremul funcţiei $t(\alpha) = \frac{AC}{v} + \frac{R - \cos\alpha}{u}$ va fi $u = v\sin\alpha$.

R: $R = \frac{2uvt}{(\pi/2 - \alpha)u + v(2 - \cos\alpha)} = 543$m

Test de evaluare

Itemi de evaluare	Punctaj
A. 1. Unitatea de măsură, în SI, pentru viteză este: a) cm/s; b) km/h; c) m/s; d) m/min.	0,25 p
2. Unitatea de măsură, în SI, pentru lungimea de undă este: a) m; b) Hz; c) km; d) rad/s.	0,25 p
3. Faza mişcării oscilatorii armonice este: a) $\varphi = \omega t + \varphi_0$; b) $\varphi = \sin(\omega t + \varphi_0)$; c) $\varphi = k\lambda$; d) $\varphi = 2\pi$	0,25 p
4. Viteza de propagare a undelor longitudinale este dată de relaţia: a) $v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$; b) $v = \sqrt{\frac{E}{\mu}}$; c) $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$; d) $v = \sqrt{E \cdot \rho}$	0,25 p
B. 1. Reflexia undelor este ..... de întoarcere a undelor în ..... au venit, la ..... de separare cu un .....mediu.	0.5 p

Scanned with OKEN Scanner

2. Mediul elastic este mediul pentru care ..... de interacţiune sunt de tip ..... 0,5 p

C. 1. Definiţi: suprafaţa de undă, unda transversală, lungimea de undă, viteza de propagare. 1 p

2. Enunţaţi principiul lui Huygens. 1 p

D. 1. Ecuaţia unei unde plane este dată de: $y = A\sin(2\pi t - x)$. 2 p

Dacă y şi x sunt exprimate metri şi timpul în secunde, să se determnine viteza de propagare a undei.

2. O coardă cu lungimea de 15 m, fixată la un capăt, primeşte la celălalt capăt impulsuri, ritmice transversale de mică amplitudine cu frecvenţa de 2 Hz. Viteza de propagare a oscilaţiilor în coardă este de 20 m/s. Se neglijează toate amortizările. 2 p

a) Care este lungimea de undă? Câte fuse se formează în coardă?

b) Ce se întâmplă dacă frecvenţa impulsurilor devine 4Hz, 8Hz, 3Hz?

3. Două surse oscilează conform ecuaţiilor: 1p

$$y_1 = 3\sin\frac{2\pi}{T}t\,(mm) \text{ şi } y_2 = 4\sin\frac{2\pi}{T}t\,(mm).$$

Undele produse de acestea interferă într-un punct M, unde ajung cu o diferenţă de drum de 0,5cm. Dacă perioada de oscilaţie este 4s, iar viteza de propagare este de 0,5cm/s, să se determine amplitudinea undei rezultate.

11.16 Acustica

Vibraţiile unor corpuri, cum ar fi diapazonul, fluierul, coarda vibrantă se propagă prin diverse medii şi ajung la ureche, fiind recepţionate ca *sunete*. Oscilaţiile percepute auditiv sunt numite oscilaţii sonore şi sunt cunoscute ca sunete muzicale, pocnete şi zgomote. Pentru a fi percepute de ureche sub formă de sunete, vibraţiile acustice trebuie să satisfacă anumite condiţii privind frecvenţa şi intensitatea lor.

După frecvenţă, vibraţiile se clasifică în:

- infrasunete $\nu < 16\text{Hz}$
- sunete $16\text{Hz} \le \nu \le 20000\text{Hz}$
- ultrasunete $\nu > 20000$ Hz

Pentru fiecare frecvenţă în funcţie de intensitatea sonoră există o limită inferioară, sub care vibraţia nu mai poate produce senzaţie auditivă,

Scanned with OKEN Scanner

numită *prag de audibilitate* şi o limită superioară numită *prag de senzaţie dureroasă* care, dacă este depăşită, produce senzaţia de durere. Pentru sunetul normal de 1000Hz intensitatea este cuprinsă între $10^{-12}W/m^2$ şi $10^2W/m^2$.

Ştiinţa care se ocupă cu studiul producerii, propagării şi recepţionării sunetelor şi a efectelor produse asupra organismelor şi corpurilor se numeşte acustică.

Acustica a apărut şi s-a dezvoltat încă din antichitate ca o ramură independentă a mecanicii. Se ştia că sunetele pure au la bază vibraţii periodice ale izvorului sonor. Pitagora (570-496 î.Hr.) cunoştea legătura dintre frecvenţa sunetelor emise de coarde sonore şi lungimile lor. Progresele în acustică s-au datorat construcţiei şi perfecţionării instrumentelor muzicale. Galilei stabileşte în 1638 legătura dintre frecvenţa şi înălţimea sunetului. Otto von Guerike a dovedit, pe cale experimentală, că sunetul nu se propagă în vid. În secolul al IX-lea studiul fenomenelor acustice a fost legat de cel al undelor elastice. Printre fizicienii cunoscuţi care au avut contribuţii importante în acest domeniu amintim pe Newton, Huygens, Bell (inventatorul telefonului) şi Edison (inventatorul fonografului).

Natura ondulatorie a sunetului a fost pusă în evidenţă pe cale experimentală. Se utilizează două surse sonore coerente (S_1, S_2) şi un microfon (M) care poate să se deplaseze pe o axă paralelă cu dreapta S_1S_2. (figura II. 40).

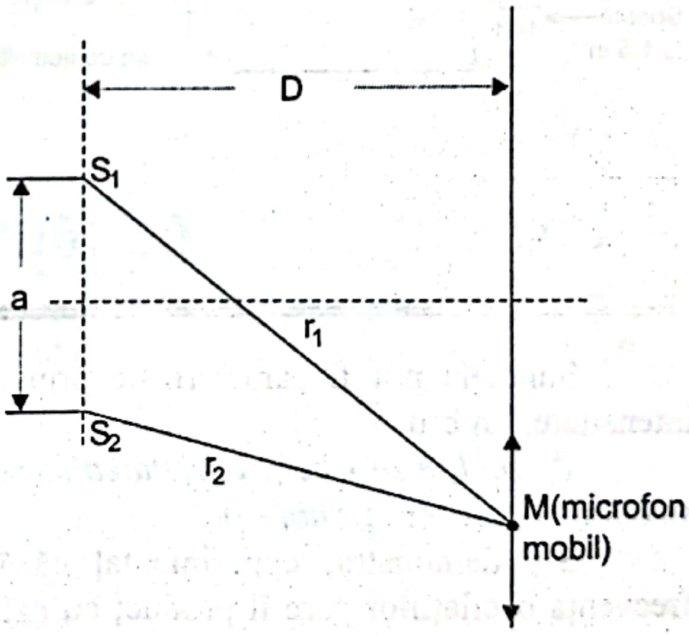
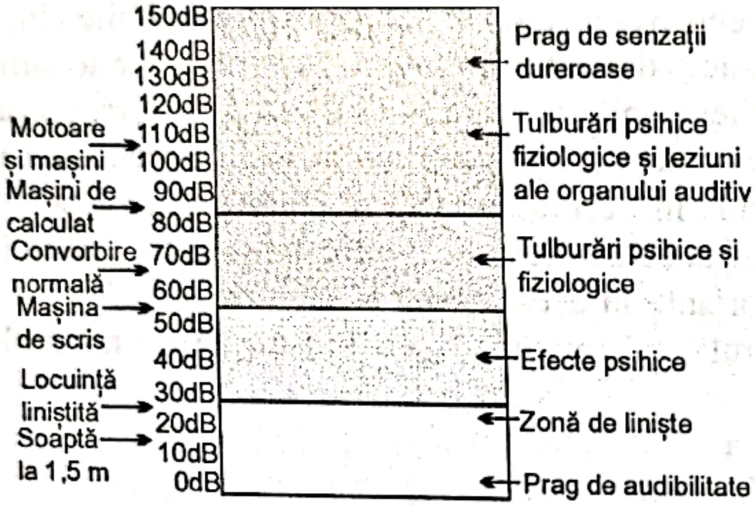


Figura II. 40

Instalaţia de microfon pune în evidenţă existenţa unor maxime şi minime de interferenţă care se succed la distanţe aproape egale. Propagarea sunetelor se efectuează în acelaşi mod ca şi propagarea oricărei mişcări oscilatorii. În mediile în care apar şi tensiuni tangenţiale sunetele se pot propaga atât sub formă de unde longitudianle cât şi sub formă de unde transversale. În celelalte medii sunetele sunt unde longitudinale. În tabelul de mai jos sunt date valorile vitezelor de propagare ale sunetelor (unde longitudinale) în unele medii.

Scanned with OKEN Scanner

Substanța	v(m/s)	Temperatura (°C)	Substanța	v(m/s)
Aer	331.8	0	Aluminiu	5104
Dioxid de carbon	259	0	Fier	5000
Hidrogen	1261	0	Plumb	1320
Apă curată	1440	15	Lemn de brad	500
Apă de mare	1503	15	Cupru	3600
			Cauciuc	Circa 50



Viața fiecărui om este influențată atât de sunetele muzicale cât și de zgomote. Sunetele (zgomotele), în funcție de nivelul sonor pot produce efecte negative asupra organismelor așa cum reiese din următoarea diagramă.

II.17 Calitățile sunetului

Sunetele pot fi caracterizate prin trei calități principale: înălțime, intensitate, timbru.

1°. *Înălțimea este proprietatea sunetului de a fi mai profund (grav) sau mai acut (ascuțit, subțire).*

S-a demonstrat experimental că înălțimea sunetului depinde de frecvența oscilațiilor care îl produc; cu cât este mai mare frecvența cu atât sunetul este mai înalt. Două sunete de frecvențe egale, adică la fel de înalte, sunt la unison. Sunetul care se ia ca bază de comparație pentru înălțimea sunetelor este sunetul LA și are frecvența de 440 Hz.

Un corp material care vibrează produce sunete de diferite înălțimi, de frecvențe bine determinate pentru fiecare corp. Sunetul cu frecvența cea mai mică se numește sunet fundamental, iar cele corespunzătoare unor frecvențe egale cu multiplii întregi ai frecvenței sunetului fundamental se numesc armonici superioare.

Scanned with OKEN Scanner

În natură se întâlnesc foarte rar sunete „curate" care să aibă o frecvență bine determinată, sunetele naturale fiind compuse din sunete de diferite frecvențe.

Undele sonore care sunt aproximativ periodice sau sunt alcătuite dintr-un număr mic de componente aproximativ periodice dau naștere la o senzație plăcută, ca de exemplu, sunetele muzicale. Sunetul a cărui undă nu este periodică este auzit ca zgomot. Zgomotul poate fi prezentat ca o suprapunere a undelor periodice dar numărul componentelor este foarte mare.

2°. *Intensitatea sau tăria sunetului într-un anumit punct din spațiu este dată de energia pe care o transportă unda sonoră în unitatea de timp prin unitatea de suprafață așezată în acel punct, perpendicular pe direcția de propagare.*

$$I = \frac{1}{S}\frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{P}{S} \qquad <I>_{SI} = \frac{W}{m^2} \qquad \text{(II. 38)}$$

Datorită gamei de valori prea largi, pentru intensitatea sonoră s-a convenit să se definească o altă mărime caracteristică, al cărei domeniu de valori să fie mai restrâns. Această mărime, denumită nivel sonor, (N_S) se definește prin relația:

$$N_S = \lg\frac{I}{I_o} \qquad \text{(II. 39)}$$

unde I este intensitatea sonoră a sunetului considerat, iar I_o este intensitatea de pe pragul de audibilitate corespunzătoare frecvenței $\nu = 1000\text{Hz}$.

Unitatea de măsură pentru nivelul sonor este *belul* (*B*) care reprezintă nivelul sonor al unui sunet a cărui intensitate sonoră este de 10 ori mai mare decât cea a pragului de audibilitate.

Dacă $I=10\ I_o$, $N_S = \lg\frac{I}{I_o} = \lg 10 = 1B$

În practică se folosește decibelul (dB): $1dB = \frac{1}{10}B$

$$N_S(dB) = 10\lg\frac{I}{I_o} \qquad \text{(II. 40)}$$

Intrucât intensitatea sonoră audibilă are valori cuprinse între $10^{-12}\frac{W}{m^2}$ și $10^{2}\frac{W}{m^2}$ rezultă că nivelul sonor audibil are valori între 0 și 140 dB.

Scanned with OKEN Scanner

3°. *Timbrul* este acea caracteristică a sunetelor datorită căreia un sunet poate fi deosebit de un alt sunet cu aceeaşi înălţime şi intensitate emis de un alt emiţător.

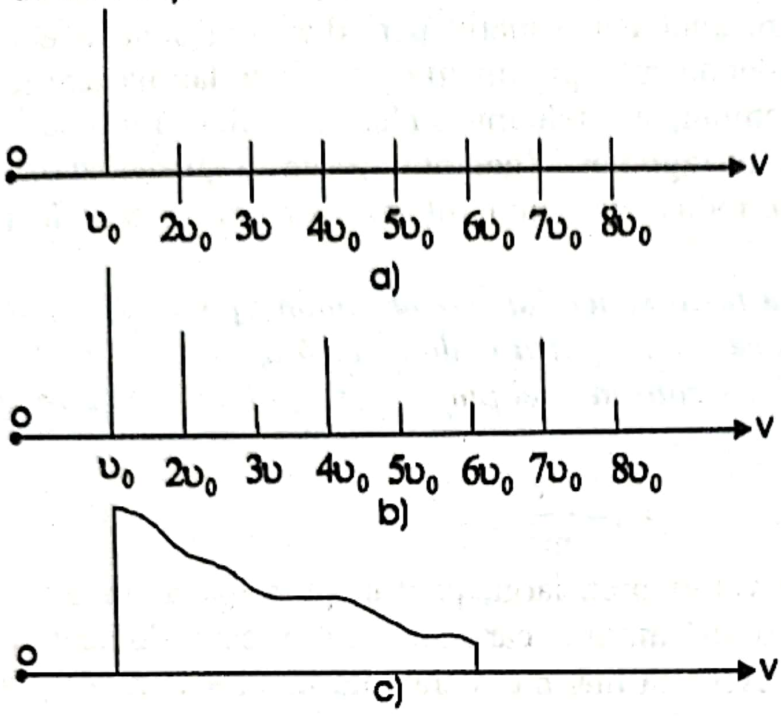


Figura II. 41 - Spectrele unor sunete

Amplitudinile relative ale armonicilor superioare, în raport cu amplitudinea sunetului fundamental diferă atunci când sunetul este emis de surse sonore diferite *şi ansamblul sunetelor, care constituie armonicile superioare, dă timbrul.* Compoziţia unui sunet poate fi reprezentată printr-un grafic care constituie spectrul acustic al sunetului.

În figura II. 41 a) spectrul este format dintr-o singură linie, oscilaţia fiind armonică iar sunetul se numeşte sunet simplu sau ton. În figura II. 41 b) este reprezentat spectrul unui sunet compus sau sunet muzical. În figura II. 41 c) este reprezentat spectrul unui zgomot la care nu se poate vorbi de timbru.

Problemă rezolvată

a) Cu cât creşte nivelul sonor al unui sunet dacă amplitudinea şi frecvenţa sunetului se dublează?

b) Un om vorbind produce un sunet cu nivelul sonor $N_S = 40dB$. Câţi oameni trebuie să vorbească simultan pentru ca nivelul sonor să fie $N'_S=60dB$.

Rezolvare:

a) $N_{S1} = 10\lg\frac{I_1}{I_o}$; $\quad I_1 = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\omega_1^2\cdot A_1^2\cdot v$

$N_{S2} = 10\lg\frac{I_2}{I_o}$; $\quad I_2 = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot\omega_2^2\cdot A_2^2\cdot v$

Scanned with OKEN Scanner

dar $A_2=2A_1$ şi $\nu_2=2\nu_1 \Rightarrow \omega_2 = 2\pi\nu_2 = 2(2\pi\nu_1) = 2\omega_1$

Înlocuind în expresia intensităţii I_2 obţinem:

$$I_2 = \frac{1}{2}\rho(2\omega_1)^2 \cdot (2A_1)^2 \cdot v = 16\frac{1}{2}\rho\omega_1^2 A_1^2 v \Rightarrow \quad I_2 = 16I_1$$

$$N_{S2} - N_{S1} = 10\lg\frac{16I_1}{I_o} - 10\lg\frac{I_1}{I_o} = 10\lg\frac{16I_1}{I_o}\cdot\frac{I_o}{I_1}$$

$$\Delta N = N_{S2} - N_{S1} = 10\lg 16 = 12{,}1dB$$

b) $$N_S = 10\lg\frac{I_1}{I_o}$$

unde I_1 este intensitatea sonoră produsă de un om şi $I'=n\cdot I_1$ este intensitatea sonoră produsă de n oameni.

$$N_S' = 10\lg\frac{I'}{I_0} = 10\lg\frac{nI_1}{I_o}$$

$$N_S' - N_S = 10\lg\frac{nI_1}{I_o} - 10\lg\frac{I_1}{I_o} = 10\lg\frac{nI_1}{I_o}\cdot\frac{I_o}{I_1}$$

$$N_S' - N_S = 10\lg n \Rightarrow n = 10^{(N_S'-N_S)/10} \Rightarrow n=100$$

11.18 Fenomene legate de propagarea sunetului

11.18.1. Reflexia sunetelor

Când unda sonoră ajunge la suprafaţa de separare a două medii, fiind o undă elastică, va fi parţial reflectată după legile specifice undelor. Energia sonoră a undelor reflectate este mai mică decât energia sonoră a undelor incidente, deoarece o parte din energia acestora s-a transmis mediului care a determinat reflexia.

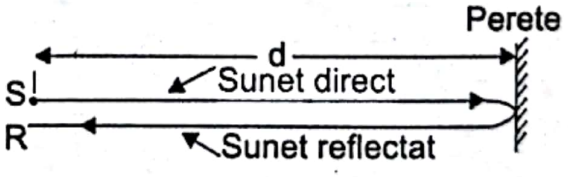


Figura II. 42. Reflexia sunetului

Un fenomen natural foarte cunoscut, consecinţă a reflexiei, este ecoul. Acesta constă în faptul că, producând un sunet de scurtă durată în faţa unui obstacol (perete, deal, etc) în anumite condiţii se aude şi sunetul reflectat de obstacol. Pentru ca sunetul reflectat să fie perceput distinct el trebuie să ajungă la ureche (receptorul R) după ce a încetat perceperea

Scanned with OKEN Scanner

sunetului inițial (figura II.42). Senzația auditivă persistă în ureche cel puțin $\Delta t = 0{,}1s$. Distanța minimă între perete și receptor, pentru a percepe ecoul, este dată de relația: $2d = v_s \cdot \Delta t \Rightarrow d = \frac{v_s \cdot \Delta t}{2}$ (II. 41)

În aer viteza sunetului $v_S = c = 340$ m/s, iar d = 17m. Dacă vorbim în fața unui perete reflectător situat la 34 m, ecoul va repeta ultima silabă, numindu-se și ecou monosilabic. Dacă distanța este dublă, triplă, etc., ecoul va fi disilabic, trisilabic, etc. În cazul a doi pereți situați față în față se poate obține ecoul multiplu, produs de reflexia succesivă pe fiecare din cei doi pereți.

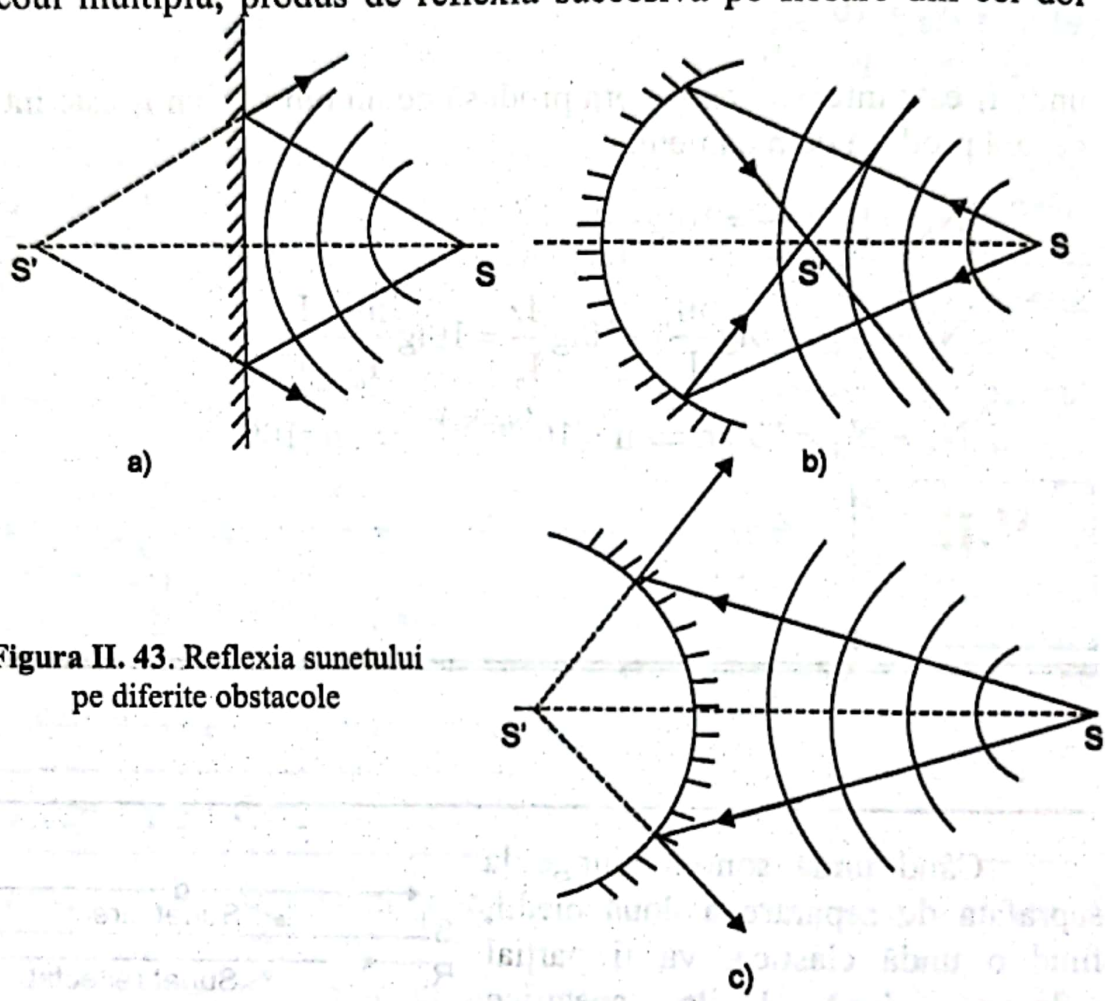


Figura II. 43. Reflexia sunetului pe diferite obstacole

Reflexia undelor sonore poate fi comparată cu reflexia undelor luminoase. O deosebire importantă este datorată faptului că lungimea de undă a undelor sonore fiind mult mai mare decât lungime de undă a radiațiilor luminoase, dimensiunile pieselor ale căror suprafețe pot juca rolul de „oglinzi" sonore sunt, de regulă, mult mai mari decât ale oglinzilor optice. Forma undei sonore reflectate depinde de forma peretelui reflectător.

Dacă peretele este plan (figura II. 43, a) sunetul se propagă ca și cum ar proveni din izvorul S', simetricul lui S față de perete. Dacă peretele este concav (figura II. 43, b) se obțin imagini sonore ale sursei, apoi propagări,

Scanned with OKEN Scanner

mai departe, prin unde care par a proveni de la sursele imagini. Rezultatul pentru ascultător este o repetare a sunetului. În cazul suprafețelor convexe (figura II. 43, c) sunetul este răspândit.

În cazul în care distanța până la peretele reflectător este mai mică decât distanța minimă pentru producerea ecoului, sunetul reflectat va sosi înainte de încetarea senzației auditive a sunetului direct, producând o prelungire și o întărire a acestuia. Fenomenul este numit *reverberație*. Fenomenul de reverberație devine util, dacă sunetul reflectat este perceput aproape instantaneu cu cel direct, deoarece produce întărirea senzației auditive fără a produce deformarea sunetului direct.

II.18.2. Refracția sunetelor

În atmosferă, unde straturile de aer au temperaturi diferite, unda sonoră are viteze de propagare diferite, se produce o refracție continuă.

Un caz particular de refracție apare atunci când se produce fenomenul de inversiune termică. Studiile efectuate asupra atmosferei terestre au dus la stabilirea unei dependențe a temperaturii straturilor de aer de altitudine (fig. 2.44.a). În figura 2.44.b este reprezentată refracția unui sunet de mare intensitate.

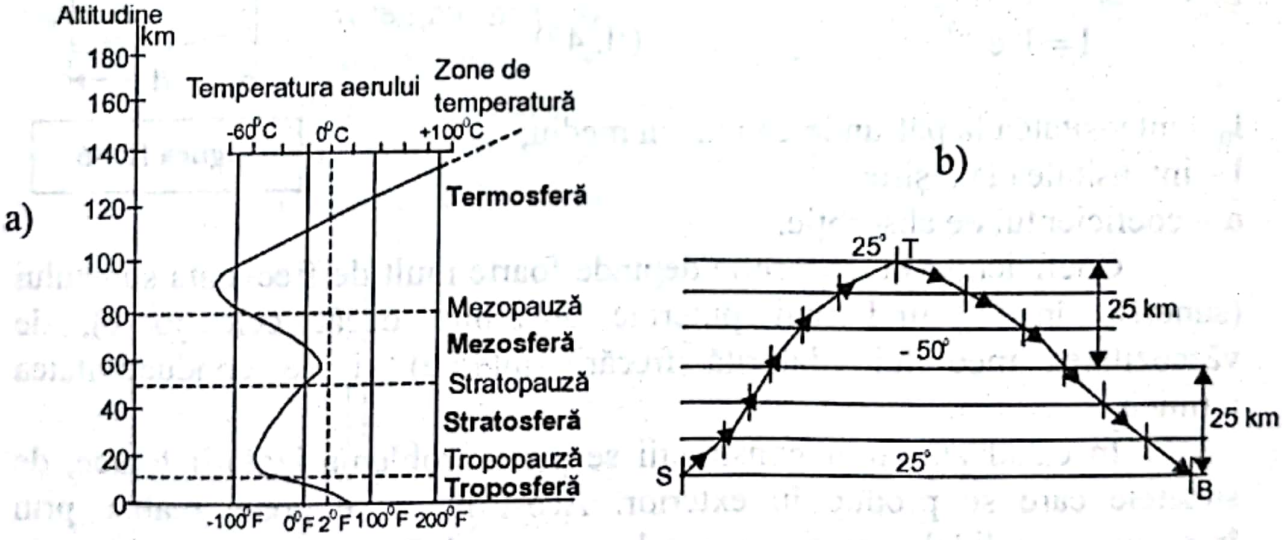


Figura II. 44. a) Dependența temperaturii aerului de altitudine
b) Refracția sunetului în atmosferă

Fenomenul ilustrat în figura II. 44 se repetă până când unghiul de incidență depășește unghiul limită și sunetul se reflectă total înapoindu-se către sol.

Scanned with OKEN Scanner

În vecinătatea pământului, în mod normal, temperatura aerului atmosferic scade cu înălţimea. Totuşi în timpul unor nopţi senine, fără curenţi de aer, se produce o pierdere rapidă de căldură prin radiaţia de la sol şi din stratul de aer apropiat, determinând apariţia unui strat de aer cald deasupra unui strat de aer rece. Pe baza fenomenului de inversiune termică putem explica de ce sunetele puternice pot fi auzite la mari distanţe sau de ce, uneori, vedem fulgerul fără să auzim tunetul.

II.18.3. Atenuarea sunetelor

Atenuarea sunetelor, adică slăbirea intensităţii în urma propagării, se datorează fie repartizării energiei sonore în volume din ce în ce mai mari, în cazul undelor sferice, fie absorbţiei. Absorbţia are loc datorită faptului că, în mişcarea relativă pe care o au, în timpul propagării undelor sonore, particulele care alcătuiesc mediul determină o disipare a energiei sub formă de căldură.

Legea de variaţie a intensităţii sonore în funcţie de distanţa parcursă într-un mediu absorbant este dată de relaţia:

$$I = I_o e^{-\alpha d} \qquad \text{(II. 42)}$$

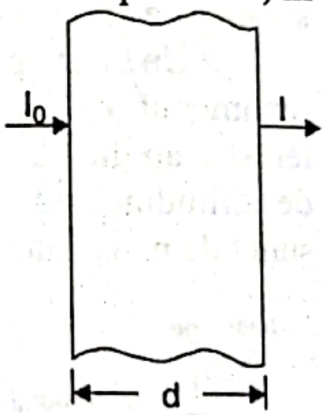


Figura II. 45

I_o – intensitatea la pătrunderea într-un mediu;
I – intensitatea la ieşire;
α – coeficientul de absorbţie.

Coeficientul de absorbţie depinde foarte mult de frecvenţa sunetului (sunetele înalte fiind mai puternic absorbite decât cele joase), de vâscozitatea mediului (datorită frecării interne) şi de conductivitatea termică.

În cazul anumitor construcţii se pune problema izolării fonice, de sunetele care se produc în exterior. Acest lucru se poate realiza prin întreruperea solidelor care propagă bine sunetul (betonul) prin solide prin care sunetul străbate mai greu (pluta, polistirenul). Izolarea este cu atât mai bună cu cât grosimea peretelui este mai mare, cu cât densitatea materialului este mai mare şi cu cât frecvenţa sunetului este mai mare. O mărire a gradului de izolare fonică poate fi obţinută prin intercalarea unui strat de aer în interiorul zidului.

Scanned with OKEN Scanner

Sunetele fiind unde elastice pot produce fenomenul de interferență. Un interferometru simplu pentru unde sonore a fost realizat de Quincke (figura II. 46). Dispozitivul este alcătuit din două tuburi în formă de *U* care intră unul în celălalt şi prin culisare lungimea unui tub poate fi modificată.

Vibrațiile sonore produse în pâlnia *S* ajung la observatorul *O* pe două căi diferite *SAO* şi *SBO* interferând în *O*. Dacă diferența de drum $\delta = |SAO - SBO| = 2k\frac{\lambda}{2}$ amplitudinea rezultantă este maximă, iar dacă $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ amplitudinea rezultantă este minimă; deci în primul caz intensitatea sonoră este maximă iar în al doilea caz este minimă.

Cu ajutorul dispozitivului Quincke se poate determina lungimea de undă a sunetului emis de sursa *S*. Măsurând cu ajutorul riglei *R* o deplasare Δx a tubului *B* între două poziții succesive, pentru care sunetul rezultant are intensitatea maximă, lungimea de undă va fi:

$$\lambda = 2\Delta x$$

Multiplul 2 apare deoarece diferența de drum este dublul deplasării tubului *B*. Prin interferența dintre unda sonoră directă şi unda reflectată apar unde staționare care pot fi puse în evidență cu tubul Kundt (figura II. 47).

Dispozitivul este alcătuit dintr-un tub cilindric de sticlă prevăzut la un capăt cu un piston mobil *A*, cu mâner, iar la celălalt capăt este introdusă o vergea metalică prinsă la mijloc în punctul *C*, iar la capătul din

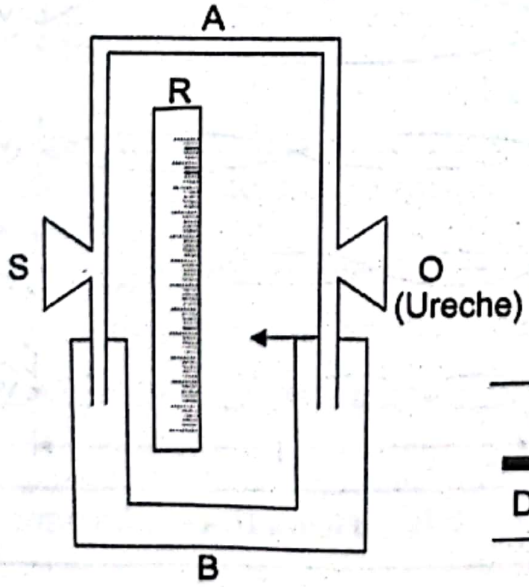


Figura II. 46.
Aparatul lui Quincke

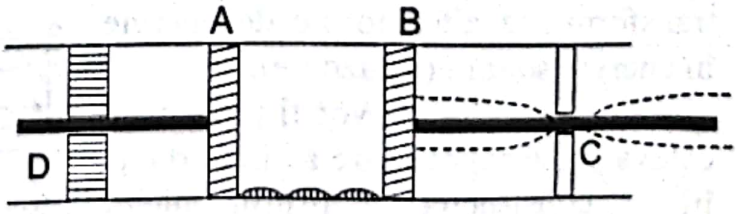


Figura II. 47. Tub Kundt

Scanned with OKEN Scanner

tub este prevăzută cu un disc având diametrul mai mic decât diametrul interior al tubului. În tub se află pulbere fină de plută sau praf de licopodiu presărat uniform. Prin frecarea vergelei în lung (folosind o bucată de piele presărată cu sacâz) se excită vibrații longitudinale, producându-se o undă staționară cu ventre la capete și nod la mijlocul *C*. Discul *B* produce unde sonore care se propagă de-a lungul tubului fiind reflectate de pistonul *A*. În tub are loc interferența undelor directă și reflectată obținându-se noduri și ventre, puse în evidență de pulbere, care fiind spulberată din ventre se adună în noduri.

Tubul Kundt poate fi folosit pentru determinarea vitezei sunetului fie în vergeaua metalică, fie în gazul din tub. Dacă l_1 este lungimea vergelei și l_2 distanța dintre două noduri consecutive ale undei staționare în interiorul tubului putem scrie:

$$l_1 = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{v_1}{2\nu} \qquad l_2 = \frac{\lambda_2}{2} = \frac{v_2}{2\nu}$$, unde υ este frecvența sunetului.

Prin împărțire: $$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \qquad \text{(II. 43)}$$

Măsurând l_1 și l_2 putem determina o viteză cunoscând-o pe cealaltă.

II.19 Surse sonore

Orice corp material care vibrează poate fi considerat sursă sonoră deoarece produce unde elastice în mediul înconjurător. Sursele sonore pot produce sunete prin vibrații obținute pe cale mecanică (coarde și tuburi sonore, diapazoane, vergi, membrane și plăci) sau prin transformarea altor forme de energie în energie sonoră (difuzoare).

În continuare vor fi prezentate câteva surse sonore care au importanță în construcția instrumentelor muzicale.

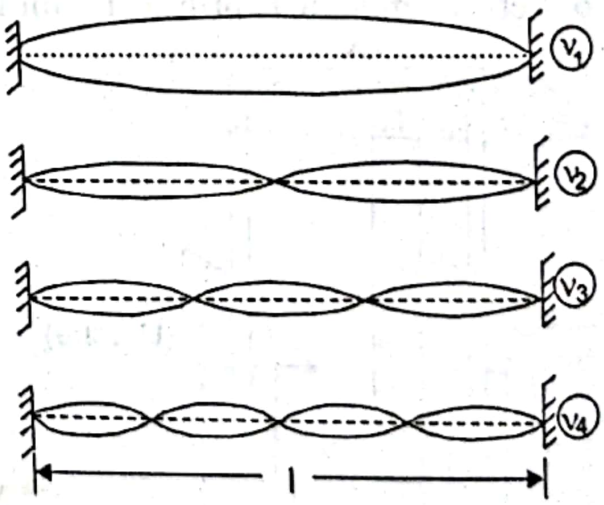


Figura II. 48

1. *Coarde sonore.* Prin coardă sonoră se înțelege un fir perfect flexibil fixat la ambele capete. Producerea vibrațiilor în coardă se poate face prin ciupire, lovire sau frecare cu arcușul ceea ce duce la formarea de unde staționare prin interferența undelor directe și a celor reflectate la capete.

În figura II. 48 sunt prezentate patru moduri de vibrație ale unei coarde fixată la ambele capete. Putem scrie:

$$l = n \cdot \frac{\lambda}{2} = n \cdot \frac{v}{2\nu_n}$$

$$\nu_n = n\frac{v}{2l} = n \cdot \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_m}{\mu}}, \; n=1, 2, 3, \ldots \qquad \text{(II. 44)}$$

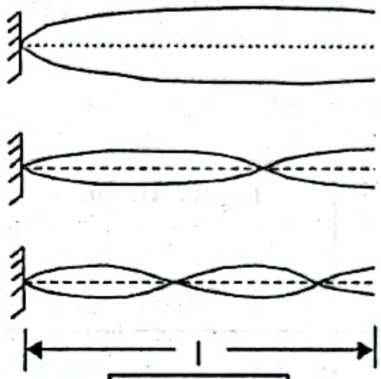


Fig. II.49

Sunetul cu frecvența cea mai joasă obținută pentru n=1 se numește sunet fundamental, iar frecvența $\nu_1 = \frac{v}{2l}$ se numește frecvență fundamentală. Celelalte frecvențe ($\nu_2 = 2\nu_1, \nu_3 = 3\nu_1, \ldots$) se numesc armonici superioare sau tonuri superioare.

2. *Lame sonore.* Lama elastică este fixată la unul din capete (exemple: diapazonul, coarda vocală, lamele anciei utilizată la unele instrumente de suflat). Undele staționare care se formează în lamă au aspectul din figura II. 49. Putem scrie:

$$l = (2n-1)\frac{\hat{\lambda}}{4} = (2n-1)\frac{v}{4\nu_n} \quad \nu_n = (2n-1)\frac{v}{4l}, \; n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \text{(II. 45)}$$

3. *Tuburi sonore.* Tuburile sonore reprezintă partea principală a instrumentelor de suflat, având rolul rezonatorului. Sursa sonoră propriu-zisă o constituie ancia prin care se produce oscilația aerului care formează unde staționare în tub. Aspectul undelor staționare în tuburile sonore este prezentat în figura II. 50.

Pentru tuburile sonore deschise, când la capete se formează ventre, frecvențele sunt date de relația: $\nu_n = n \cdot \frac{v}{2l}$ (II. 46)

Pentru tuburile sonore închise la un capăt, când la capătul închis se formează nod, iar la capătul deschis ventru, frecvențele sunt date de relația:

$$\nu_n = (2n-1)\frac{v}{4l} \qquad \text{(II. 47)}$$

Scanned with OKEN Scanner

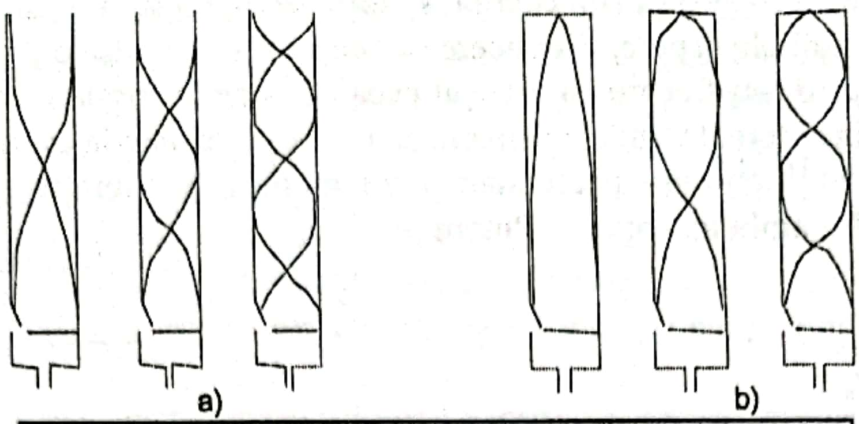


Figura II. 50. a) Unde staționare în tuburi deschise
b) Unde staționare în tuburi închise

Probleme rezolvate

1°. Două tuburi sonore, unul deschis şi celălalt închis au aceeaşi lungime. Să se determine raportul armonicelor superioare de ordinul patru.

Rezolvare:

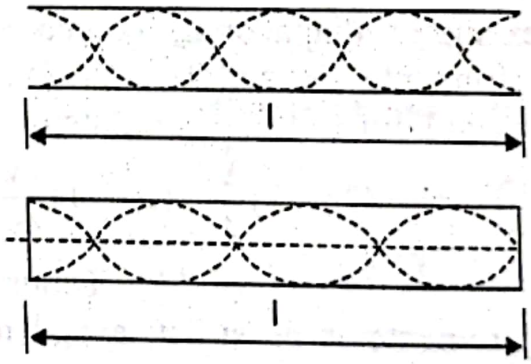
În cazul tubului sonor deschis putem scrie:

$$l = n \cdot \frac{\lambda_d}{2} = n \cdot \frac{v}{2\nu_{dn}}$$

$$\nu_{dn} = n \cdot \frac{v}{2l}\,;\ \nu_{d4} = 4 \cdot \frac{v}{2l}$$

În cazul tubului sonor închis:

$$l = (2n-1)\frac{\lambda_i}{4} = (2n-1)\frac{v}{4\nu_{in}}$$



$$\nu_{in} = (2n-1)\frac{v}{4l}\,;\ \nu_{i4} = 7\frac{v}{4l}\,;\ \frac{\nu_{d4}}{\nu_{i4}} = 4 \cdot \frac{v}{2l} \cdot \frac{4l}{7v} = \frac{8}{7}$$

2°. Se dă un tub sonor cu lungimea l = 1,5m şi o coardă vibrantă cu lungimea l'=0,5m, secţiunea S=0,25mm^2 şi densitatea ρ=2,6·10^{3}Kg/m^2. Viteza sunetului în gazul din tub este 330m/s.

a) Să se determine frecvenţele fundamentale considerând odată tubul deschis şi apoi închis.

b) Să se determine forţa care întinde coarda pentru ca frecvenţa sunetului fundamental să aibă valoarea frecvenţei emisă de tub în cele două situaţii.

Scanned with OKEN Scanner

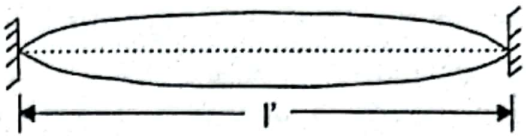
Rezolvare:

a) Preluând rezultatele de la problema precedentă vom avea:

$$\nu_{d1} = \frac{v}{2l} = \frac{330}{3} = 110\text{Hz} \; ; \; \nu_{fl} = \frac{v}{4l} = 55\text{Hz}$$

b) În cazul corzii:

$$l' = \frac{\lambda}{2} = \frac{v_t}{2\nu} \text{ dar } v_t = \sqrt{\frac{T_m}{\mu}}$$



$$\text{şi } \mu = \frac{m}{l} = \frac{\rho \cdot S \cdot l}{l} = \rho \cdot S$$

$$\text{dar } v_t = \sqrt{\frac{T_m}{\rho \cdot S}} \text{ şi } l' = \frac{1}{2\nu}\sqrt{\frac{T_m}{\rho \cdot S}} \Rightarrow T_m = 4\nu^2 \cdot l'^2 \cdot \rho \cdot S$$

$$T_m' = 4\nu_{d1}^2 \cdot l'^2 \cdot \rho \cdot S \approx 7{,}86\text{N} \; ; \; T_m'' = 4\nu_{fl}^2 \cdot l'^2 \cdot \rho \cdot S \approx 1{,}96\text{N}$$

II.20 Ultrasunete și infrasunete

Producerea ultrasunetelor. Pentru producerea undelor ultrasonore sunt utilizate procedee electromecanice, care se bazează pe fenomenul piezoelectric invers sau pe cel magnetostrictiv.

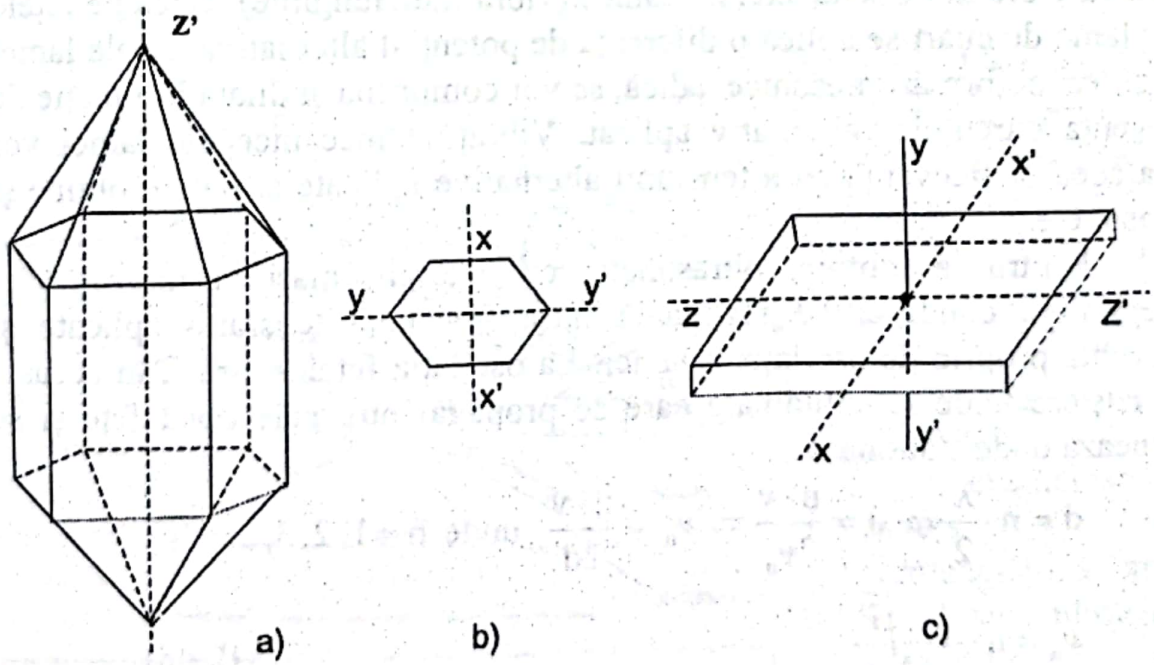


Figura II. 51. Cristal piezoelectric

Scanned with OKEN Scanner

Generatorul piezoelectric este un dispozitiv care produce ultrasunete pe baza efectului piezoelectric invers. O serie de cristale cum ar fi cuarţul, turmalina, sarea Seignette, posedă proprietatea că sub acţiunea unei forţe mecanice, o placă tăiată într-un anumit mod se încarcă pe feţele opuse cu sarcini electrice de semne contrare. Acest fenomen poartă numele de *efect piezoelectric direct*. *Efectul piezoelectric invers constă în modificarea dimensiunilor unei plăci tăiate dintr-un cristal piezoelectric dacă se aplică între două feţe un câmp electric.* Cristalul natural de cuarţ este format dintr-o prismă terminată cu două piramide hexagonale (figura II. 51 a), prezentând o axă de simetrie optică ZZ' ce uneşte vârfurile piramidelor, trei axe de simetrie mecanică corespunzătoare axelor XX' care sunt perpendiculare pe câte două feţe opuse ale cristalului şi trei axe de simetrie electrică corespunzătoare axelor YY' ce unesc câte două din muchiile opuse ale cristalului (figura II. 51 b). Pentru ca o lamă de cuarţ să aibă proprietăţi piezoelectrice trebuie să fie tăiată din cristalul natural astfel încât feţele care vor fi supuse deformării mecanice să fie paralele cu ZZ' şi perpendiculare pe una din axele electrice YY' (figura II. 51. c)

Dacă aplicăm un câmp electric variabil de-a lungul unei axe electrice, placa va efectua două feluri de vibraţii şi anume: în urma efectului piezoelectric invers longitudinal placa va vibra în direcţia axei electrice (vibraţii de grosime), iar în urma efectului piezoelectric invers transversal placa va vibra în direcţia axei mecanice (vibraţii de lungime). Dacă pe feţele unei lame de cuarţ se aplică o diferenţă de potenţial alternativă, feţele lamei vor suferi deformări mecanice, adică, se vor comprima şi dilata în funcţie de frecvenţa curentului alternativ aplicat. Vibraţiile mecanice ale lamei vor avea aceeaşi frecvenţă cu a tensiunii alternative aplicate şi putem obţine şi ultrasunete.

Pentru a obţine ultrasunete cu energii mari, este necesară îndeplinirea condiţiei de rezonanţă între frecvenţa tensiunii aplicate şi frecvenţa proprie de oscilaţie a lamei. La oscilaţia feţelor lamei, în aceasta iau naştere unde longitudinale care se propagă între cele două feţe şi se formează unde staţionare

$$d = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = \frac{n \cdot v}{2\nu_n} \Rightarrow \nu_n = \frac{n \cdot v}{2d} \quad \text{unde } n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$\nu_n = n \cdot \frac{1}{2d}\sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad \text{(II. 48)}$$

d – este grosimea lamei; E – modulul de elasticitate al cuarţului;
ρ – densitatea.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă n=1, ν_1 se numeşte frecvenţa fundamentală, iar dacă n = 2, 3, …, $\nu_2\nu_3$ .. se numesc armonici.

Observaţie. Detectorul piezoelectric foloseşte efectul piezoelectric direct. O placă din material piezoelectric aflată în câmp ultrasonor (sau sonor), vibrează şi deci se încarcă periodic cu sarcini electrice de semne opuse pe două feţe, generând tensiune alternativă între feţe care poate fi amplificată şi măsurată.

Generatorul magnetostrictiv. Fenomenul magnetostrictiv este proprietatea corpurilor feromagnetice de a se deforma mecanic în procesul de magnetizare. Fenomenul magnetostrictiv invers constă în faptul că dacă un corp feromagnetic magnetizat este supus unor deformări mecanice, intensitatea de magnetizare variază în funcţie de deformaţia mecanică suferită. Nichelul şi aliajele sale cu cobaltul sunt mai des folosite în construcţia emiţătoarelor magnetostrictive de ultrasunete. Cel mai simplu emiţător megnetostrictiv este o bară confecţionată dintr-un metal cu proprietăţi magnetostrictive, introdusă într-o bobină care crează un câmp magnetic alternativ. Frecvenţa ultrasunetelor emise de bară va fi egală cu dublul frecvenţei câmpului magnetic alternativ aplicat. Pentru ca energia fluxului ultrasonor emis să aibă valoarea maximă, trebuie să fie îndeplinită condiţia de rezonanţă între frecvenţa câmpului magnetic şi frecvenţa proprie de oscilaţie a barei feromagnetice. Dacă bara este fixată la capete:

$$\nu_n = n\frac{v}{2l}; \quad n = 1, 2, 3, \ldots,$$

unde l este lungimea barei şi v este viteza de propagare a undelor în bară.

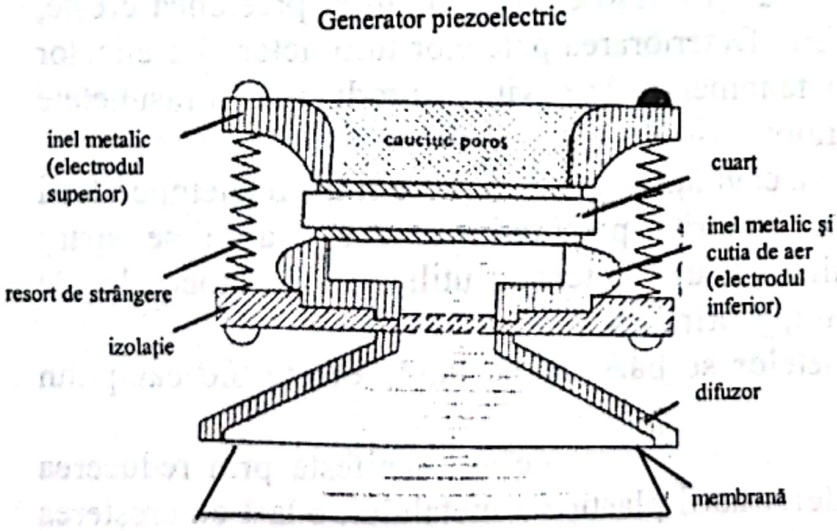


Figura II.52. Generator piezoelectric

Observaţie: Detectorul magnetostrictiv foloseşte efectul magnetostrictiv invers. O bară feromagnetică aflată în câmp ultrasonar vibrează dând naştere unui câmp magnetic

Scanned with OKEN Scanner

în mediul înconjurător. Acest câmp poate fi pus în evidenţă prin tensiunea electromotoare indusă într-o bobină care înconjoară bara. Tensiunea poate fi amplificată şi măsurată.

II.21 Fenomene şi efecte specifice ultrasunetelor

În cazul producerii şi propagării undelor ultrasonore, pe lângă fenomenele obişnuite ce apar în cazul general al undelor elastice, cum este fenomenul de dispersie, apar şi fenomene specifice, cum este cel de cavitaţie.

Dispersia ultrasunetelor este fenomenul de variaţie a vitezei de propagare a acestora în funcţie de lungimea de undă. Acest fenomen depinde de anumite proprietăţi interne ale mediului prin care se propagă ultrasunetele şi de repartizarea energiei primită de mediu.

Cavitaţia apare în procesul de propagare a undelor ultrasonore de mare energie prin lichide. Propagarea undelor ultrasonore se realizează prin comprimări şi decomprimări (destinderi) succesive ale mediului traversat. Datorită energiei mari transportate, în perioada destinderilor, în special în zonele unde se află bule de aer sau vapori, se produc ruperi ale lichidului. În locurile respective apar goluri (cavităţi) spre care se îndreaptă gazele dizolvate în lichid, cât şi vaporii rezultaţi din încălzirea lichidului. În faza comprimării, cavitatea formată îşi micşorează volumul şi presiunea creşte, ajungând la mii de atmosfere. Deteriorarea paletelor turbinelor şi a elicelor vapoarelor se explică prin fenomenul de cavitaţie produs de ultrasunetele generate de vibraţiile maşinilor.

Procesul de formare a cavităţilor este însoţit de ridicarea temperaturii şi de descărcări electrice. Datorită presiunii mari, cavităţile se sparg producând şocuri hidraulice foarte intense, utilizate în procesele de prelucrare mecanică (şlefuire, găurire, etc).

Aplicaţiile ultrasunetelor se bazează pe unele efecte ale câmpului ultrasonic:

1. Efectul de *"înmuiere acustică"* ce se manifestă prin reducerea tensiunii statice necesare deformării plastice a metalului, odată cu creşterea denstităţii de energie acustică.

2. Efectul de *"durificare acustică"* ce se manifestă prin creşterea tensiunii statice exterioare necesare deformării plastice, concomitent cu apariţia unor modificări structurale.

Scanned with OKEN Scanner

3. Efectul termic ce se manifestă prin încălzirea metalului traversat de ultrasunete, în special în zona ventrelor.

4. Efectul de reducere a frecării de contact.

II.22 Aplicații ale ultrasunetelor

Datorită proprietăților și efectelor produse, ultrasunetele au numeroase aplicații practice, grupate în două mari categorii: pasive și active.

Aplicațiile pasive servesc la obținerea unor informații referitoare la calitatea sau dimensiunile corpului examinat fără ca ultrasunetele să modifice structura și proprietățile mediului supus acțiunii lor. Dintre aplicațiile pasive amintim: defectoscopia ultrasonoră, microscopia ultrasonoră, ecografia și determinarea adâncimii mărilor.

Aplicațiile active folosesc fascicule ultrasonore pentru a schimba structura și proprietățile mediului supus acțiunii acestora. Aplicațiile active sunt mult mai numeroase decât cele pasive. Iată câteva exemple:

- prelucrarea materialelor solide care se face utilizând fenomenul de cavitație;
- sudura, lipirea și cositorirea unor piese metalice (aluminiu) care nu permit efectuarea acestor operații decât în câmpuri ultrasonore;
- depuneri de pături metalice prin electroliza realizată în câmp ultrasonor;
- mărirea vitezei unor reacții chimice;
- distrugerea virusurilor și microorganismelor;
- distrugerea pietrelor din rinichi.

Dintre numeroasele aplicații ale ultrasunetelor vom prezenta defectoscopia ultrasonoră și ecograful.

Defectoscopia ultrasonoră prin impulsuri

Detectarea defectelor de structură în interiorul solidelor se poate realiza prin reflexia fasciculelor de ultrasunete produse de un generator piezoelectric care lucrează în impulsuri (figura II. 53. a).

Scanned with OKEN Scanner

Detectarea defectelor de structură în interiorul solidelor se poate realiza prin reflexia fasciculelor de ultrasunete produse de un generator piezoelectric care lucrează în impulsuri (figura II. 53. a).

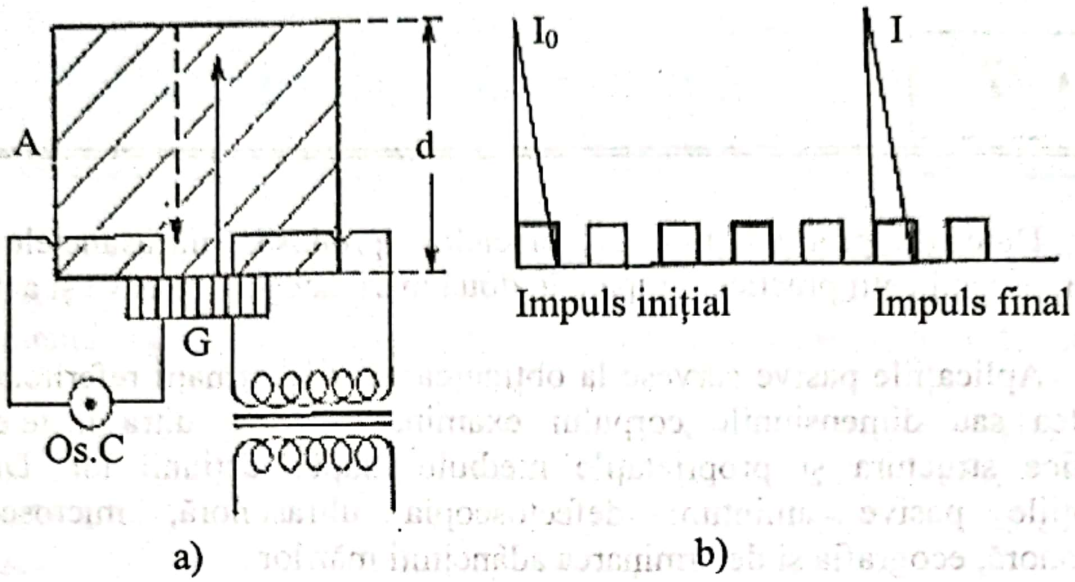


Figura II. 53. Principiul de funcționare al unui defectoscop cu impulsuri

Generatorul G se fixează pe o față a corpului solid A, iar semnalul ultrasonor, după ce traversează piesa și se reflectă pe fața opusă se reîntoarce la cuarțul piezoelectric generator la care este conectat un osciloscop electronic cu bază de timp rectangulară. Osciloscopul înregistrează atât impulsul inițial emis de generator, cât și un impuls final, provocat de unda ultrasonoră reflectată. În lipsa defectelor, pe ecran apar doar aceste impulsuri (figura II. 53. b), din poziția cărora poate fi determinată viteza de propagare a ultrasunetelor prin piesă:

$v = \frac{2d}{t}$ unde t este timpul scurs între apariția celor două impulsuri.

Din amplitudinea celor două impulsuri se poate determina coeficientul de absorbție în ultrasunete al materialului: $I = I_0 e^{-2d\alpha}$

de unde $\alpha = \frac{1}{2d} \ln \frac{I_0}{I}$

Dacă în interiorul piesei există un defect D (figura II. 54), o parte din fasciculul ultrasonor se reflectă pe acesta, iar pe ecran mai apare un impuls intermediar, numit impuls de defect.

Scanned with OKEN Scanner

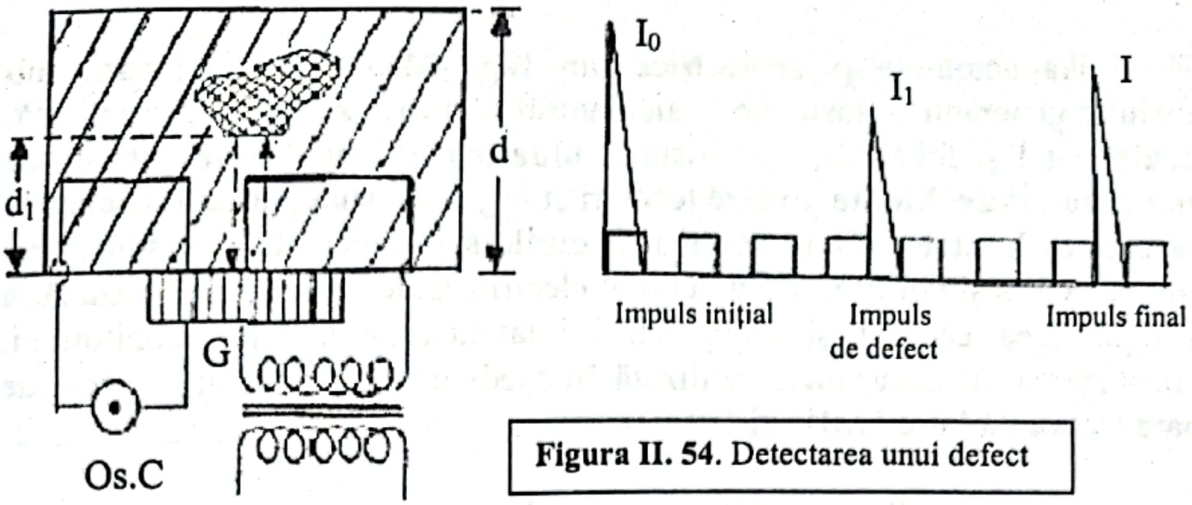


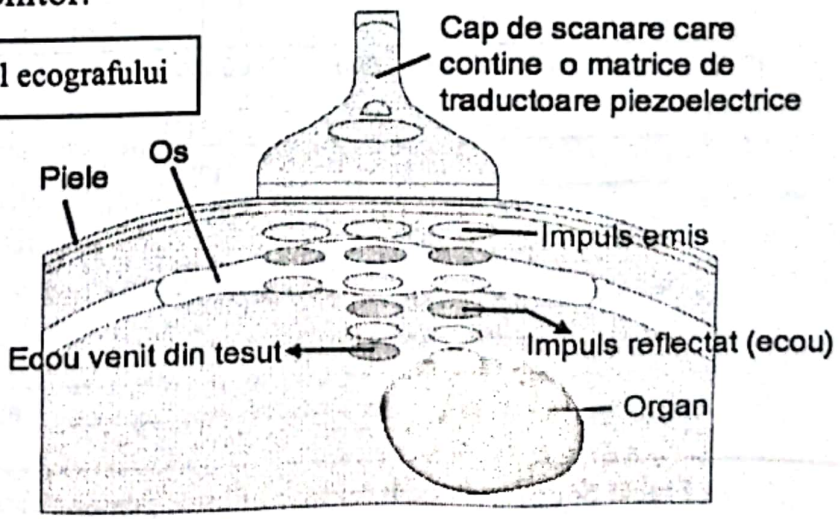
Figura II. 54. Detectarea unui defect

Poziția și dimensiunile defectului pot fi determinate, fie cunoscând viteza ultrasunetelor prin piesă și înregistrând timpul t_1 dintre impulsul inițial și cel de defect, conform relației: $d_1 = \frac{v \cdot t_1}{2}$, fie măsurând amplitudinile impulsului inițial și a celui de defect și cunoscând coeficientul de absorbție α, conform relației: $d_1 = \frac{1}{2\alpha} \ln \frac{I_0}{I_1}$.

Ecograful

Ecograful este pentru medici un instrument de diagnosticare cu care pot examina interiorul corpului uman, fără a avea de-a face cu riscurile pe care le presupun razele X. Ultrasunetele emise de un generator sunt transmise și reflectate înapoi atunci când ating un obiect. Când undele trec prin corp, ele sunt reflectate înapoi în momentul în care apare o schimbare a densității. O astfel de schimbare apare la granița dintre două organe diferite. Ecograful este format dintr-un corp de scanare, care este și sursă și receptor, un calculator și un monitor.

Figura II. 55. Principiul ecografului



Scanned with OKEN Scanner

Traductoarele piezoelectrice din capul de scanare vibrează sub tensiune generând ultrasunete. Calculatorul controlează tensiunea aplicată, regularizând şi focalizând impulsurile ultrasonore. Impulsurile ultrasonore străbat cu viteze diferite diverse ţesuturi şi organe şi sunt parţial reflectate la traversarea limitelor dintre acestea. Ecourile sunt receptate de traductoare, care vor vibra şi vor produce un curent electric. Calculatorul analizează tăria şi întârzierea ecoului şi va construi imaginea pe ecranul monitorului. Vizualizarea cu ultrasunete, utilizată în medicină foloseşte ultrasunete de mare frecvenţă între 5MHz şi 10MHz.

Observaţii. Principiul "vizualizării" cu ultrasunete este similar cu cel al ecolocaţiei folosit de lilieci. Liliecii emit ultrasunete în impulsuri care, fiind reflectate de obiectele aflate pe o anumită direcţie, sunt apoi receptate. În funcţie de timpul scurs între emisia unui impuls şi recepţionarea lui, după reflexie, liliacul "vede" configuraţia mediului înconjurător. Despre unii peşti (delfinul) se ştie că au văzul slab, dar aceştia pot comunica prin ultrasunete şi infrasunete. Acest mod de comunicare nu a fost suficient studiat până în prezent.

În figura II. 56 se poate observa gama de frecvenţe care crează senzaţii auditive pentru om şi pentru câteva specii de animale. Elefanţii utilizează structuri sonore care permit să comunice prin infrasunete la distanţe mari. În condiţii atmosferice ideale, ei pot comunica pe o suprafaţă de aproximativ 100km^2. Distanţele mari de comunicare pot fi explicate prin faptul că, după lăsarea serii, se produce fenomenul de inversiune termică ceea ce face ca sunetul să fie reflectat înapoi pe pământ.

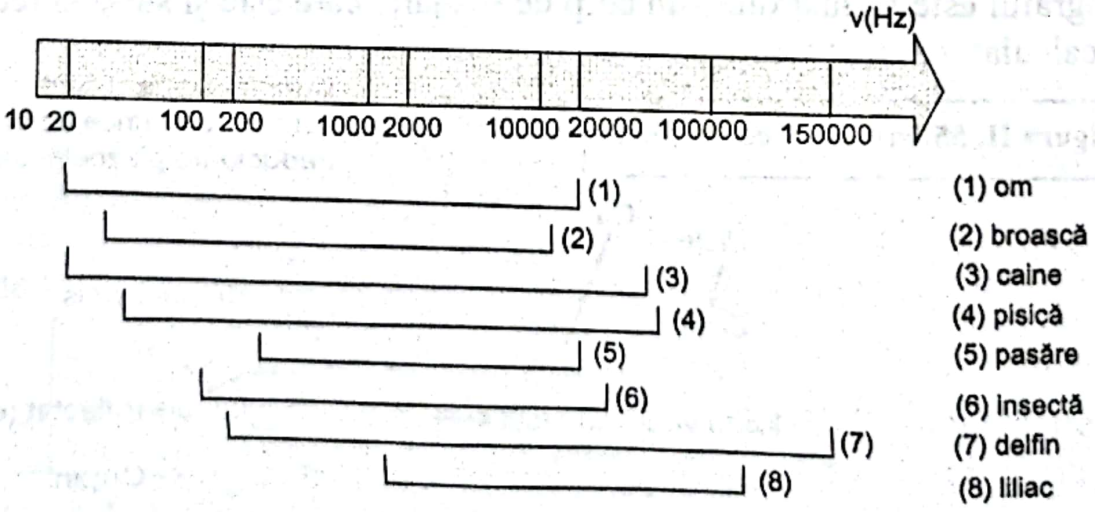


Fig. II.56. Benzile de frecvenţe audibile pentru diferite tipuri de urechi

Scanned with OKEN Scanner

Cercetătorii din domeniul militar sunt preocupaţi de realizarea unor arme acustice care, emiţând infrasunete, pot respinge atacuri inamice. O emisie puternică de infrasunete produce vibraţii insuportabile pentru om, determinând tulburări ale vederii, fenomene de dezorientare, greaţă, ajungându-se până la leziuni interne.

Concluzii:

- Acustica este partea fizicii care se ocupă cu studiul producerii, propagării şi recepţionării sunetelor şi a efectelor produse asupra organismelor şi corpurilor.
- În funcţie de frecvenţă distingem:
  infrasunete $\nu < 16Hz$
  sunete $16Hz \le \nu \le 20000Hz$
  ultrasunete $\nu > 20000Hz$
- Înălţimea sunetului este proprietatea de a fi mai profund (grav) sau mai acut (ascuţit, subţire) şi depinde de frecvenţă.
- Intensitatea sau tăria sunetului. $I = \frac{1}{S} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{P}{S}$
- Nivelul sonor. $N_S = \lg \frac{I}{I_0}$

Unitatea de măsură pentru nivelul sonor este belul (B).

- Timbrul este caracteristica unui sunet exprimată prin componentele şi nivelul lor de intensitate sonoră.
- Legea de atenuare a sunetului
-

$$I = I_0 e^{-\alpha d}$$

- Efectul piezoelectric constă în apariţia, pe feţele cristalelor supuse la deformări după anumite direcţii, a unor sarcini electrice egale şi de semne contrare. Electrostricţiunea sau efectul piezoelectric invers stă la baza producerii ultrasunetelor şi constă în apariţia dilatărilor şi comprimărilor succesive ale cristalului sub acţiunea unui câmp electric alternativ.
- Fenomenul magnetostrictiv este proprietatea corpurilor feromagnetice de a se deforma mecanic în procesul de magnetizare.

Scanned with OKEN Scanner

Întrebări şi probleme propuse

1. Prin ce se deosebesc de sunete, infrasunetele şi ultrasunetele?
2. Indicaţi o metodă experimentală pentru determinarea vitezei de propagare a undelor sonore.
3. Ce se înţelege prin înălţimea sunetului şi de cine depinde?
4. Cum se defineşte intensitatea sunetului?
5. Când şi cum se produce ecoul?
6. Precizaţi câteva aplicaţii ale ecoului.
7. Ce este reverberaţia?
8. De cine depinde timbrul unui sunet?
9. Pe care fenomene se bazează producerea ultrasunetelor?
10. Care sunt fenomenele şi efectele specifice ultrasunetelor?
11. Cum explicaţi orientarea în spaţiu a liliecilor?
12. Precizaţi câteva aplicaţii ale ultrasunetelor.
13. Când cineva bate cu ciocanul la o distanţă mare de noi şi privim spre el, observăm că momentul în care se vede ciocanul atingând obiectul în care se bate şi momentul în care auzim bătaia nu coincid. De ce?
14. De ce ar putea fi descoperit uşor un submarin chiar când s-ar afla sub apă, dacă motoarele sale ar face să vibreze învelişul metalic al navei?
15. Ce ar auzi un observator care s-ar deplasa cu o viteză egală cu viteza de propagare a sunetului, depărtându-se de sursă?
16. În ce fel se schimbă înălţimea sunetelor date de coardele unei chitare dacă este adusă iarna de afară într-o cameră încălzită?
17. Când trenul se află într-o staţie, revizorul de vagoane ciocăne uşor în bandajul roţilor. În ce scop face el această operaţie?
18. Cum se explică faptul că auzim când zboară o muscă sau un ţânţar, dar nu auzim când zboară un fluture?
19. De ce când vrem să auzim mai bine, ţinem mâna pâlnie la ureche?
20. De ce în pădure este greu să definim direcţia de unde vine sunetul?
21. De ce un înotător sub apă nu poate auzi niciodată ce i se strigă de la mal?
22. De ce, chiar când ne aflăm lângă o sursă sonoră, constatăm că acelaşi sunet se aude mai tare într-o cameră şi mai slab afară, într-un loc deschis?
23. De ce într-o sală plină cu public, muzica se aude mai slab decât într-o sală goală?
24. În care mediu este mai mică lungimea de undă a unui sunet: când propagarea se face în aer, sau când sunetul se propagă în apă?
25. De ce pentru a putea citi afară noaptea este necesar să stăm în dreptul ferestrei prin care vine lumina din cameră, în timp ce pentru a se asculta muzica din cameră nu este nevoie să stăm în dreptul ferestrei?
26. Un tunet se aude după 10s de la observarea fulgerului, iar după 40s se observă al doilea fulger care se aude după 5s. Cu ce viteză s-a deplasat furtuna?

R: v=42,5 m/s

27. Care sunt limitele lungimilor de undă pentru undele sonore în aer? Dar în oţel? Se ştie:

ν_{min}=16Hz $\quad$ v_{aer} = 340m/s

ν_{max}= 20kHz $\quad$ $v_{oţel}$ = 5000m/s

R: 21,25 m; $17 \cdot 10^{-3}$ m; 312,5 m; $250 \cdot 10^{-3}$ m

Scanned with OKEN Scanner

28. O undă sonoră are frecvenţa de 440Hz. Care este lungimea de undă a acestui sunet în aer (v_{aer} = 340m/s)? Dar în apă ($v_{apă}$ = 1400m/s)?

R: 0,77m; 3,27m

29. Un tren trece cu viteza v= 20 m/s, paralel cu un zid lung care se află la o distanţă necunoscută x de calea ferată. Un călător din tren descărcând o armă, aude ecoul după intervalul de timp Δt=3s. Viteza sunetului în aer este v_s = 340m/s. Se cere să se calculeze distanţa x dintre zid şi calea ferată.

R: x=509,1m

30. Un lucrător loveşte o şină de cale ferată rectilinie. Un observator aflat pe şină, la o anumită distanţă, poate auzi două sunete pentru fiecare lovitură, la interval de 1s. Care este distanţa dintre cei doi, dacă sunetul se propagă în aer cu 340m/s iar în oţel cu 5000m/s? Să se determine valoarea modulului de elasticitate al oţelului, dacă densitatea acestuia este ρ=7800kg/m^3.

R: d = 364,8 m; E = 1,95·10^{11}N/m^2.

31. Viteza cu care o undă se propagă într-o coardă de densitate ρ şi lungime l, întinsă sub acţiunea unei forţe F, este v. Se cer:

a)raza secţiunii corzii;

b)frecvenţa sunetului fundamental şi a primelor sale două armonici.

R: a) $r=\frac{1}{v}\sqrt{\frac{F}{\pi\cdot\rho}}$; b) $v_0=\frac{v}{2l}$; $v_1=\frac{v}{l}$; $v_2=\frac{3v}{2l}$

32. Doi observatori se află în punctele A şi B situate la distanţa l unul de celălalt şi ambii la distanţa d faţă de un perete plan, reflectător. Din A se emite un sunet scurt pe care observatorul din B îl aude de două ori după un interval Δt = 0,2 s între cele două percepţii. Calculaţi distanţa d, dacă l=64m şi viteza de propagare a sunetului în aer este c=340m/s.

R: d ≅ 57,7 m.

33. Într-n tub sonor deschis având lungimea l=0,85 m se produc sunete. Să se determine primele patru frecvenţe proprii ale sunetelor produse. Viteza sunetului este c=340m/s.

R: 200Hz; 400Hz; 600Hz; 800Hz.

34. Două corzi de chitară sunt confecţionate din acelaşi material, au aceeaşi lungime şi sunt întinse cu forţe egale. Dacă raportul diametrelor este 1 / 2, să se determine raportul frecvenţelor proprii.

R: $\nu_1/\nu_1' = d_1'/d_1 = 2$.

35. La o măsurare a vitezei sunetului, după metoda undelor staţionare s-a găsit pentru jumătatea lungimii de undă sonoră în aer 6 cm. Care este viteza v a sunetului în bară, dacă lungimea barei este 60 cm şi ea este fixată la mijloc? Viteza sunetului în aer este c=340m/s.

R: 3400 m/s.

36. Lungimea unui tub închis la capete este 1,7 m. Să se calculeze frecvenţele proprii ν_k ale acestui tub.

R: $\nu_k = k\frac{v}{2l}$, $\nu_1 = 100Hz$.

37. Să se afle frecvenţele ν_k cu care va intra în rezonanţă un tub de 1,7 m, închis la un capăt.

R: $\nu_k = \frac{2k-1}{4}\cdot\frac{v}{l}$; $\nu_1 = 50Hz$; $\nu_k = (2k-1)\cdot 50\,Hz$

Scanned with OKEN Scanner

38. O piatră este lăsată să cadă liber într-un puț și după t secunde se aude zgomotul căderii în apă; cunoscând viteza sunetului în aer, v, se cere adâncimea puțului. Aplicație: t=4s, v =340m/s și g=10m/s^2.

R: $h = \dfrac{v(v+gt) \pm v\sqrt{v(v+2gt)}}{g}$; h = 71,4 m.

39. O bară cu capetele încastrate are lungimea l=1m. Prin frecare bara produce un sunet cu frecvența ν_0=700Hz. Care este viteza c a sunetului în bară? Ce armonici poate avea sunetul emis de bară?

R: c = 1400m/s; $\nu_k = k\,\nu_0$.

40. Cum trebuie variată tensiunea unei coarde pentru ca ea să emită un sunet de 3 ori mai jos?

R: Se micșorează de 9 ori.

41. O sursă S, emițând sunete cu frecvența 210Hz este așezată în apropierea capătului deschis al unui tub, ca în figură. Se constată că, dacă pistonul se deplasează încet de-a lungul tubului, intensitatea sonoră atinge un maxim când lungimea L=41cm și al doilea maxim pentru L'=121cm. Explicați acest fenomen și calculați viteza sunetului în aer.

R: 336 m/s.

42. Spre un perete reflectător se trimite o undă sonoră plană de frecvență ν=500Hz. Distanța dintre sursă și perete este l=40m. Amplitudinea oscilațiilor particulelor mediului este A=2,4mm și viteza de propagare a undelor c=320m/s.

Să se afle:

a) lungimea de undă a undelor sonore;

b) distanțele față de perete la care în urma interferenței dintre unda incidentă și unda reflectată, presupusă de aceeași amplitudine, se produc maxime (ventre) și minime (noduri);

c) amplitudinea oscilațiilor punctelor mediului aflate la distanța x_1=5,2m de perete;

d) energia de oscilație a unui volum de gaz egal cu 1 mm^3 dacă densitatea gazului este ρ=1,3kg·m^{-3}.

R: a) λ=0,64m; b) $N = \dfrac{2l}{\lambda} = 125$; $x_n = n\dfrac{\lambda}{2}$; $x_v = (2n+1)\dfrac{\lambda}{4}$;

c) A_1 = 3,384 mm; d) E=14,6·10^{-8}J.

43. Sub acțiunea unei forțe F=32N un corp elastic este deformat cu Δl=1,6cm față de poziția de echilibru. Lăsat liber corpul oscilează emițând un sunet cu frecvența ν=400Hz. Viteza sunetului în aer fiind c=320m/s, să se afle:

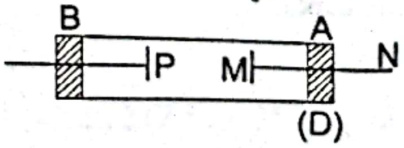
a) constanta elastică a sistemului oscilant;

b) lungimea de undă a sunetului emis;

c) viteza maximă și accelerația maximă a unei molecule de aer adusă în stare de oscilație considerând că transmiterea undei se face fără amortizare.

R: a) k=2·10^{3}N/m; b) λ=0,8m; c) v_{max}=40,12m/s; a_{max}=1,02·10^{5}m/s^2.

44. La capătul A al unui tub de sticlă orizontal se află un dop (D) străbătut de tija metalică MN de lungime L=0,8 m, fixată la mijloc. La capătul B se află un piston P care se poate deplasa în lungul tubului (tubul Kundt). În porțiunea PM a tubului se află praf fin de rumeguș. Prin frecarea porțiunii AN a tijei, în tijă se produc unde longitudinale care provoacă oscilații ale coloanei de aer PM. În urma interferenței dintre unda directă și cea



reflectată, în tubul PM iau naştere unde staţionare, materializate de aşezarea rumeguşului, în P şi M fiind noduri. Experienţa se efectuează la 0°C (c_0=330 m/s).

Să se afle:

a) frecvenţa undelor din tijă, dacă în regim staţionar, în A (fixat) este nod, iar în N şi M sunt ventre; viteza undelor în tijă este c_t=4800 m/s;

b) lungimea de undă a undelor din tubul PM dacă rumeguşul indică formarea a n=8 ventre şi dacă PM=0,495 m;

c) viteza de propagare a undelor în aer.

R: a) ν =3000Hz; b) λ=0,124 m; c) c=368,29 m/s

45. O coardă vibrantă de densitate $\rho=7{,}5\cdot10^3$ kg/m^3 are secţiunea S=2mm^2. Calculaţi lungimea coardei dacă sub acţiunea tensuinii T=75N oscilează transversal cu frecvenţa ν=20 Hz. Modulul de elasticitate al coardei fiind $E=10^{11}$ N·m^{-2}, ce frecvenţă vor avea oscilaţiile longitudinale ale coardei?

R: l=1,77 m; ν=1030 Hz

46. O coardă elastică de lungime l =1m şi de secţiune S=6,25 mm^2 este fixată orizontal la capete. Frecvenţa fundamentală a oscilaţiilor longitudinale ale coardei este ν_l = 2500 Hz, iar frecvenţa fundamentală a oscilaţiilor transversale este υ_t = 100 Hz. Se fixează de mijlocul coardei un corp de masă m=4 kg şi se constată că punctul unde a fost fixat coboară cu h=0,5 cm. Să se calculeze:

a) tensiunea iniţială la care a fost supusă coarda (g=10m/s^2);

b) masa coardei;

c) modulul de elasticitate al materialului din care este confecţionată coarda precum şi densitatea acestuia.

R: a) T=2000N; b) m=50g; c) $E=2\cdot10^{11}$N/m^2; $\rho=8\cdot10^3$kg/m^3.

47. Viteza undelor într-o placă de cuarţ este c_l=5000m/s. Placa de cuarţ produce ultrasunete de frecvenţă ν=40000Hz şi de amplitudine $A=2\cdot10^{-7}$m. Să se calculeze:

a) grosimea lamei;

b) energia transferată de placă în timp de un minut, dacă ea oscilează în apă (c=1500m/s). Aria plăcii de cuarţ este S=4 cm^2;

c) presiunea ultrasonoră din apă.

R: a) d=6,25 cm; b) W=45J; c) p=0,65 atm.

48. Două tuburi sonore A şi B au lungimile l_1=2,8m şi respectiv l_2. Tubul A este deschis la ambele capete, iar tubul B este închis la un capăt. Armonica a doua a sunetului produs de tubul A coincide cu armonica a treia a sunetului produs de tubul B. Să se afle:

a) lungimea tubului B;

b) frecvenţele fundamentale ale sunetelor produse de cele două tuburi, viteza sunetului în tuburi fiind c=340m/s;

c) dacă tuburile ar avea aceeaşi lungime, o armonică a sunetului produs de primul tub coincide cu vreo armonică a sunetului produs de cel de-al doilea tub?

R: a) l_2=3,5m; $\nu_1=\frac{425}{7}Hz$; $\nu_2=\frac{170}{7}Hz$; c) nu.

49. Nivelele sonore a două sunete diferă printr-un decibel. Să se determine:

a) raportul intensităţilor;

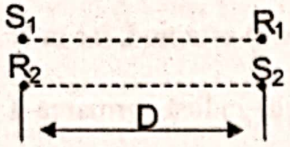
b) raportul amplitudinilor undelor sonore.

R: a) 1,26; b) 1,12.

50. Pentru determinarea vitezei curenţilor de aer se poate folosi anemometrul sonic din figura alăturată. Sursele S_1 şi S_2 emit simultan sunete scurte înregistrate de receptoarele R_1 şi R_2. Curenţii de aer având direcţia SR, receptoarele vor înregistra o

Scanned with OKEN Scanner

diferență de timp Δt între înregistrări, diferență masurată electronic. Viteza sunetului în aer calm fiind c=330m/s, D=10m și $\Delta t=4{,}6\cdot10^{-3}$s, să se calculeze viteza curenților de aer.



R: $v=\frac{c^2\Delta t}{2D}=25\text{m/s}$

Test de evaluare

Itemi de evaluare	Punctaj
1. Unitatea de măsură pentru nivelul sonor este: a) W; b) J; c) B; d) Hz.	0,25 p
2. Unitatea de măsură pentru frecvență este: a) s; b) Hz; c) m/s; d) s^{-2}.	0,25 p
3. Relația de definiție a intensității sonore este: a) $I=\frac{1}{S}\cdot\frac{\Delta W}{\Delta t}$; b) $I=\frac{\Delta W}{\Delta t}$; c) $I=S\frac{\Delta W}{\Delta t}$; d) $I=S\cdot\Delta W\cdot\Delta t$.	0,25 p
4. Legea de atenuare a sunetului este: a) $I=I_0\alpha d$; b) $I=-\frac{\alpha d}{I_0}$; c) $I=\frac{I_0}{e^{-\alpha d}}$; d) $I=I_0e^{-\alpha d}$	0,25 p
5. Definiți efectul piezoelectric.	1 p
6. Într-un tub sonor de lungime L închis la un capăt, lungimea de undă a sunetului fundamental este: a) 4L; b) L/2; c) 3 L/4; d) L.	0,5 p
7. Pentru o coardă elastică de lungime L, prinsă la ambele capete, lungimea de undă a sunetului fundamental este: a) 3 L/4; b) L/2; c) L/4; d) 2L.	0,5 p
8. Dacă o coardă elastică bine întinsă este scurtată cu 15cm, atunci frecvența sunetului fundamental crește de 1,5 ori la aceeași tensiune a corzii. Lungimea inițială a corzii este: a) 15 cm; b) 22.5 cm; c) 30 cm; d) 45 cm.	1 p
9. Unui proiectil i se imprimă o viteză inițială v_0=200m/s sub un unghi de 30° față de orizontală. După cât timp de la lansare trebuie declanșată explozia pentru ca ea să se producă la înălțimea maximă față de sol? După cât timp se aude zgomotul exploziei în punctul de lansare, măsurat din momentul lansării?	3 p
10. Un generator de ultrasunete are drept emițător un cristal de cuarț. Cristalul are grosimea de 6 cm, densitatea 2500kg/m^3 și modulul de elasticitate $6{,}25\cdot10^{10}$N/m^2. Care este frecvența fundamentală a ultrasunetului emis?	2 p

Scanned with OKEN Scanner

7 OSCILAȚII ȘI UNDE ELECTROMAGNETICE

2.1 Circuitul RLC în curent alternativ

2.1.1. Osciloscopul electronic

Osciloscopul electronic este un aparat care permite vizualizarea formei de variație în timp a unor tensiuni electrice. Dispozitivul electronic principal al aparatului este tubul catodic (tub cu fascicul dirijat).

Tubul catodic este un tub electronic (figura 2. 1), confecționat dintr-un tub vidat, de sticlă, cu următoarele părți componente:

- tun electronic;
- sistem de deviere (deflexie);
- ecran.

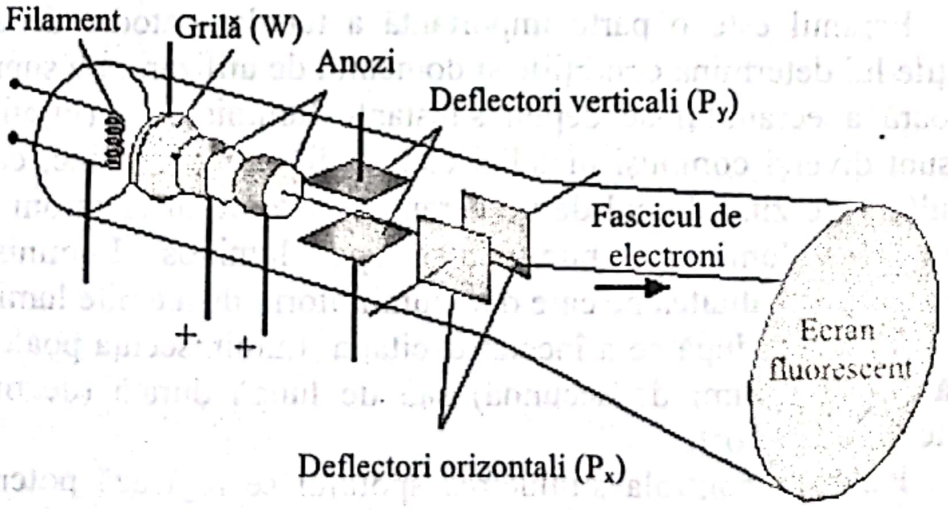


Figura 2. 1. Tubul catodic al unui osciloscop electronic.

Scanned with OKEN Scanner

Catodul C emite electroni atunci când este încălzit (emisie termoelectronică) de filamentul F căruia i se aplică o tensiune de filament. Electronii emişi vor fi accelerați în spațiul dintre catod şi anozi după care, datorită inerţiei, ei îşi vor continua mişcarea lovind ecranul fluorescent.

Datorită diferenţelor de potenţial care există între electrodul de comandă (W) şi primul anod (A_1) precum şi între cei doi anozi (A_1 şi A_2), apar efecte de lentile electronice convergent – divergente, acţiunea lentilei convergente fiind predominantă (figura 2. 2).

Cu ajutorul lentilelor electrostatice se realizează focalizarea fasciculului de electroni (aria secţiunii transversale a fasciculului, în vecinătatea ecranului, trebuie să fie foarte mică).

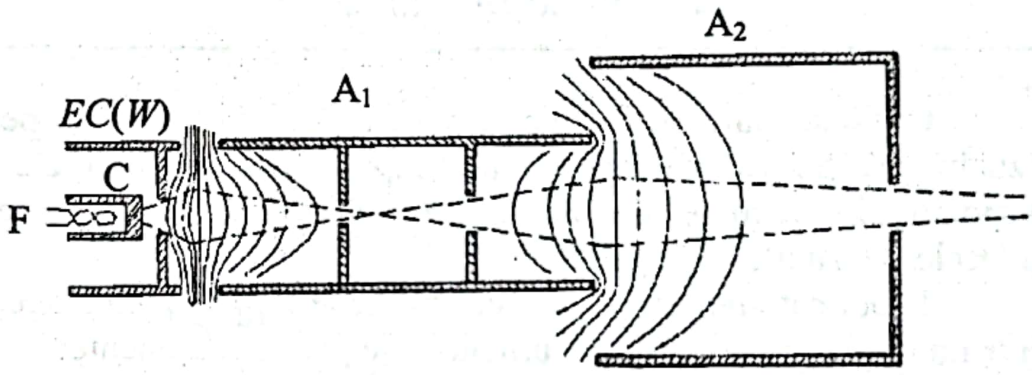


Figura 2. 2 Sectiune printr-un tun electronic

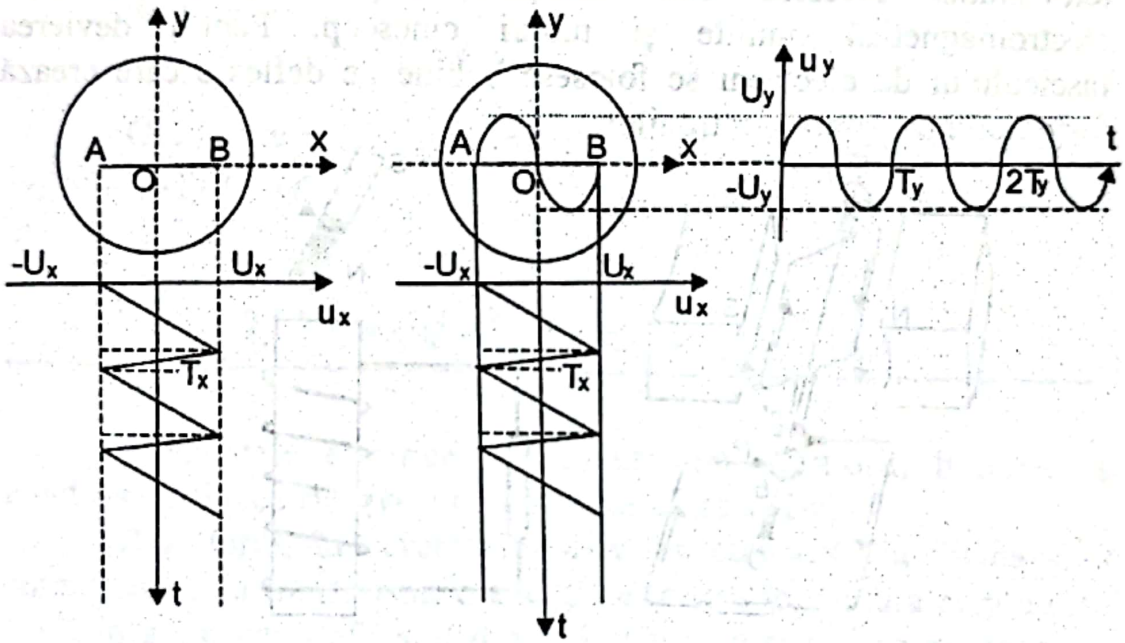
Ecranul este o parte importantă a tubului catodic deoarece, calităţile lui determină condiţiile şi domeniul de utilizare. Pe suprafaţa interioară a ecranului se depun substanţe luminiscente (luminofor) care sunt diverşi compuşi metalici cum ar fi silicaţi de zinc, cadmiu sau sulfură de zinc. Locul de pe ecran bombardat cu electroni emite lumină, pata luminoasă numindu-se spot luminos. Luminiscenţa remanentă este calitatea pe care o au luminoforii de a emite lumină un timp determinat, după ce a încetat excitaţia. Luminiscenţa poate fi de scurtă durată (miimi de secundă) sau de lungă durată (de ordinul minutelor sau orelor).

Pentru a controla strălucirea spotului se reglează potenţialul negativ al electrodului de comandă (W) şi în felul acesta se controlează numărul electronilor care intră în componenţa fasciculului.

Scanned with OKEN Scanner

Osciloscoapele electronice folosesc tuburi cu sistem de deviere electrostatică format din două perechi de plăci de deviere (deflexie), pe orizontală (P_x) şi pe verticală (P_y). Deviaţia fasciculului de electroni, de la direcţia iniţială, depinde de polaritatea plăcilor precum şi de tensiunea aplicată.

Pentru a obţine pe ecranul osciloscopului graficul tensiunii în funcţie de timp, se utilizează tensiuni în dinţi de fierăstrău aplicate plăcilor de deviere pe orizontală (P_x) care crează axa timpului (baza de timp) (figura 2. 3, a). În absenţa semnalului u_y, tensiunea u_x deplasează, în timpul unei perioade, spotul luminos, relativ lent spre dreapta (de la A la B) cu viteză constantă, şi după aceea rapid spre stânga (de la B la A).



a) b)

Figura 2. 3. Vizualizarea unei tensiuni alternative.
a) Realizarea bazei de timp ($u_y=0$).
b) Imaginea obţinută pentru $\nu_y = \nu_x$.

Dacă simultan cu aplicarea tensiunii u_x, pentru crearea bazei de timp, se aplică pe celelalte plăci tensiunea de vizualizat u_y, spotul luminos descrie variaţia în timp $u_y = f(t)$ (figura 2. 3, b). Pentru ca imaginea de pe ecran să fie staţionară trebuie îndeplinită condiţia:

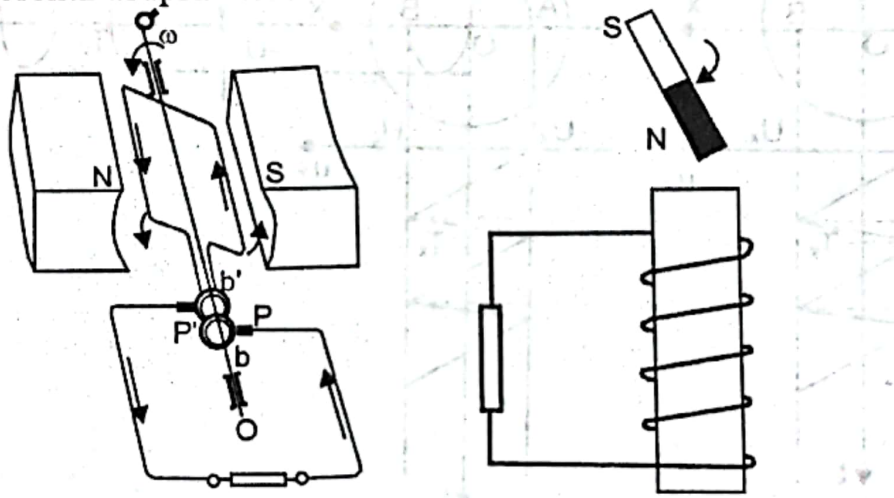
Scanned with OKEN Scanner

$$\nu_y = n \cdot \nu_x$$

Pentru n=1 ($\nu_x = \nu_y$), pe ecran apare curba corespunzătoare unei perioade de oscilaţie.

Pentru a studia simultan mai multe semnale (osciloscop cu spot multiplu) pe ecranul unui tub catodic cu un singur spot, se utilizează un dispozitiv numit comutator electronic. Comutatorul electronic permite aplicarea, pe plăcile de deviere pe verticală (P_y), pe rând a tensiunilor de vizualizat. Curbele luminoase apar în acelaşi timp pe ecran datorită persistenţei luminoase a luminoforului ecranului.

Tuburile catodice sunt utilizate şi în receptoarele de televiziune. Acestea sunt echipate cu tuburi cu deviaţie electromagnetică numite şi tuburi cinescop. Pentru devierea fasciculului de electroni se folosesc bobine de deflexie care crează forţe Lorentz asupra electronilor.



Osciloscopul electronic este utilizat şi în studierea fenomenelor legate de curentul electric alternativ sinusoidal. T.e.m. alternativă se produce, de obicei, pe baza fenomenului de inducţie electromagnetică. În clasa a X - a s-a studiat generarea t.e.m. alternative fie prin rotirea uniformă a unei spire conductoare într-un câmp magnetic uniform, fie prin rotirea unui câmp magnetic în faţa unei bobine fixe (alternatorul).

Scanned with OKEN Scanner

T.e.m. alternativă are forma:

$e = E_m \sin \omega t$

Dacă la bornele generatorului se conectează un circuit, tensiunea la borne, respectiv intensitatea curentului electric prin circuit au formele:

$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_{0u})$ $\quad i = I_m \sin(\omega t + \varphi_{0i})$ unde: - u,i se numesc valori instantanee (momentane);

- U_m, I_m se numesc valori maxime.

În afară de aceste valori se introduc şi valorile efective(măsurate de aparate)

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \qquad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Oscilaţiile tensiunii şi intensităţii alternativ sinusoidale se pot reprezenta prin fazori.

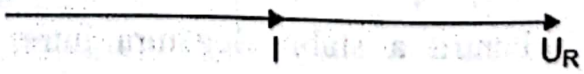
2.1.2. Circuitul RLC serie în curent alternativ

Elementele electrice de circuit sunt rezistorii, bobinele şi condensatorii electrici (vezi manualul de clasa a X-a)

Rezistorul, în curent alternativ, se comportă la fel ca şi în curent continuu transformând energia electrică în căldură prin efectul Joule.În acest caz defazajul dintre i şi u este nul şi se poate aplica legea lui Ohm sub forma:

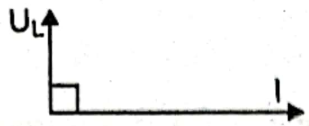
$$I = \frac{U_R}{R}$$

Reprezentarea fazorială a tensiunii şi intensităţii este cea din figura alăturată.

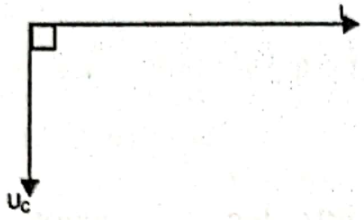


O bobină ideală introduce, în curent alternativ, o rezistenţă aparentă numită reactanţă inductivă $(X_L = \omega L)$ şi un defazaj între

Scanned with OKEN Scanner



tensiune şi intensitate de $\frac{\pi}{2}$ (tensiunea este defazată înaintea intensităţii)



Un condensator ideal introduce, în curent alternativ, o rezistenţă aparentă numită reactanţă capacitivă ($X_C = \frac{1}{\omega C}$)şi un defazaj între tensiune şi intensitate de $\frac{\pi}{2}$(tensiunea este defazată în urma intensităţii).

În figura 2. 4 este reprezentat un circuit care conţine un rezistor de rezistenţă R, o bobină de inductanţă L şi un condensator de capacitate C, legate în serie şi alimentate cu o tensiune alternativă de valoare efectivă U.

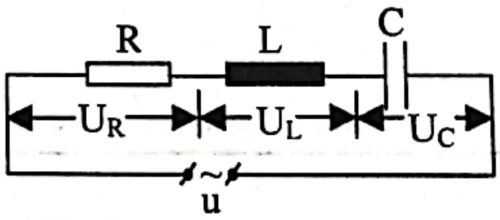


Figura 2. 4. Circuit RLC serie de c. a.

Prin circuit se stabileşte un curent cu intensitatea i având aceeaşi frecvenţă ca şi tensiunea aplicată, care determină la bornele elementelor tensiunile u_R, u_L, u_C. În cazul circuitelor de curent alternativ legile lui Kirchhoff sunt aplicabile numai pentru valorile instantanee ale tensiunilor şi intensităţilor.

$$u = u_R + u_C + u_L \qquad (2.\ 1)$$

Pentru a stabili legătura între valorile efective ale acestor tensiuni putem utiliza reprezentarea fazorială (figura 2. 5, a).

Scanned with OKEN Scanner

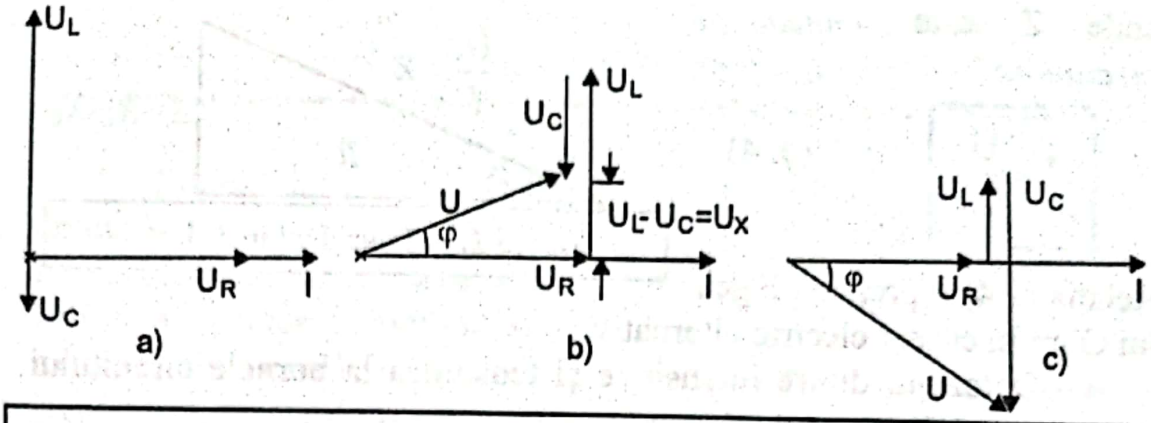


Figura 2. 5. Reprezentarea fazorială a tensiunilor şi intensităţii.
a) reprezentarea prin fazori a mărimilor i, u_R, u_L, u_C;
b) triunghiul tensiunilor în cazul în care predomină efectul inductiv;
c) triunghiul tensiunilor în cazul în care predomină efectul capacitiv.

În figura 2. 5, bşicc este prezentat rezultatul compunerii celor trei tensiuni conform relaţiei (2. 1), punându-se în evidenţă şi defazajul φ dintre intensitate şi tensiunea la bornele circuitului (circuit dipolar pasiv).

Defazajul se măsoară în radiani şi pentru circuitele pasive este cuprins în intervalul $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$. După semnul defazajului, circuitul dipolar poate fi:

- rezistiv, dacă $\varphi = 0$ (intensitatea curentului este în fază cu tensiunea – rezonanţa tensiunilor);
- inductiv, dacă $\varphi \in (0,\pi/2)$ (intensitatea curentului este defazată în urma tensiunii – figura 2. 5, b);
- capacitiv, dacă $\varphi \in (-\pi/2,0)$ (intensitatea curentului este defazată înaintea tensiunii – figura 2. 5, c).

Aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul tensiunilor (figura 2. 5, b) obţinem:

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \qquad (2.\ 2)$$

Împărţind fiecare latură a triunghiului tensiunilor prin valoarea efectivă a intensităţii se obţine triunghiul impedanţei (figura 2. 6).

Aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul impedanţei rezultă:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad <Z>_{SI} = \Omega \qquad (2.\ 3)$$

Scanned with OKEN Scanner

unde Z este *impedanța circuitului.*

$$I = \frac{U}{Z} \qquad (2.4)$$

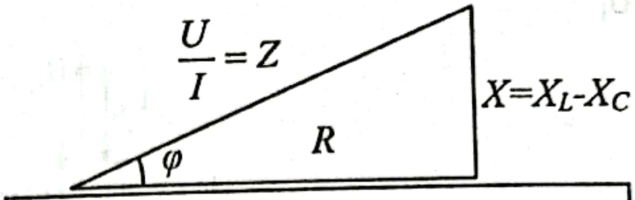


Figura 2. 6. Triunghiul impedanței

Relația (2.4) reprezintă legea lui Ohm în curent electric alternativ.

Defazajul dintre intensitate și tensiunea la bornele circuitului se calculează din triunghiul impedanței:

$$tg\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} \qquad (2.5)$$

Măsurători și observații asupra mărimilor fizice care caracterizează circuitele de curent alternativ se pot realiza, în laborator, utilizând și osciloscopul electronic. Folosind un comutator electronic (C. E.) putem vizualiza simultan, pe ecran, două sau mai multe semnale. Atunci când C. E. se află pe poziția 1 osciloscopul vizualizează tensiunea u la borne, iar când se află în poziția 2 vizualizează u_R în fază cu i (figura 2. 7).Cu ajutorul schemei din figura 2. 7 se pot pune în evidență regimurile de funcționare prin variații ale inductanței bobinei și ale capacității condensatorului (figura 2. 8).

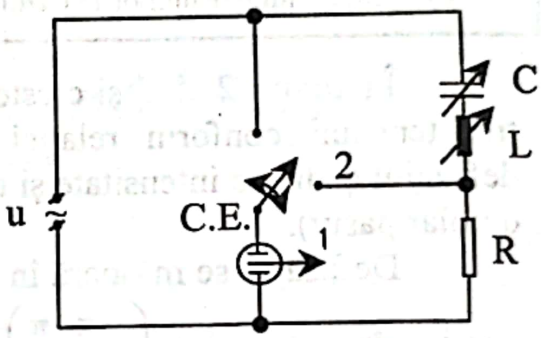


Figura 2. 7. Schema montajului pentru studiul circuitului RLC serie cu ajutorul osciloscopului.

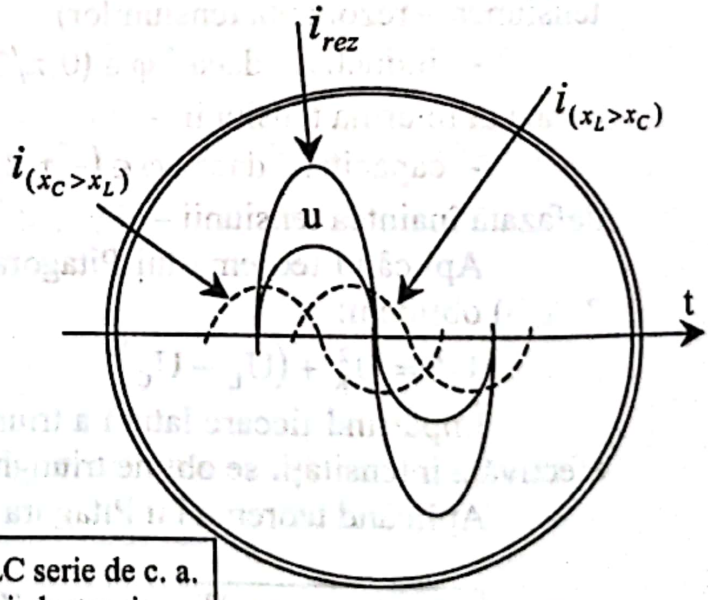


Figura 2. 8. Regimurile circuitului RLC serie de c. a. vizualizate pe ecranul osciloscopului electronic.

Scanned with OKEN Scanner

2.1.3. Rezonanța circuitului RLC serie

Starea de rezonanță este comună tuturor sistemelor fizice capabile să oscileze sub acțiunea unor perturbații externe. În cazul circuitului RLC serie, starea de rezonanță, numită *rezonanța tensiunilor* se obține, alimentând circuitul la o tensiune alternativă sinusoidală cu amplitudine fixă și frecvență reglabilă, atunci când defazajul $\varphi=0$ (figura 2. 9).

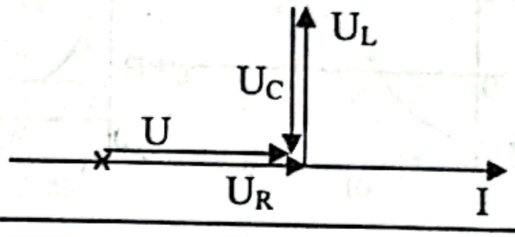


Figura 2. 9. Diagrama fazorială a circuitului RLC serie la rezonanță.

În acest caz: $U_L=U_C$ (2. 6)

$$\Rightarrow X_L = X_C \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \omega_0 \text{ - pulsație de rezonanță}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$ Formula lui Thomson (2. 7)

La rezonanță perioada tensiunii alternative aplicate este egală cu perioada de „oscilație proprie" a circuitului (T_0).

Din formula impedanței rezultă că:

$Z_r = R$ Z_r având valoarea minimă (2. 8)

Valoarea efectivă a intensității curentului din circuitul aflat la rezonanță este maximă

$$I_r = \frac{U}{R} \quad (2. 9)$$

Scanned with OKEN Scanner

În figura 2. 10 sunt prezentate dependenţele de pulsaţie (frecvenţă) pentru defazaj, impedanţă şi intensitate.

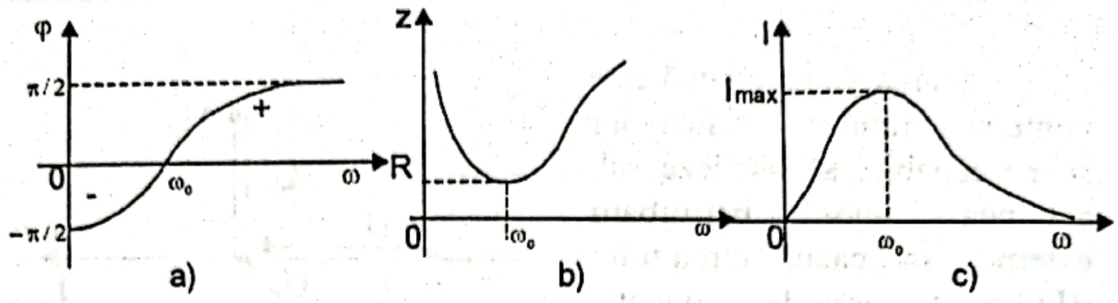


Figura 2. 10. a) Dependenţa defazajului de pulsaţie.
b) Graficul impedanţei funcţie de pulsaţie (frecvenţa).
c) Graficul intensităţii funcţie de pulsaţie (frecvenţă).

Tensiunea pe elementele reactive (U_L=U_C) poate avea valori mai mari decât tensiunea aplicată. Definim *factorul de calitate* numit şi *factor de supratensiune* numărul care arată de câte ori este mai mare, la rezonanţă, tensiunea la bornele unui element reactiv decât tensiunea la bornele circuitului.

$$Q = \left(\frac{U_L}{U}\right)_{\omega=\omega_0} = \frac{\omega_0 L}{R} \qquad (2.\ 10)$$

$$Q = \left(\frac{U_C}{U}\right)_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{\omega_0 RC} \qquad (2.\ 11)$$

$$\text{Înlocuind } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (2.\ 12)$$

Mărimea $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ are dimensiunea unei rezistenţe şi se numeşte *impedanţă caracteristică* a circuitului serie.

$$Q = \frac{Z_0}{R} \qquad (2.\ 13)$$

Scanned with OKEN Scanner

În figura 2. 11 este reprezentat un circuit care conține un rezistor de rezistență R, o bobină de inductanță L și un condensator de capacitate C, legate în paralel și alimentate cu o tensiune alternativă de valoare efectivă U. Prin cele trei elemente de circuit se vor stabili curenți ale căror valori efective sunt:

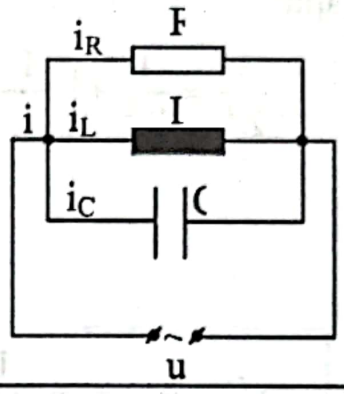


Figura 2. 11. Circuit RLC paralel de c. a.

$I_R = \frac{U}{R}$, în fază cu tensiunea;

$I_L = \frac{U}{X_L}$, defazat cu $\pi/2$ în urma tensiunii;

$I_C = \frac{U}{X_C}$, defazat cu $\pi/2$ înaintea tensiunii.

Pentru valorile instantanee ale intensităților curenților electrici putem aplica legea I a lui Kirchhoff:

$$i = i_R + i_L + i_C \qquad (2.\ 14)$$

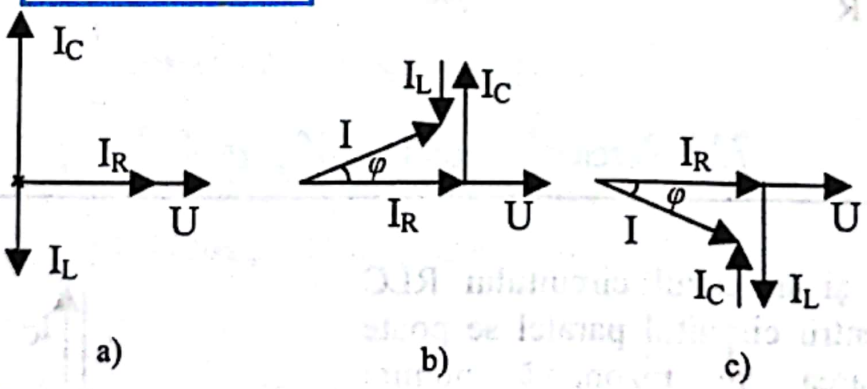


Figura 2. 12. Reprezentarea fazorială a intensităților și tensiunii
a) reprezentarea prin fazori a mărimilor u, i_R, i_L și i_C;
b) și c) triunghiurilor intensităților.

Pentru a stabili legătura între valorile efective ale intensităților, putem utiliza reprezentarea fazorială (figura 2. 12).

Scanned with OKEN Scanner

Aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul intensităților obținem:

$$I^2 = I_R^2 + (I_L - I_C)^2 \qquad (2.\ 15)$$

Împărțind fiecare latură a triunghiului intensităților prin valoarea efectivă a tensiunii obținem triunghiul din figura 2. 13 și relația:

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2$$

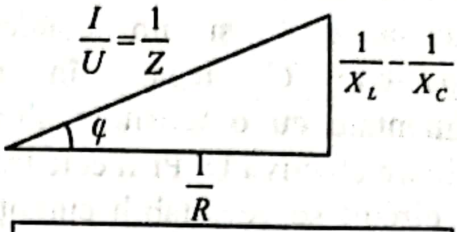


Figura 2. 13. Triunghiul impedanței

$$\Rightarrow Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}} \qquad (2.\ 16)$$

Defazajul dintre intensitate și tensiunea la bornele circuitului va fi:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}}{\frac{1}{R}} \Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = R\left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right) = R\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) \qquad (2.\ 17)$$

2.1.5. Rezonanța circuitului RLC paralel

Ca și în cazul circuitului RLC serie și pentru circuitul paralel se poate obține starea de rezonanță numită *rezonanța intensităților*, dacă φ=0. În acest caz:

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C};\ \nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} \qquad (2.\ 18)$$

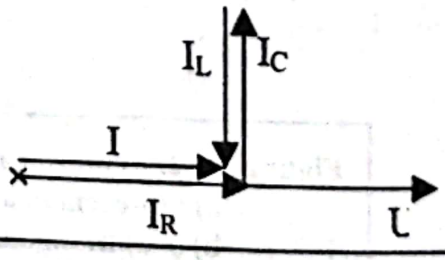


Figura 2. 14. Diagrama fazorială a circuitului RLC paralel la rezonață

Scanned with OKEN Scanner

Din diagrama fazorială (figura 2. 14) se observă că: $I = I_R$
Impedanţa circuitului este maximă, fiind egală cu rezistenţa : $Z_{max} = R$

Se poate defini factorul de calitate al circuitului RLC paralel numit *factor de supracurent* numărul care arată de câte ori intensitatea printr-un element reactiv este mai mare decât intensitatea totală.

$$Q_P = \left(\frac{I_L}{I}\right)_{\omega=\omega_0} = \left(\frac{I_C}{I}\right)_{\omega=\omega_0}, \text{ unde, la rezonanţă } I = I_R = \frac{U}{R}$$

$$\Rightarrow Q_P = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC = R\sqrt{\frac{C}{L}} \qquad (2.\ 19)$$

2.1.6. Puterea în curent alternativ

La studiul circuitelor de curent continuu a fost definită puterea electrică prin relaţia $P = U \cdot I$

Puterea instantanee la bornele unui circuit dipolar pasiv este definită de relaţia:

$$p = u \cdot i$$

Înlocuind expresiile pentru u şi i obţinem:

$$p = U_m \sin\omega t \cdot I_m \sin(\omega t - \varphi)$$

De la trigonometrie se cunoaşte:

$$\sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$p = \frac{U_m I_m}{2}\cos\varphi - \frac{U_m I_m}{2}\cos(2\omega t - \varphi)$$

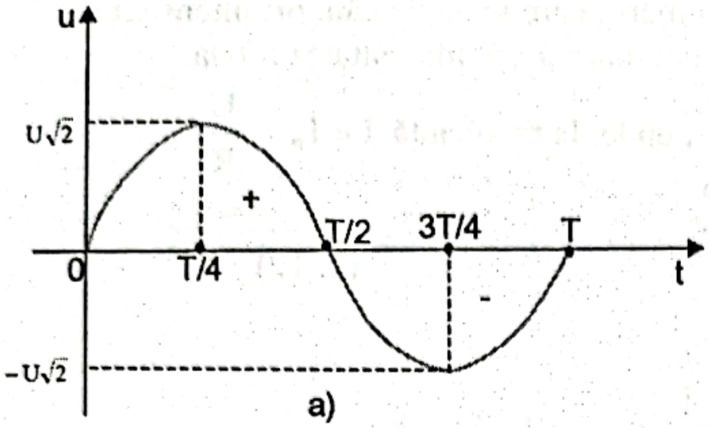
$$p = U \cdot I\cos\varphi - U \cdot I\cos(2\omega t - \varphi)$$

În figura 2.15.c este reprezentată puterea instantanee în funcţie de timp. Aria elementului de suprafaţă haşurat (oblic) reprezintă energia dw schimbată de circuit pe la borne cu sursa, în intervalul de timp dt.

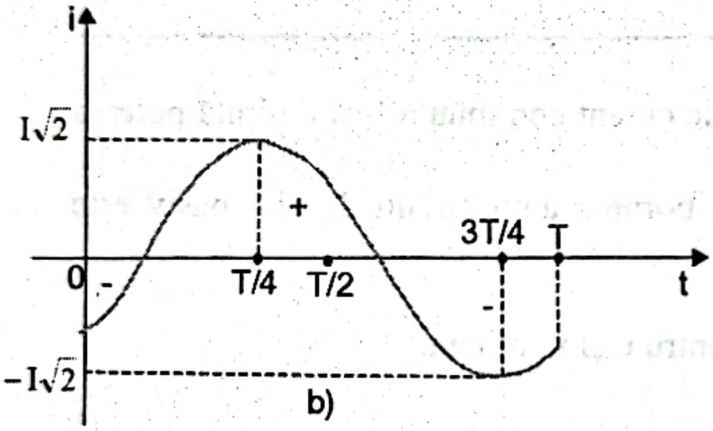
$$dW = p \cdot dt$$

Scanned with OKEN Scanner

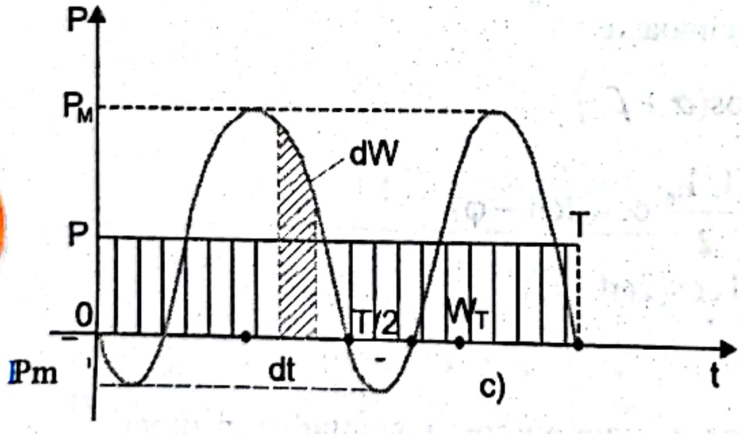
Rezultă că, pentru o perioadă, energiile primite de la sursă, sau cedate sunt egale cu ariile suprafeţelor cuprinse ăntre grafic şi axa timpului.



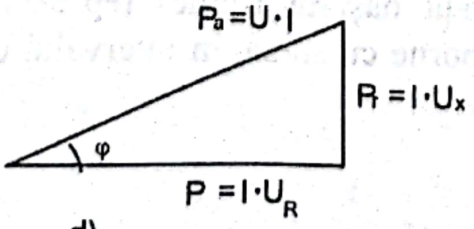
a)



b)



c)



d)

Fig.2.15. Reprezentări grafice

Dacă p>0, energia este pozitivă şi circuitul primeşte energie de la sursă. Se observă că energia primită este mai mare decât energia cedată. Energia netă primită într-o perioadă este dată de relaţia:

$$W_t = p_{med} \cdot T$$ unde

p_{med} este media pe o perioadă a puterii instantanee sau *puterea activă* primită de circuit (P). Deoarece al doilea termen al puterii instantanee depinde de timp şi valorile funcţiei cos sunt cuprinse între 1 şi (-1), puterile maximă şi minimă au expresiile:

$$p_M = U \cdot I \cos\varphi + U \cdot I$$

$$p_m = U \cdot I \cos\varphi - U \cdot I$$

Se poate arăta că puterea medie este dată de relaţia:

$$p_{med} = \frac{p_M + p_m}{2} = U \cdot I \cos\varphi = P$$

Scanned with OKEN Scanner

Pe grafic puterea activă este egală cu înălţimea dreptunghiului cu baza T a cărui arie este W_T. Puterea activă are înţelesul energiei transformată ireversibil în căldură sau lucru mecanic în unitatea de timp.

Folosind reprezentarea fazorială din figura 2. 5, b şi înmulţind fiecare latură a triunghiului tensiunilor cu valoarea efectivă a intensităţii obţinem un triunghi asemenea, numit triunghiul puterilor (figura 2. 15.d). Conform acestui triunghi în curent alternativ distingem trei tipuri de puteri.

Puterea activă (cateta alăturată unghiului φ în triunghiul puterilor) reprezintă puterea disipată sub formă de energie internă în rezistor.

$$P=U\cdot I\cdot\cos\varphi \qquad (2.\ 20)$$

cos φ – se numeşte *factor de putere*

$<P>_{SI}=W$

Puterea reactivă (cateta opusă unghiului φ în triunghiul puterilor) reprezintă puterea concentrată în câmpurile magnetic şi electric ale bobinelor şi condensatorilor; ea nu se consumă ci reprezintă viteza cu care generatorul schimbă energie cu circuitul.

$$P_r=U\cdot I\cdot\sin\varphi \qquad (2.\ 21)$$

$<P_r>_{SI}=$ VAR (volt-amper-reactiv)

Puterea aparentă (ipotenuza triunghiului puterii), reprezintă energia furnizată în fiecare secundă circuitului de către generator.

$$P_a=U\cdot I \qquad (2.\ 22)$$

$<P_a>=$VA (volt – amper)

Între puterile caracteristice curentului alternativ se stabileşte, din triunghiul puterilor, relaţia:

$$P_a^2=P^2+P_r^2 \qquad (2.\ 23)$$

Observaţie. Puterea aparentă este notată cu P_a sau S.
Puterea reactivă este notată cu P_r sau Q.

Scanned with OKEN Scanner

Probleme rezolvate

1. Alimentată la o tensiune continuă $U_0 = 100V$, o bobină este parcursă de un curent $I_0 = 2{,}5A$, iar la o tensiune alternativă $U=100V$ şi frecvenţa $\nu = 50Hz$ este străbătută de un curent cu valoarea efectivă a intensităţii $I_b=2A$. În serie cu bobina se conectează un condensator cu capacitatea $C = \frac{5}{3\pi} \cdot 10^{-4} F$ şi circuitul este alimentat la tensiunea $U=100V$. Se cer:

a) rezistenţa şi inductanţa bobinei;

b) intensitatea curentului prin circuitul cu condensator, precum şi reprezentarea fazorială;

c) tensiunea la bornele bobinei şi condensatorului;

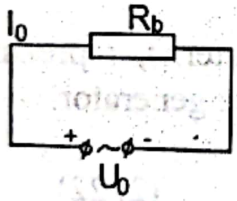
d) defazajul la bornele bobinei şi la bornele circuitului;

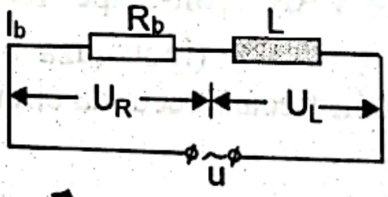
e) valoarea capacităţii condensatorului pentru rezonanţa tensiunilor şi valoarea intensităţii curentului la rezonanţă;

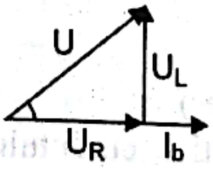
f) puterile în circuit.

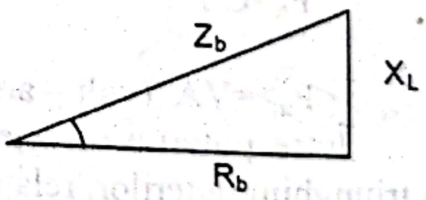
Rezolvare:

a) În curent continuu bobina introduce în circuit rezistenţa activă R_b.









$$R_b = \frac{U_0}{I_0} = 40\Omega$$

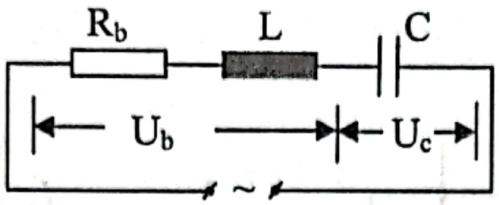
În curent alternativ: $Z_b = \frac{U}{I_b} = 50\Omega$

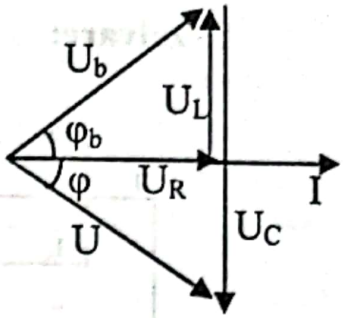
$$Z_b = \sqrt{R_b^2 + X_L^2} \Rightarrow X_L = \sqrt{Z_b^2 - R_b^2} = 30\Omega$$

Scanned with OKEN Scanner

Dar : $X_L = 2\pi\nu L \Rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi\nu} = \frac{0,3}{\pi} \approx 0,095H$

b)

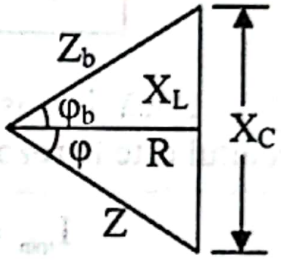




$X_C = \frac{1}{2\pi\nu C} = 60\Omega$

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 50\Omega$

$I = \frac{U}{Z} = 2A$



c) $U_b = I \cdot Z_b = 100V$; $U_C = I \cdot X_C = 120V$

d) $tg\varphi_b = \frac{X_L}{R_b} = \frac{3}{4} \Rightarrow \varphi_b = arctg\frac{3}{4} = 36°50'$

$tg\varphi = \frac{X_L - X_C}{R_b} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \varphi = arctg\left(-\frac{3}{4}\right) = -36°50'$

e) $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}} \Rightarrow C_0 = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 L} = \frac{10^{-3}}{3\pi} F \approx 106\mu 0$

$I_r = \frac{U}{R_b} 2,5A$

f) $P = U \cdot I \cdot \cos\varphi = R_b I^2 = 160W$

$P_r = U \cdot I \cdot \sin\varphi = XI^2 = 120VAR$

$P_a = U \cdot I = 200VA$

2. Printr-un circuit RLC paralel alimentat la o tensiune alternativă cu frecvenţa ν' se stabileşte un curent cu valoarea efectivă minimă I_{min}=5A, puterea activă are valoarea P'=100W iar intensitatea curentului prin bobină este $I_L' = 5A$.

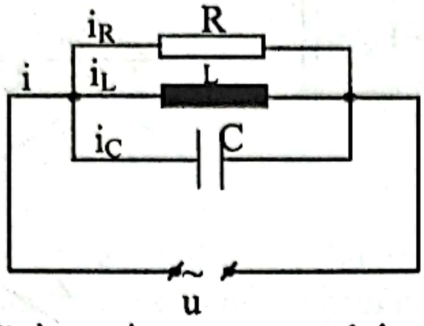
a) care este rezistenţa rezistorului;

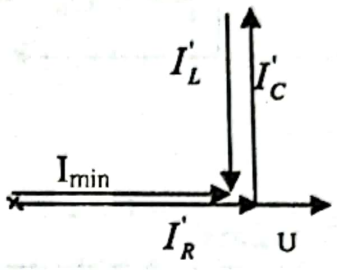
Scanned with OKEN Scanner

b) menţinând aceeaşi valoare a tensiunii de alimentare şi mărind frecvenţa de cinci ori, să se determine puterea activă şi intensitatea curentului prin circuit.

Rezolvare:

a)

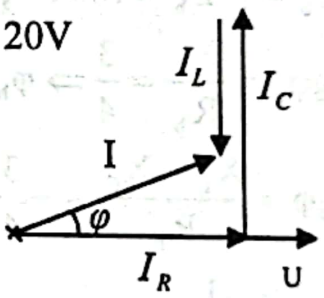




Dacă intensitatea curentului principal are valoarea minimă, circuitul este la rezonanţă.

$$I_{min} = I'_R \; ; \; P' = I'^2_R R \Rightarrow R = \frac{P'}{I^2_{min}} = 4\Omega$$

Tensiunea la borne va fi: $U = I_{min} \cdot R = 20V$



b) $\begin{cases} I'_L = \dfrac{U}{X'_L} = \dfrac{U}{2\pi\nu' L} \\ I_L = \dfrac{U}{X_L} = \dfrac{U}{2\pi\nu L} \end{cases}$

Dacă împărţim relaţiile obţinem:

$$\frac{I_L}{I'_L} = \frac{\nu'}{\nu} \text{ unde } \nu = 5\nu' \; ; \; I_L = I'_L \cdot \frac{\nu'}{\nu} = 1A$$

$$\begin{cases} I'_C = \dfrac{U}{X'_C} = 2\pi\nu' CU \\ I_C = \dfrac{U}{X_C} = 2\pi\nu\, CU \end{cases} \Rightarrow \frac{I_C}{I'_C} = \frac{\nu}{\nu'}$$

$$I_C = I'_C \cdot \frac{\nu}{\nu'} = 25A \text{ unde } I'_C = I'_L = 5A \text{ (rezonanţă)}$$

$$I_R = \frac{U}{R} = 5A$$

$$I = \sqrt{I^2_R + (I_L - I_C)^2} \approx 24{,}5A$$

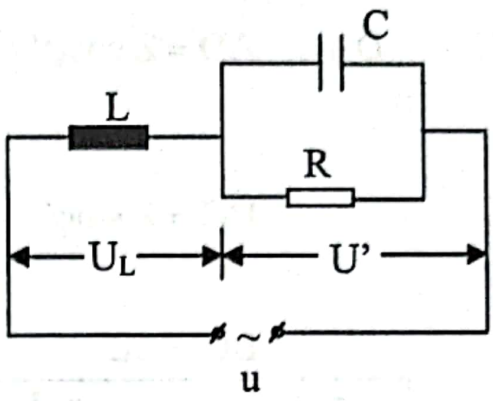
Scanned with OKEN Scanner

$P=U\cdot I_R=100W$ (puterea activă rămâne constantă deoarece nu depinde de frecvenţă)

4. Se consideră circuitul din figură pentru care se cunosc U, ω, R, L, C.

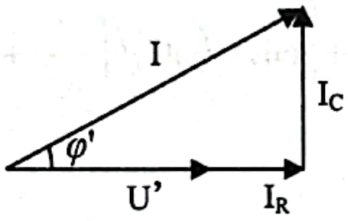
a) Să se calculeze valoarea efectivă a intensităţii curentului electric prin bobină.

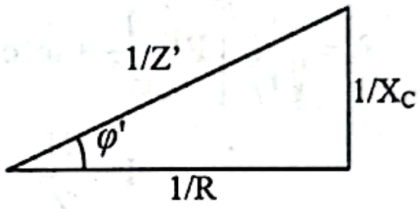
b) Pentru ce pulsaţie ω_1 circuitul se comportă rezistiv.



Rezolvare:

a) Reprezentăm la început diagrama fazorială pentru elementele legate în paralel (R şi C)



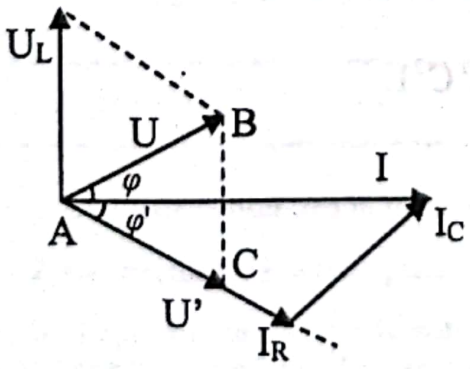


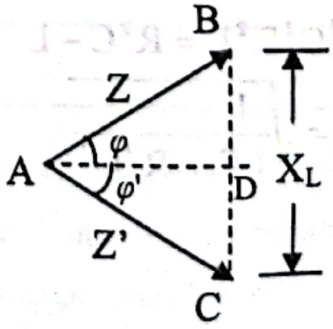
$$\frac{1}{Z'^2}=\frac{1}{R^2}+\frac{1}{X_C^2}=\frac{1}{R^2}+\omega^2C^2 \Rightarrow Z'=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\omega^2C^2}};$$

$$\cos\varphi'=\frac{1}{R}\Big/\frac{1}{Z'}=\frac{Z'}{R}=1\Big/\left(R\sqrt{\frac{1}{R^2}+\omega^2C^2}\right)$$

$$\sin\varphi'=\frac{1}{X_C}\Big/\frac{1}{Z'}=\frac{Z'}{X_C}=(\omega C)\Big/\sqrt{\frac{1}{R^2}+\omega^2C^2}$$

Reprezentăm diagrama fazorială a întregului circuit luând ca fazor de referinţă intensitatea curentului prin ramura principală I (care trece şi prin bobină).





Scanned with OKEN Scanner

În triunghiul dreptunghic ABD:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 = AD^2 + (BC - DC)^2$$

Dar $$AD = Z'\cos\varphi' = \frac{1}{R\left(\frac{1}{R^2} + \omega^2 c^2\right)}$$

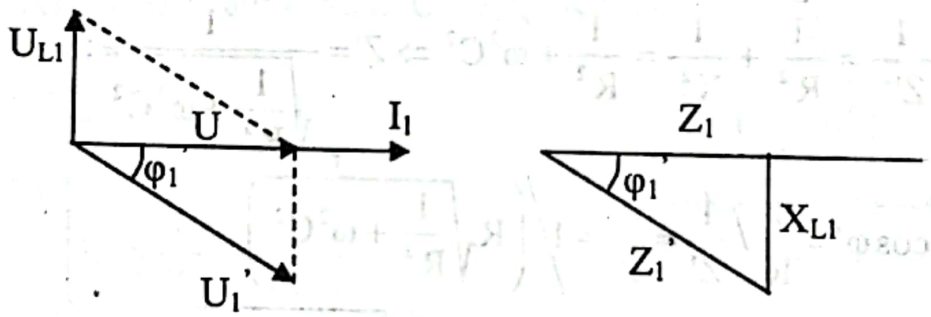
$$DC = Z'\sin\varphi' = \frac{\omega c}{\frac{1}{R^2} + \omega^2 c^2}$$

$$BC = \omega L$$

$$Z = \sqrt{\left\{1 \Big/ \left[R\left(\frac{1}{R^2} + \omega^2 c^2\right)\right]\right\}^2 + \left[\omega L - (\omega C) \Big/ \left(\frac{1}{R^2} + \omega^2 c^2\right)\right]^2}$$

$$I = \frac{U}{Z}$$

b) Circuitul se comportă rezistiv la rezonanţă $(\varphi = 0)$



$$X_{L_1} = Z_1'\sin\varphi_1' \Rightarrow \omega_1 L = \frac{\omega_1 C}{\frac{1}{R^2} + \omega_1^2 C^2}$$

$$L = \frac{R^2 C}{1 + \omega_1^2 C^2 R^2} \Rightarrow L + \omega_1^2 C^2 R^2 L = R^2 C$$

$$\omega_1^2 C^2 R^2 L = R^2 C - L \quad |: R^2 C^2 L$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}}$$

Scanned with OKEN Scanner

Concluzii:

- Legea lui Ohm în curent alternativ are forma:

$$I = \frac{U}{Z}$$

unde Z este impedanţa circuitului

Pentru circuitul RLC serie de c. a.:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Pentru circuitul RLC paralel de c. a.:

$$Z = 1 \Big/ \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$$

- Între intensitate şi tensiunea la bornele circuitului apare un defazaj care se calculează cu relaţiile:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{R}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \text{ pentru circuitul RLC serie}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = R \cdot \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) \text{ pentru circuitul RLC paralel}$$

- Rezonanţa circuitelor de curent alternativ se realizează atunci când defazajul $\varphi = 0$; $X_L = X_C$

atunci $T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

- Puterile în curent alternativ sunt:

$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$ – puterea activă

unde $\cos\varphi$ – factor de putere

$P_r = U \cdot I \cdot \sin\varphi$ – puterea reactivă

$P_a = U \cdot I$ – puterea aparentă

Întrebări şi probleme propuse

1. Care este deosebirea între curentul electric alternativ şi cel continuu?

2. Ce fenomen stă la baza producerii curentului electric alternativ?

3. Explicaţi de ce condensatorul întrerupe numai circuitele de curent continuu, iar pe cele de curent alternativ, nu.

Scanned with OKEN Scanner

4. În ce condiții se poate obține rezonanța unui circuit de curent alternativ?

5. Care sunt unitățile de măsură folosite pentru putere în curent alternativ?

6. De ce la bornele unei bobine ideale apare defazaj între intensitatea curentului electric și tensiune?

7. Ce se înțelege prin factor de supratensiune?

8. Intensitatea unui curent electric alternativ este:

$$i = 100\sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(A)$$

Se cer:
a) perioada și frecvența curentului;
b) valoarea efectivă a intensității;
c) valorile instantanee ale intensității la momentele 0 s și 2,5 s;
d) reprezentarea grafică.

R: a) 0,01s; 100Hz; b) 70,7 A; c) 86,5 A, 50 A.

9. Printr-o bobină cu inductanța 500mH circulă un curent alternativ I=0,5A și $\nu = 50$Hz. Care este tensiunea la bornele bobinei?

R: 78,5 V

10. O bobină cu miez de fier, conectată la o tensiune continuă de 6V este parcursă de un curent de 7,5 A. Conectată la o tensiune alternativă de 105 V cu pulsația de $100\pi \cdot s^{-1}$ este parcursă de un curent de 1,8 A. Se cer:
a) impedanța bobinei;
b) inductanța bobinei;
c) defazajul dintre i și u la bornele ei.

R: a) 58,33 Ω; b) 185 mH; c) 89°12'

11. Un circuit de c.a. conține o bobină cu inductanța $L = \frac{3}{10\pi}$H și rezistența activă R = 40 Ω și un condensator cu capacitatea $C = \frac{500}{3\pi}\mu F$ legate în serie. Tensiunea de alimentare este U=200V cu frecvența $\nu = 40$ Hz.
Se cer:
a) intensitatea curentului din circuit;
b) tensiunea la bornele condensatorului;
c) factorul de supratensiune.

R: a) 3,4 A; b) 255 V; c) $\frac{3}{4}\sqrt{2}$

12. O rezistență de 0,4 kΩ și o bobină cu L=20 mH sunt conectate în paralel la tensiunea de 20 V, cu pulsația de $5 \cdot 10^3 s^{-1}$. Se cer:

Scanned with OKEN Scanner

a) curenţii prin ramuri şi curentul total;
b) defazajul dintre i şi u.

R: a) 50 mA; 0,2 A; 0,206 A; b) 76°

13. O rezistenţă de 1 kΩ, o bobină de 0,2 mH şi un condensator de 300 pF sunt conectate în paralel la o tensiune de 1 V cu frecvenţa de 250 kHz. Se cer:
a) curenţii prin ramuri şi curentul total;
b) defazajul dintre i şi u.

R: a) 1 mA; 3,2 mA; 0,47 mA; 2,9 mA; b) 70°

14. O bobină de 1 mH şi rezistenţă neglijabilă este conectată în paralel cu un condensator de 40 μF, la o tensiune alternativă de 2 V. Se cer:
a) frecvenţa de rezonanţă a curenţilor;
b) curenţii din ramuri.

R: A) $5 \cdot 10^2$ Hz; b) 0,4 A; 0,4 A

15. Un circuit este alimentat de un generator cu ν = 5kHz şi U=100V şi conţine un condensator cu $C = \frac{200}{\pi}$ nF şi un rezistor cu R=200Ω montate în serie. Se cer:
a) reactanţa capacitivă;
b) valoarea maximă a tensiunii;
c) valoarea efectivă a intensităţii curentului;
d) puterea aparantă absorbită de circuit;
e) inductanţa care, înlocuind rezistenţa nu modifică curentul din circuit.

R: a) 500Ω; b) 141 V; c) 186 mA; d) 18,6 VA; e) 9,25 H sau 9,21 H

16. Într-un circuit de curent alternativ cu frecvenţa de 40 Hz se află în serie un reostat şi o bobină cu rezistenţa neglijabilă şi inductanţa de 100 mH.
Se cer:
a) rezistenţa reostatului, ştiind că bobina produce un defazaj de 30° la bornele circuitului, între I şi U;
b) capacitatea condensatorului care ar trebui conectat în serie, în circuit, pentru ca defazajul să se anuleze.

R: a) 54,4 Ω; b) 102 μF

17. Un circuit serie, conectat la o tensiune alternativă de 10 V cu frecvenţa de 50 Hz, este format dintr-o bobină cu rezistenţa activă de 4 Ω şi inductanţa de $\frac{10}{\pi}$ mH, precum şi un condensator cu capacitatea de $\frac{2{,}5 \cdot 10^3}{\pi}$ μF. Se cer:
a) intensitatea curentului şi diagrama fazorială a tensiunilor;
b) defazajul la bornele circuitului şi la bornele bobinei;
c) tensiunea la bornele bobinei;
d) puterea activă, reactivă şi aparentă.

R: a) 2 A; b) -36°50'; 14°; c) 8,24 V;
d) 16 W; 12 VAR; 20 VA

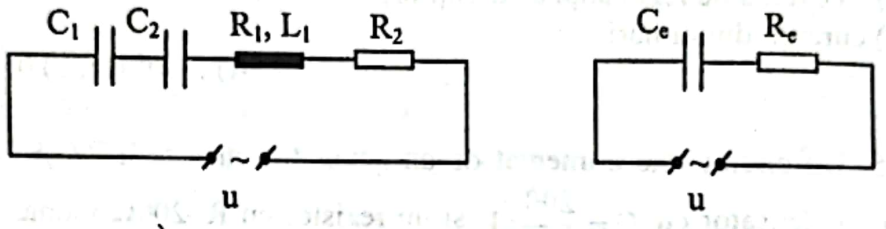
Scanned with OKEN Scanner

18. Un circuit format dintr-un condensator cu capacitatea de 100 μF legat în serie cu o bobină de rezistenţă activă de 2Ω şi inductanţă 101,4 mH, este alimentat la o tensiune de 110 V cu frecvenţa de 50 Hz. Se cer:

a) intensitatea curentului din circuit;
b) diagrama fazorială a tensiunilor şi triunghiul impedanţei;
c) tensiunile la bornele condensatorului. Ce se poate spune despre acest circuit?

R: a) 55 A; b) 1751 V; 1751 V

19. În circuitul din figura a) se cunosc: C_1=1,6 μF, C_2=0,4 μF, L_1=0,11H, R_1=500Ω, R_2=100Ω şi frecvenţa tensiunii de alimentare ν=400Hz. Să se calculeze valorile C_e şi R_e din circuitul echivalent, figura b).



a) b)

R: $R_e = 600\ \Omega$; $C_e = 0{,}412\ \mu F$

20. Un circuit de curent alternativ este alimentat de două surse de tensiune alternativă legate în serie, având la borne tensiunile $u_1 = U_{1m}\sin\omega t$ şi $u_2 = U_{2m}\sin(\omega t + \varphi_0)$.

Cunoscând $U_{1m} = 60V$, $U_{2m} = 100V$, $\omega = 314\,s^{-1}$, $\varphi_0 = 30°$, să se calculeze amplitudinea şi faza tensiunii totale, aplicate circuitului.

R: 155 V; $\omega t + 19^0$

21. Un circuit de curent alternativ format dintr-o rezistenţă activă R=1000Ω, o bobină cu inductanţa L=0,4H şi un condensator de capacitate C= 0,2 μF, legate în serie, este alimentat la un generator de curent alternativ a cărui frecvenţă poate fi variată. Pentru ce valori ale frecvenţei generatorului intensitatea curentului este defazată cu π/4 faţă de tensiunea de alimentare?

Discuţia rezultatelor.

R: 398 Hz; 796 Hz

22. O instalaţie de curent alternativ funcţionează la o tensiune de 220 V primind o putere activă de 2 kW, sub un factor de putere, inductiv, de 0,8.

Se cer:

a) rezistenţa instalaţiei;
b) reactanţa instalaţiei;
c) puterea reactivă absorbită;
d) puterea aparentă.

R: a) 15,5Ω; b) 11,65Ω; c) 1,5 kVAR; d) 2,5 kVA

Scanned with OKEN Scanner

23. Frecvenţa de rezonanţă a unui circuit serie format dintr-un condensator şi o bobină, este 4kHz. Pentru o frecvenţă de 1 kHz a tensiunii de alimentare, impedanţa circuitului este de 1kΩ. Rezistenţa bobinei fiind de 10Ω, să se calculeze inductanţa bobinei.

R: $4{,}2 \cdot 10^{-2}$H

24. Menţinând aceeaşi tensiune electrică U=220V la bornele unei bobine, se modifică frecvenţa acesteia. La frecvenţa ν_1=50 Hz, intensitatea curentului prin bobină este I_1=12 A, iar la frecvenţa $\nu_2 = 2\nu_1$ intensitatea devine I_2=8A. Să se calculeze inductanţa şi rezistenţa bobinei.

R: 37,57 mH; 14 Ω

25. Un cadru dreptunghiular cu aria suprafeţei de 100 cm^2 este bobinat cu 20 spire, de rezistanţă neglijabilă. Cadrul se roteşte uniform în jurul axului său de simetrie într-un câmp magnetic uniform de inducţie 1T, perpendicular pe axul de rotaţie. La bornele cadrului se conectează un bec, de putere 12W la o tensiune de 12V, în serie cu o bobină având rezistenţa de 10 Ω şi inductanţa de 0,1H.

Se cer:

a) numărul de rotaţii pe secundă, pentru ca becul să funcţioneze la valorile nominale de putere şi tensiune;

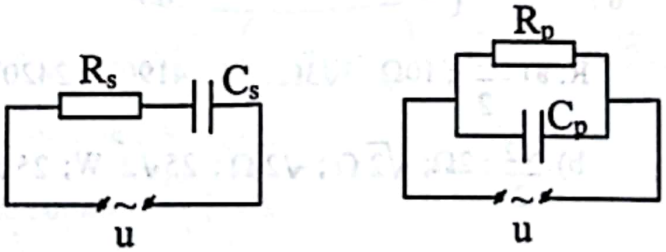
b) defazajele dintre intensitatea curentului şi tensiunile la bornele bobinei şi la bornele circuitului.

R: a) 35 Hz; b) 65°38'21"; 45°

26. Un circuit serie format dintr-un rezistor şi un condensator are factorul de putere 0,6. Ce factor de putere va avea un circuit paralel cu aceleaşi elemente dacă se păstrează aceeaşi frecvenţă a tensiunii la bornele circuitului.

R: 0,8

27. Se consideră circuitele din figura alăturată, unde se cunosc: R_s = 5 Ω şi C_s = 159 μF. Să se determine R_p şi C_p, astfel încât cele două circuite să fie echivalente, ştiind că sunt alimentate cu o tensiune alternativă a cărei frecvenţă este ν=200Hz.



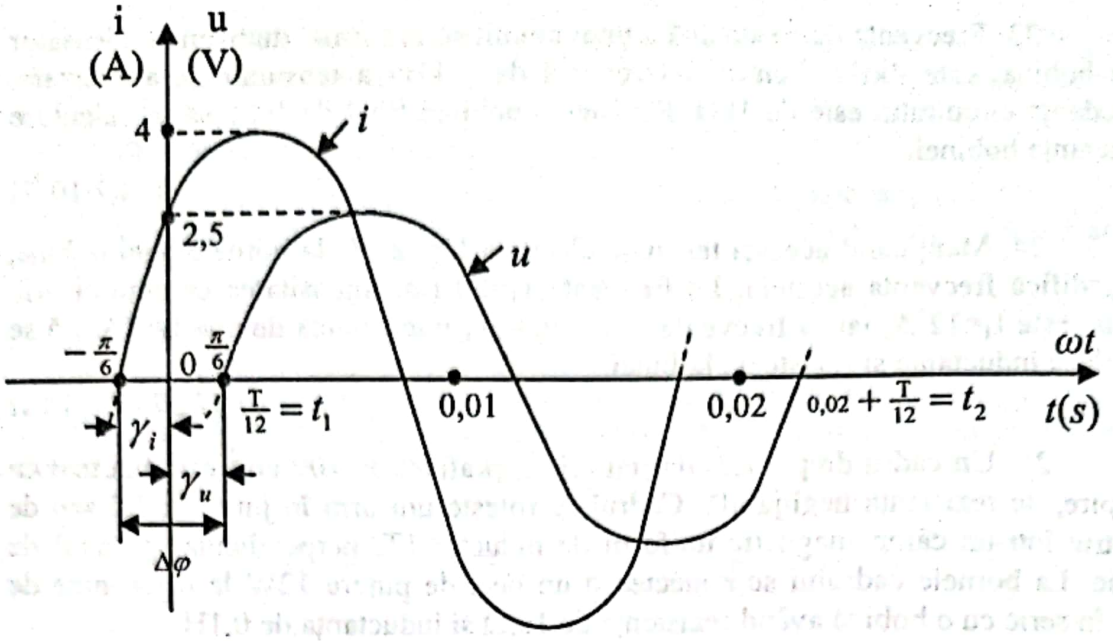
R: 10 Ω; 80 μF

28. Un circuit bipolar are tensiunea la borne şi intensitatea curentului cu valorile reprezentate în diagrama din figura alăturată.

Se cer:

a) valorile efective şi instantanee ale acestor mărimi;
b) rezistenţa, reactanţa şi impedanţa circuitului;
c) puterile activă, reactivă şi aparentă ale circuitului.

Scanned with OKEN Scanner



R: a) $\frac{2,5}{\sqrt{2}}$V; $2\sqrt{2}$A; $u = 2,5\sin\left(\frac{2\pi}{0,02}t-\frac{\pi}{6}\right)$(V);

$i = 4\sin\left(100\pi t+\frac{\pi}{6}\right)$(A); b) 0,313Ω, 0,543Ω, 0,625Ω,

c) 2,5 W; 4,34 VAR; 5 VA.

29. Se dau circuitele dipolare având tensiunile la borne şi curenţii indicaţi mai jos. Să se determine factorul de putere, impedanţa, rezistenţa şi reactanţa, puterea activă, reactivă şi aparentă. Să se construiască diagrama fazorială a curentului şi tensiunii.

a) $\begin{cases} u_1 = \sqrt{2}\cdot 220\sin\omega t\ (V) \\ i_1 = \sqrt{2}\cdot 22\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right)(A) \end{cases}$; b) $\begin{cases} u_2 = \sqrt{2}\cdot 220\sin\omega t\ (V) \\ i_2 = \sqrt{2}\cdot 22\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right)(A) \end{cases}$

R: a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 10Ω; $5\sqrt{3}$Ω; 5 Ω; 4190W; 2420VAR; 4840VA;

b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2Ω; $\sqrt{2}$ Ω; $\sqrt{2}$ Ω; $25\sqrt{2}$ W; $25\sqrt{2}$ VAR; 50VA

30. Un circuit dipolar are tensiunea la borne

$u=\sqrt{2}\cdot 110\cdot\sin 2\pi\cdot 50t$ (V) şi primeşte puterile P = 88W şi P_r = 66VAR.

Să se determine:

a) valorile efective şi instantanee ale intensităţii curentului;
b) impedanţa, reactanţa şi rezistenţa circuitului;
c) diagrama fazorială.

R: a) 1 A; $i = \sqrt{2}\sin\left(100\pi t-\frac{\pi}{180}\cdot 36,87\right)$(A); b) 160 Ω; 66Ω; 88 Ω

Scanned with OKEN Scanner

31. Un circuit este format dintr-un condensator de $\frac{2\cdot10^3}{\pi}\mu F$, legat în serie cu o bobină, care are rezistența activă de 4 Ω și inductanța de $\frac{20}{\pi}mH$. Circuitul este alimentat la o tensiune instantanee $u = 20\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (V)$. Bobina are 200 de spire și servește ca primar unui transformator cu 25 de spire la secundar. Se cer:

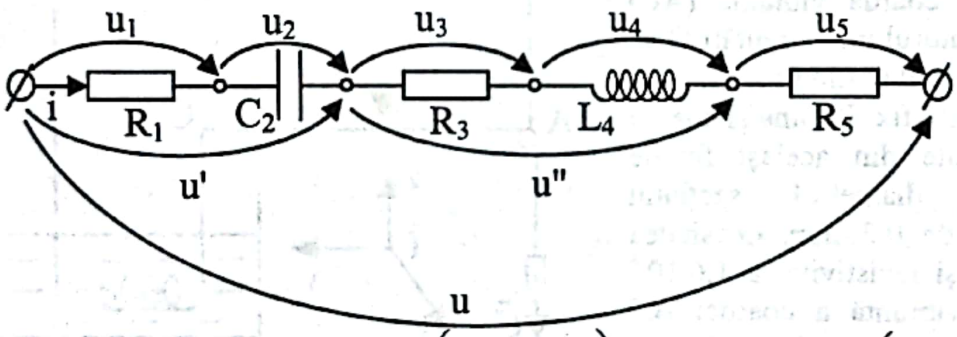
a) frecvența curentului de alimentare și perioada lui;
b) triunghiul impedanței și intensitatea în circuit;
c) tensiunea la bornele bobinei și cea la bornele condensatorului;
d) defazajul dintre I și U la bornele bobinei și cea de la bornele circuitului;
e) tensiunea la bornele secundarului transformatorului.

R: a) 50 Hz; 0,02 s; b) 4 A; c) $8\sqrt{5}$ V ; d) 26°40'; -36°50'; e) $\sqrt{5}$ V

32. Circuitul serie reprezentat în figură este parcurs de un curent de intensitate $i = \sqrt{20}\cdot10\sin\left(2\pi\cdot50t+\frac{\pi}{4}\right)(A)$. Să se determine:

a) tensiunile u_5, u', u'', u;
b) rezistența, reactanța și impedanța circuitului;
c) puterea activă, reactivă și aparentă a întregului circuit;
d) diagrama fazorială a circuitului;
e) factorul de putere al întregului circuit.

Se dau: $R_1 = 6\ \Omega$, $R_3 = 2\ \Omega$, $R_5 = 2\ \Omega$, $X_{L4} = 2\ \Omega$, $X_{C2} = 8\ \Omega$.



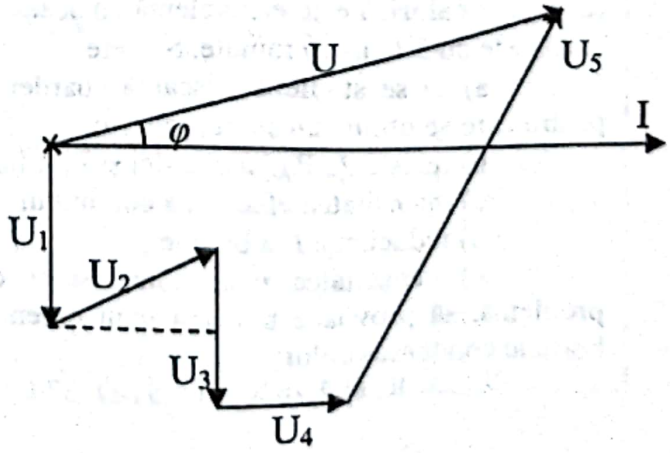
R: a) $u_5 = 20\sqrt{2}\sin\left(100\pi t+\frac{\pi}{4}\right)(V)$; $u' = 100\sqrt{2}\sin\left(100\pi t-\frac{2\pi}{45}\right)(V)$;

$u'' = 40\sin(100\pi t+\pi)\ (V)$;

$u = 117\sqrt{2}\sin\left(100\pi t+\frac{7\pi}{90}\right)(V)$;

b) 10 Ω; 6 Ω; 11,7 Ω; c) 1000 W; 600 VAR; 1170 VA; e)0,86

33. Să se determine schema electrică a circuitului de c.a. pentru care a fost ridicată diagrama fazorială din figură.



Scanned with OKEN Scanner

34. Un circuit de c.a. format dintr-o bobină cu rezistenţă activă şi un condensator, legate în serie, este alimentat la o tensiune U=282V. Ştiind că circuitul este parcurs de un curent I = 10 A, să se calculeze:

a) tensiunea la bornele bobinei, cunoscându-se defazajul dintre curent tensiunea de alimentare a circuitului $\varphi_1 = \pi/4$ şi defazajul dintre curent şi tensiune la bornele bobinei $\varphi_1 = \pi/3$;

b) inductanţa bobinei dacă $\nu = 50Hz$;

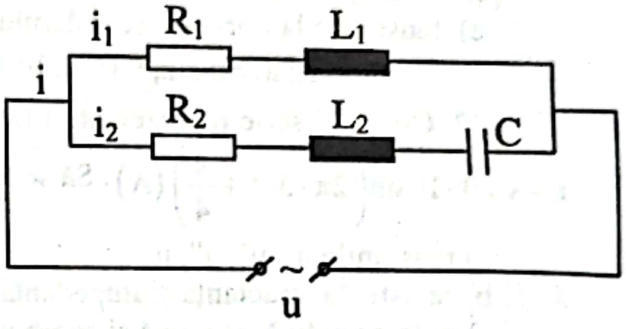
c) costul energiei consumate de circuit în 30 minute, dacă un kWh costă k = 0,3 lei/kWh.

R: a) 400 V; b) 0,11 H; c) 0,3 lei

35. Se dă circuitul din figura alăturată unde se cunosc: R_1=40Ω, R_2=60Ω, L_1=20mH, L_2=50mH. Să se determine capacitatea condensatorului, dacă ecuaţiile pentru tensiune şi curentul din ramura principală sunt:

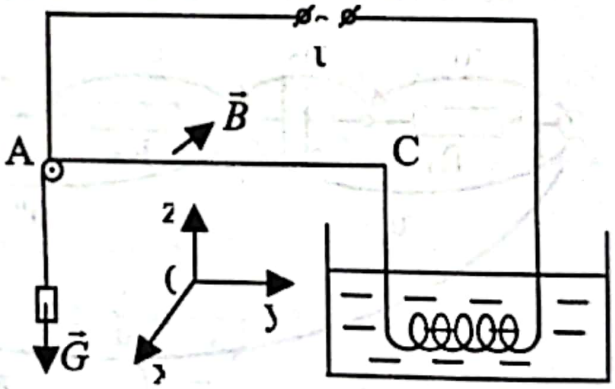
$$u = 40\sqrt{2}\sin\left(3140t + \frac{\pi}{4}\right)(V)$$

$$i = 1{,}42\sin(3140t)\,(A)$$



R: 2,9 μF

36. Un circuit serie, alimentat la o sursă de tensiune alternativă $u = 120\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ (V), conţine o bobină şi o coardă vibrantă (AC) întinsă cu ajutorul unei greutăţi G ca în figură, punctul C fiind fix, iar în A este un scripete fix. Bobina şi coarda sunt construite din acelaşi fir de cupru cu diametrul secţiunii transversale de 0,2 mm, densitatea 8800 kg/m^3 şi rezistivitatea $1{,}6\cdot10^{-8}$ Ω·m.Partea vibrantă a coardei AC are lungimea l=1m şi în mijloc se află într-un câmp magnetic uniform cu inductanţa magnetică $\vec{B}$ perpendiculară pe AC (după Ox). Bobina construită din N=200 spire cu diametrul de 10 cm este cufundată într-un calorimetru a cărui capacitate calorică este echivalentă cu aceea a 6 kg de apă şi se constată că acesta se încălzeşte cu 3°C în 10 minute. Se cere:



a) să se studieze mişcarea coardei şi să se calculeze valoarea greutăţii G pentru care se obţine un singur ventru;

b) rezistenţa R_{AC} a coardei şi R_b a bobinei;

c) intensitatea efectivă a curentului;

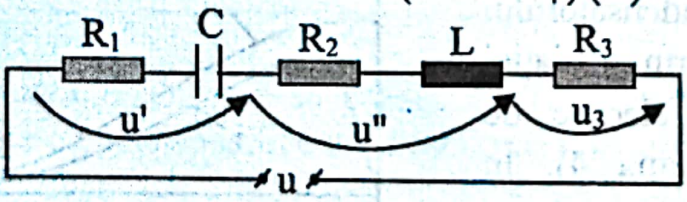
d) inductanţa L a bobinei;

e) capacitatea unui condensator care, plasat în serie în circuitul din problemă, să provoace trecerea unui curent de intensitate maximă şi tensiunea la bornele condensatorului.

R: a) 2,76 N; b) 0,51 Ω; 32 Ω; c) 1,98 A; 0,161 H; e) $62\cdot10^{-6}$ F; 190 V

Scanned with OKEN Scanner

Test de evaluare

Itemi de evaluare	Punctaj
1. Unitatea de măsură pentru conductivitate, în SI, este: a) Ωm; b) $\Omega^{-1}m^{-1}$; c) Ωm^{-1}; d) $\Omega^{-1}m$.	0,25 p
2. Unitatea de măsură, în SI, pentru puterea aparentă: a) W; b) VAR; c) VA; d) CP.	0,25 p
3. Relaţia dintre pulsaţie şi frecvenţă este: a) $\omega = 2\pi\nu$; b) $\omega = \frac{1}{2\pi\nu}$; c) $\omega = \frac{2\pi}{\nu}$; d) $\omega = \frac{\nu}{2\pi}$	0,25 p
4. Impedanţa unui circuit RLC este dată de relaţia: a) $Z = \frac{I}{U}$; b) $Z = \sqrt{R^2 - X_L^2}$; c) $Z = \frac{\omega L}{R}$; d) $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	0,25 p
1. Bobina ideală introduce, în curent alternativ, o rezistenţă numită ..... şi un defazaj între tensiune şi intensitate de ..... grade.	0,5 p
2. La rezonanţa tensiunilor, intensitatea curentului are valoare ..... şi impedanţa are valoare	0,5 p
1. Definiţi curentul alternativ.	1 p
2. Definiţi factorul de calitate al unui circuit.	1 p
Circuitul serie de c.a. din figură este parcurs de un curent cu intensitatea $i = \sqrt{2}\cdot 10\cdot\sin(100\pi t - \varphi)(A)$.  Cunoscând $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 6\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $L = 6{,}37mH$, $C = 159\mu 5$ să se determine:	
a) impedanţa circuitului şi reprezentarea fazorială a tensiunilor;	1 p
b) defazajul dintre u şi i;	1 p
c) tensiunea u' ;	1 p
d) tensiunea u";	1 p
e) puterea activă, reactivă şi aparentă în circuit.	1 p

Scanned with OKEN Scanner

2.2.1. Circuit oscilant

În studiul circuitelor RLC de curent alternativ am arătat că se poate realiza starea de rezonanţă dacă tensiunea de alimentare a circuitului are o perioadă de oscilaţie egală cu perioada proprie de oscilaţie a circuitului. Experimental se poate studia în ce condiţii un circuit RLC poate produce oscilaţii libere ale tensiunii şi intensităţii (oscilaţii electromagnetice libere), utilizând un montaj ca în figura 2. 16. Atunci când comutatorul K_1 este pe poziţia 1, condensatorul se încarcă cu sarcina electrică Q, iar în poziţia 2 el se poate descărca pe un circuit în care poate predomina efectul rezistiv sau inductiv. Cu ajutorul osciloscopului electronic şi al comutatorului K_2 se poate vizualiza forma variaţiei în timp (graficul) a tensiunii la bornele condensatorului (K_2 pe poziţia 3) şi forma variaţiei intensităţii curentului electric de descărcare(K_2 pe poziţia 4). În cazul în care K_2 este un comutator electronic, pe ecranul osciloscopului apar simultan cele două grafice. Dacă în circuit predomină efectul rezistiv, adică:

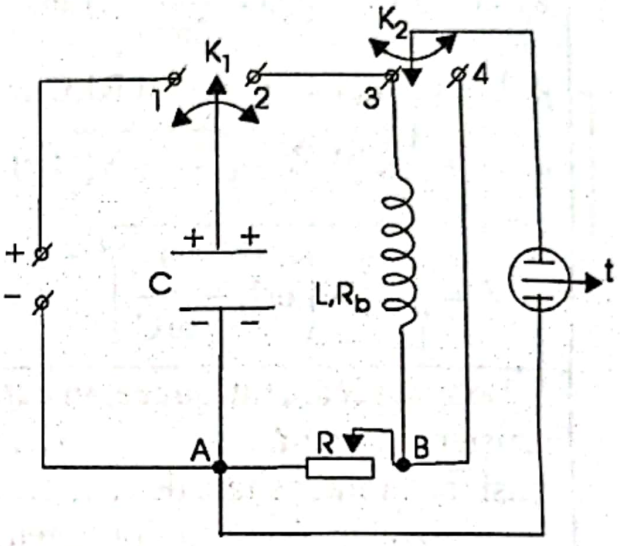


Figura 2. 16. Montajul utilizat pentru studiul descărcării unui condensator

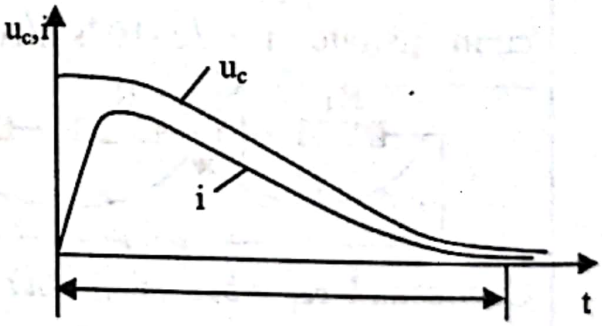


Figura 2. 17. Descărcare aperiodică

$$R_t = R + R_b \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (2.\,24)$$

Scanned with OKEN Scanner

descărcarea condensatorului este aperiodică (figura 2. 17) deoarece energia înmagazinată de condensator la încărcare se transformă în căldură prin efect Joule.

T. e. m. de autoinducţie este insuficientă pentru a produce reîncărcarea condensatorului schimbându-i polaritatea.

Dacă rezistenţa totală a circuitului $R_t < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ (2. 25)

descărcarea condensatorului pe bobină este periodică (figura 2.18).

La descărcarea condensatorului printr-o bobină, oscilaţiile tensiunii la bornele condensatorului sunt însoţite de oscilaţii ale intensităţii curentului electric prin circuit, acestea datorându-se numai energiei iniţiale acumulată de condensator. Prin urmare, un circuit format dintr-un condensator şi o bobină poate produce *oscilaţii electromagmnetice libere*. Un astfel de circuit se numeşte *circuit oscilant*.

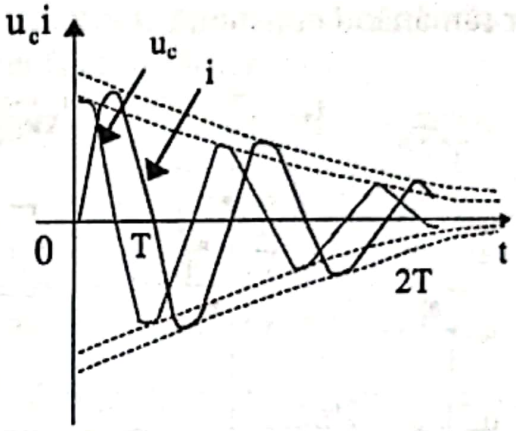


Figura 2. 18. Descărcare periodică

2.2.2. Producerea oscilaţiilor electromagnetice libere. Studiu calitativ al fenomenelor.

Fenomenele care se produc într-un circuit oscilant ideal, pot fi comparate cu cele specifice unui oscilator mecanic, liniar armonic (figura 2. 19).

La momentul iniţial $t = 0$ condensatorul este încărcat la tensiunea U_{cm}, energia circuitului fiind energia înmagazinată de condensator $W_E = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$. În mod analog oscilatorul mecanic are elongaţia maximă şi energie potenţială de deformare $E_p = k\frac{A^2}{2}$.

Scanned with OKEN Scanner

Din acest moment începe descărcarea condensatorului prin bobină având ca efect apariţia unui curent electric a cărui valoare creşte pe măsură ce tensiunea la bornele condensatorului scade. Curentul de descărcare produce în bobină un câmp magnetic a cărui inducţie magnetică creşte o dată cu creşterea curentului. În aceste condiţii energia magnetică a câmpului bobinei creşte iar energia electrică a condensatorului scade, energia totală rămânând constantă. La oscilatorul mecanic energia potenţială scade în timp ce creşte energia cinetică, suma lor rămânând constantă.

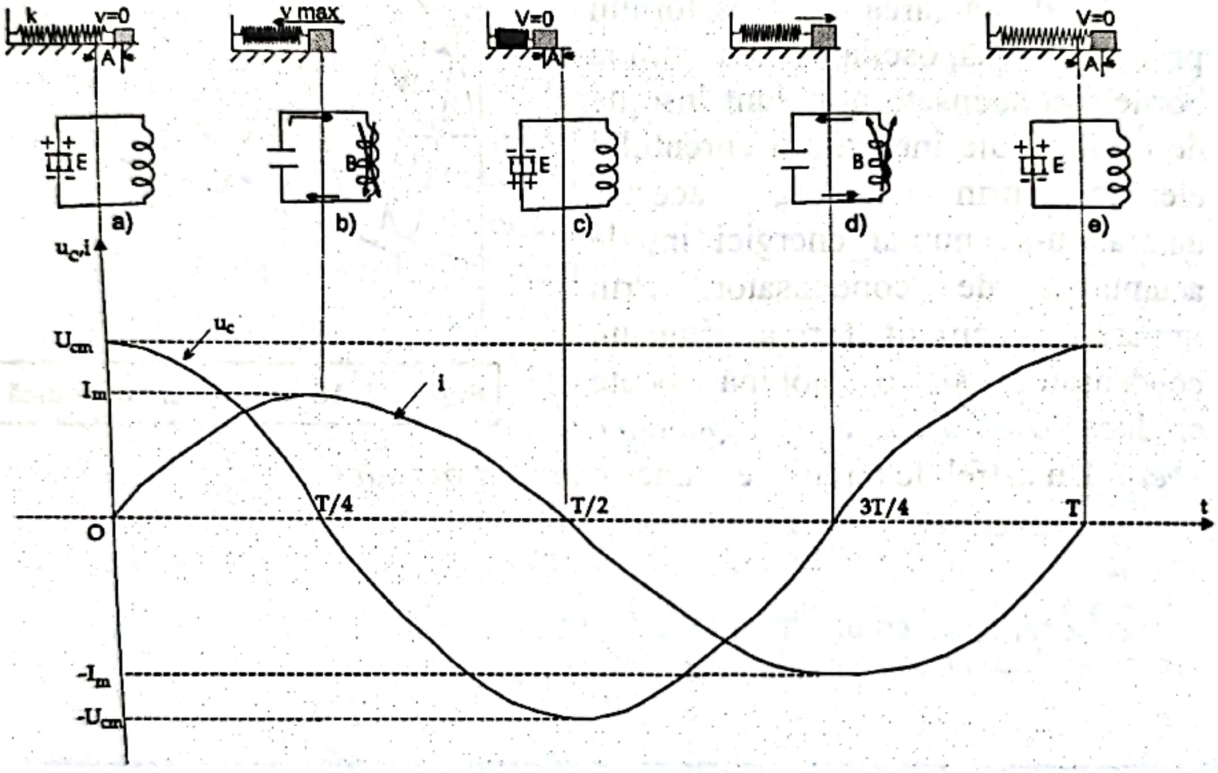


Fig.2.19.

La momentul $t = \frac{T}{4}$ condensatorul s-a descărcat complet, curentul de descărcare are valoare maximă, iar energia circuitului este sub formă

Scanned with OKEN Scanner

de energie magnetică $W_B = \frac{LI_m^2}{2}$. Prin comparaţie, oscilatorul mecanic trece prin poziţia de echilibru având energie cinetică maximă $E_c = \frac{mv_m^2}{2}$. Din acest moment, datorită fenomenului de autoinducţie electronii se deplasează în acelaşi sens şi se concentrează pe armătura care anterior a fost pozitivă. Condensatorul se reîncarcă dar în sens invers celui iniţial. În cazul oscilatorului mecanic, datorită inerţiei, el depăşeşte poziţia de echilibru schimbându-se sensul elongaţiei (deformării.)

La momentul $t = \frac{T}{2}$ condensatorul este reîncărcat la aceeaşi tensiune U_{cm} dar în sens invers situaţiei iniţiale. Curentul prin circuit se anulează iar energia circuitului devine energie electrică. Analog, oscilatorul mecanic va avea elongaţie maximă de sens opus celei iniţiale.

Începând cu momentul $t = \frac{T}{2}$ fenomenele se succed ca mai înainte dar în sens contrar. Producerea oscilaţiilor electromagnetice libere într-un circuit oscilant se datorează transformării succesive a energiei circuitului din energie a câmpului electric în energie a câmpului magnetic.

În cazul oscilatorului mecanic are loc transformarea succesivă a energiei din energie potenţială în energie cinetică.

În ambele tipuri de oscilatori se consideră că energia totală se conservă (amplitudinile de oscilaţie rămân constante în timp).

Conform reprezentării grafice din figura 2. 19 defazajul dintre intensitatea curentului electric şi tensiunea de la bornele condensatorului este de $\pi/2$.

2.2.3. Perioada oscilaţiilor electromagnetice libere.

Perioada oscilaţiilor unui circuit oscilant, numită *perioadă proprie*, depinde numai de valorile capacităţii C şi a inductanţei L din circuit. Cu cât capacitatea condensatorului este mai mare, descărcarea acestuia durează mai mult. Cu cât inductanţa bobinei este mai mare,

Scanned with OKEN Scanner

tensiunea autoindusă este mai mare şi determină prelungirea timpului de trecere a curentului prin bobină.

Într-un circuit oscilant ideal:

$$U_L = U_c \quad \Rightarrow \omega_o L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \qquad (2.26)$$

Rezultă perioada proprie de oscilaţie:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C} \qquad (2.27)$$

numită *formula lui Thomson.*

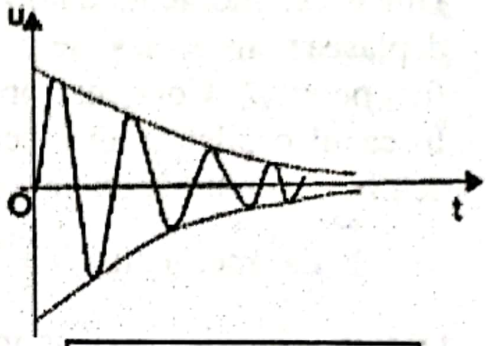


Figura 2. 20. Oscilaţii amortizate

2.2.4. Oscilaţii forţate

În circuitul oscilant real, datorită rezistenţei active a bobinei şi a conductoarelor, are loc o pierdere de energie sub formă de căldură, transferată exteriorului. Amplitudinile oscilaţiilor tensiunii şi intensităţii scad în timp, oscilaţiile devenind amortizate (figura 2. 20).

Gradul de amortizare depinde de valoarea rezistenţei totale a circuitului (oscilaţiile sunt puternic amortizate dacă rezistenţa este mare). Conectând un generator de curent alternativ în circuitul oscilant (figura 2. 21) se obţin oscilaţii forţate (permanente sau întreţinute). Curentul prin circuit va avea amplitudinea constantă.

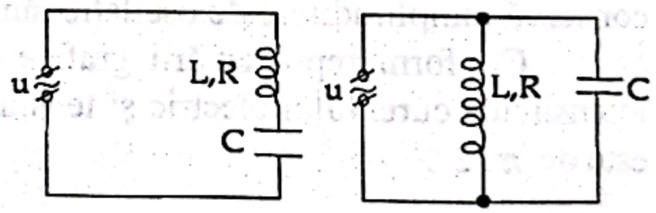


Figura 2. 21. Conectarea generatorului la bornele unui circuit oscilant

Amplitudinea oscilaţiilor forţate este determinată atât de tensiunea electromotoare a generatorului cât şi de relaţia dintre frecvenţa generatorului şi frecvenţa proprie a circuitului oscilant.

Circuitul oscilant are o comportare selectivă (după frecvenţă) producând oscilaţii cu amplitudine maximă dacă frecvenţa generatorului

Scanned with OKEN Scanner

este egală cu frecvenţa proprie a circuitului, numită *frecvenţă de rezonanţă.* (figura 2. 22 .

Frecvenţa oscilaţiilor forţate este egală cu frecvenţa tensiunii electromotoare a generatorului şi nu depinde de inductanţa L şi capacitatea C.

Oscilaţiile dintr-un circuit oscilant pot intra în rezonanţă cu oscilaţiile produse în alt circuit oscilant.

În figura 2. 23 sunt prezentate două circuite oscilante L_1C_1 şi L_2C_2 cuplate inductiv sau magnetic, între care se realizează un transfer de energie electromagnetică.

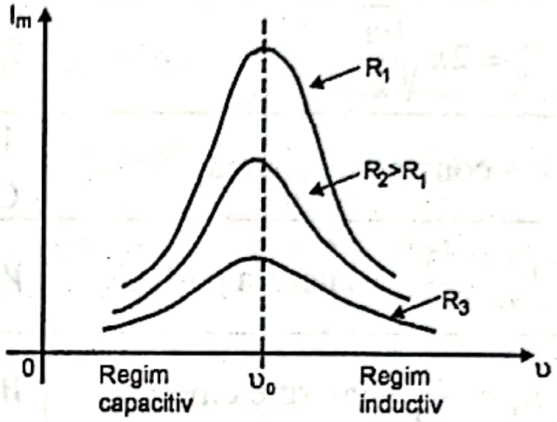


Figura 2. 22. Curbe de rezonanta

Cuplajul inductiv funcţionează pe principiul transformatorului electric de curent alternativ. Circuitul L_1C_1 poate fi alimentat la rezonanţă de către generator. Transferul de energie de la circuitul L_1C_1 la circuitul L_2C_2 este maxim atunci când perioadele proprii de oscilaţie ale celor două circuite sunt egale, adică:

$$L_1C_1 = L_2C_2 \qquad (2.\ 28)$$

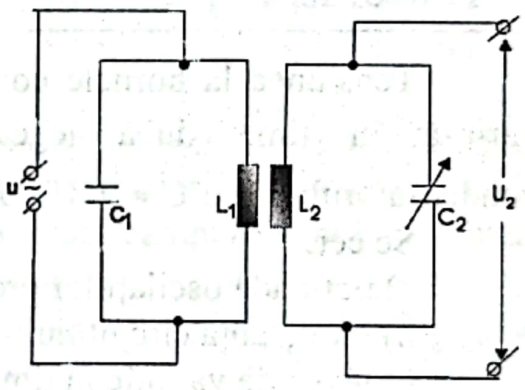


Figura 2. 23. Circuite oscilante cuplate inductiv

2.2.5. Analogia între mărimile fizice ale circuitului oscilant şi cele ale oscilatorului mecanic

Mărimi mecanice	Mărimi electromagnetice
y - elongaţia	q – sarcina electrică
$v = \frac{dy}{dt}$ - viteza	$i = \frac{dq}{dt}$ intensitatea curentului electric

Scanned with OKEN Scanner

$a = \frac{dv}{dt}$ - acceleraţia	$\frac{di}{dt}$ - viteza de variaţie a intensităţii curentului electric
m - masa	L – inductanţa
$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$
k – constanta elastică	$\frac{1}{C}$; C – capacitatea electrică
$E_p = \frac{ky^2}{2}$ - energia parţială	$W_E = \frac{q^2}{2C}$ – energia câmpului electric
$E_c = \frac{mv^2}{2}$ energie cinetică	$W_B = \frac{Li^2}{2}$ energia câmpului magnetic

Problemă rezolvată

Tensiunea la bornele condensatorului unui circuit oscilant ideal variază în timp după legea $u = 50\cos 10^4 \cdot \pi \cdot t(V)$. Capacitatea condensatorului este $C = 9 \cdot 10^{-7} F$.

Se cer:

a) perioada oscilaţiilor proprii;

b) inductanţa circuitului;

c) legea de variaţie în timp a intensităţii curentului electric.

Rezolvare:

a) prin identificarea legii $u = 50\cos 10^4 \cdot \pi \cdot t(V)$ cu legea generală obţinem:

$$\omega = 10^4 \pi s^{-1} \; ; \; T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \cdot 10^{-4} s$$

b) $\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C} = 1{,}12 mH$

c) $i = \frac{dq}{dt}$ - valoarea instantanee a curentului electric

Sarcina electrică de pe armăturile condensatorului variază după legea: $q = C \cdot u \Rightarrow q = C \cdot U_0 \cos \omega t$. Vom obţine: $i = \omega \cdot C \cdot U_0 \sin \omega t$

Înlocuind valorile numerice: $i = -1{,}41 \sin 10^4 \pi (A)$

Scanned with OKEN Scanner

2.3 Câmpul electromagnetic. Unda electromagnetică

2.3.1. Câmpul electromagnetic

Electricitatea şi magnetismul s-au dezvoltat independent până în anul 1820 când Hans Cristian Oersted a observat legătura dintre ele şi anume că un conductor străbătut de un curent electric influenţează acul magnetic al busolei. Contribuţii esenţiale la dezvoltarea electromagnetismului au mai avut Biot, Savart, Ampère, Ohm, Kirchhoff şi alţii.

În anul 1831 M. Faraday a descoperit fenomenul de inducţie electromagnetică, în 1832 Henry a descoperit autoinducţia iar în 1833 Lenz a stabilit sensul curentului indus. Faraday are marele merit de a fi introdus conceptul de *câmp* ca mijloc de transmitere a interacţiunilor electrice.

Analiza câmpurilor electrice şi magnetice poate fi împărţită în două părţi. Prima parte se referă la câmpurile statice iar cea de a doua la câmpuri variabile în timp. În primul caz, câmpurile pot fi tratate independent unul de celălalt, fără a ne preocupa în mod deosebit interacţiile dintre ele. În al doilea caz datorită influenţelor reciproce, cele două câmpuri variabile în timp se studiază ca un întreg.

James Clerk Maxwell

James Clerk Maxwell, prin generalizarea legii inducţiei electromagnetice a lui Faraday şi a expresiilor care descriu câmpul magnetic creat de curenţi, a emis două ipoteze care stau la baza studiului câmpului electromagnetic.

1. Orice câmp magnetic variabil în timp crează un câmp electric ale cărui linii de câmp sunt închise, intensitatea câmpului electric fiind direct proporţională cu viteza de variaţie a inducţiei câmpului magnetic.

Scanned with OKEN Scanner

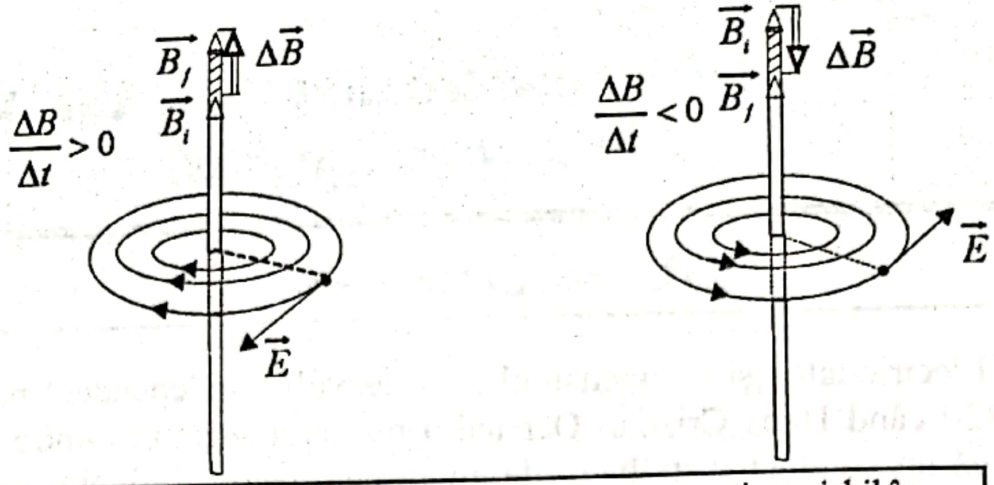


Figura 2. 24. Câmpul electric creat de un câmp magnetic variabil în timp. Sensul liniilor de câmp electric este dat de sensul de rotire al unui burghiu drept care înaintează în sens invers vectorului $\Delta\vec{B}$

2. Orice câmp electric variabil în timp crează un câmp magnetic ale cărui linii de câmp sunt închise, inducţia magnetică fiind direct proporţională cu viteza de variaţie a intensităţii câmpului electric. (figura 2. 25).

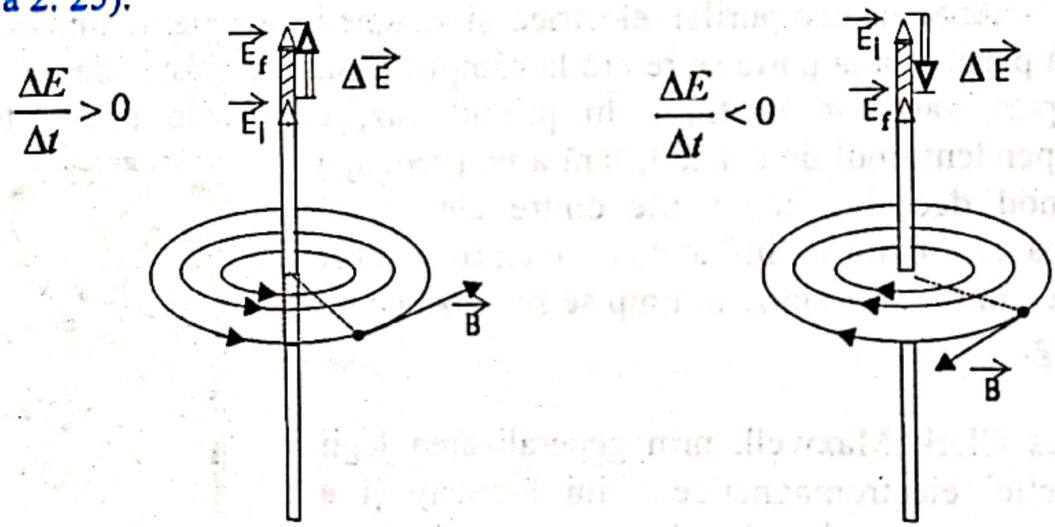


Figura 2. 25. Câmpul magnetic creat de un câmp electric variabil în timp. Sensul liniilor de câmp magnetic este dat de sensul de rotire al unui burghiu drept care înaintează în sensul vectorului $\Delta\vec{E}$

Experienţa arată că un curent variabil circulă chiar dacă pe circuit se află un condensator cu vid figura 2. 26

Scanned with OKEN Scanner

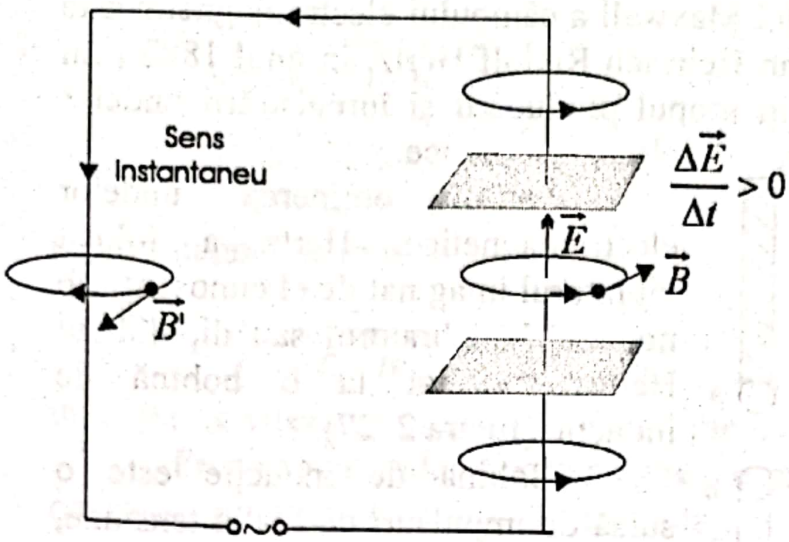


Figura 2. 26. Câmpul electric variabil din condensator generează un câmp magnetic

Curentul din circuit se închide între plăcile condensatorului printr-un fenomen de natură specială, căruia i s-a dat numele de curent de deplasare în vid. În consecinţă câmpul electric variabil dintre plăcile condensatorului crează un câmp magnetic variabil în timp. Rezultă că spaţiul ocupat de un câmp electric variabil este simultan ocupat de un câmp magnetic variabil.

Ansamblul câmpurilor electric şi magnetic, care oscilează şi se generează reciproc, se numeşte câmp electromagnetic.

2.3.2. Unda electromagnetică

Câmpul electromagnetic a fost studiat teoretic de către Maxwell stabilind un sistem de ecuaţii (ecuaţiile lui Maxwell), care cuprinde toate legile electricităţii şi magnetismului.

Conform teoriei lui Maxwell când unul dintre cele două câmpuri variază în timp, în regiunile înconjurătoare ale spaţiului este indus un câmp de celălalt tip. Astfel s-a ajuns la concluzia că o perturbaţie electromagnetică constând din câmpuri electrice şi magnetice variabile în timp se propagă în spaţiu de la o regiune la alta, chiar în absenţa substanţei, sub formă de undă electromagnetică.

Teoria lui Maxwell nu face nici o deosebire între mediile materiale şi vid, considerând vidul ca un mediu care se deosebeşte de celelalte doar prin valorile permitivităţii electrice, permeabilităţii magnetice şi conductibilităţii electrice.

Unda electromagnetică este forma de propagare a câmpului electromagnetic.

Scanned with OKEN Scanner

Valabilitatea teoriei lui Maxwell a câmpului electromagnetic este dovedită de fizicianul german Heinrich Rudolf Hertz, în anul 1888 prin efectuarea unor experienţe în scopul producerii şi înregistrării undelor electromagnetice.

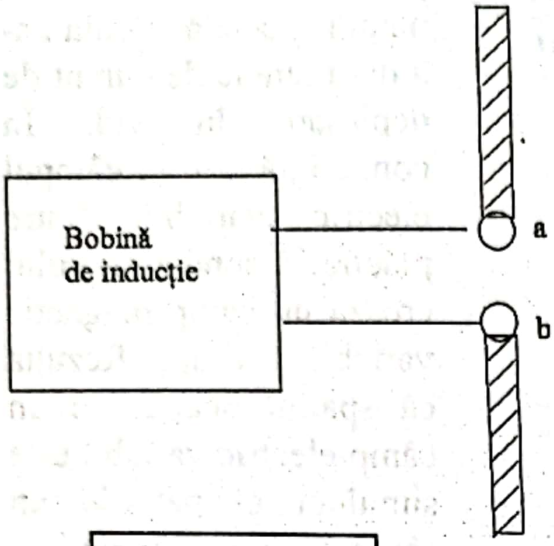


Figura 2. 27

Pentru obţinerea undelor electromagnetice, Hertz a folosit vibratorul imaginat de el cunoscut sub numele de vibratorul sau dipolul lui Hertz, conectat la o bobină de inducţie (figura 2. 27).

Bobina de inducţie este o sursă de impulsuri de înaltă tensiune, care determină străpungerea aerului dintre capetele a şi b. Dipolul sau vibratorul lui Hertz reprezintă cel mai simplu sistem radiant de unde electromagnetice, fiind utilizat sub diferite forme ca antenă de emisie sau de recepţie.

Din teoria lui Maxwell rezultă că vectorii $\vec{E}$ şi $\vec{B}$ care descriu cele două câmpuri variabile în timp, oscilează în fază în plane perpendiculare, conform relaţiilor:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x); \quad E = E_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x) \qquad (2.\,29)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x); \quad B = B_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x) \qquad (2.\,30)$$

Vectorii $\vec{E}$ şi $\vec{B}$ sunt perpendiculari pe direcţia de propagare a undei şi deci undele electomagnetice sunt unde transversale.

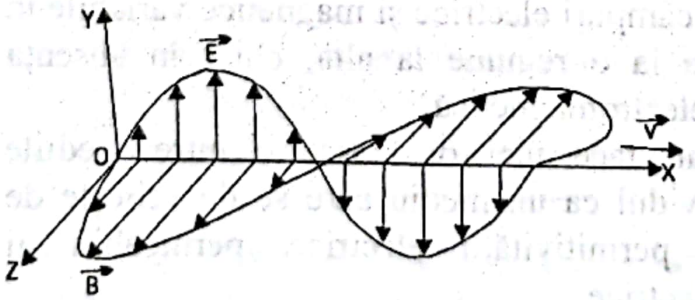


Figura 2. 28. Reprezentarea grafică a undei electromagnetice

Această afirmaţie este general valabilă (deci şi în cazul undelor electromagnetice sferice). Vectorii $\vec{E}$, $\vec{B}$ şi $\vec{v}$ (viteza de propagare a undei) formează un triedru drept în care este valabilă relaţia:

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$$

Scanned with OKEN Scanner

unde $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \mu_0 \mu_r}}$ (2. 31)

$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cong 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ - viteza de propagare a undelor electromagnetice în vid

$$\Rightarrow v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r}} \quad (2.32)$$

unde **v** este viteza de propagare într-un mediu.

Propagarea undei electromagnetice presupune şi un transport de energie. Energia câmpului electromagnetic reprezintă suma dintre energia câmpului electric W_E şi energia câmpului magnetic W_B. În regiunea din spaţiu ocupată de câmpul electromagnetic va exista o *densitate volumică a energiei undei electromagnetice* dată de relaţia:

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2 \quad (2.33)$$

unde $H = \frac{B}{\mu}$ se numeşte intensitatea câmpului magnetic,

iar $w = \frac{W}{V}$; V - volumul

Ţinând cont că: $E = B \cdot v$ şi $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$

rezultă $E = \mu H \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = H\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ (2. 34)

$$\frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{\varepsilon}{2} \cdot H^2 \frac{\mu}{\varepsilon} = \frac{1}{2}\mu H^2 \qquad w = \mu H^2 = \varepsilon E^2 \quad (2.35)$$

Intensitatea undei electromagnetice poate fi calculată cu relaţia:

$$I = \frac{1}{S} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{1}{S} \cdot \frac{w \cdot V}{\Delta t} = \frac{1}{S} \cdot w \cdot S \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$I = w \cdot v = \mu H^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot H \cdot H$$

Ţinând cont de (2. 34), rezultă:

Scanned with OKEN Scanner

$I = EH = |\vec{E} \times \vec{H}|$ unde $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$, numit *vectorul lui Poynting, are mărimea egală cu intensitatea undei şi este orientat în sensul de propagare a undei.*

2.3.3. Producerea undei electromagnetice

Undele electromagnetice se obţin utilizând un oscilator electromagnetic care poate fi un circuit oscilant.

În circuitul oscilant închis (figura 2. 29) câmpul electric este concentrat în spaţiul îngust dintre armăturile condensatorului iar câmpul magnetic în interiorul bobinei. Câmpul magnetic care ar putea fi creat la distanţe mari în spaţiul din jurul conductorilor de legătură este orientat în sensuri opuse, pentru porţiuni opuse ale circuitului, rezultanta fiind neglijabilă.

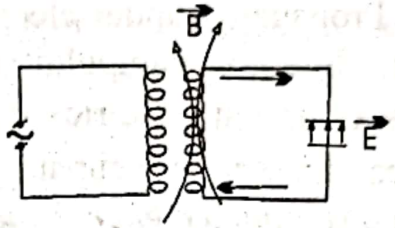


Figura 2. 29. Circuit oscilant închis. (sensurile prezentate sunt instantanee)

Circuitul oscilant închis nu poate produce unde electromagnetice. Un oscilator capabil să emită unde electromagnetice este circuitul oscilant deschis care se obţine prin îndepărtarea, una de alta, a armăturilor condensatorului unui circuit oscilant închis (figura 2. 30).

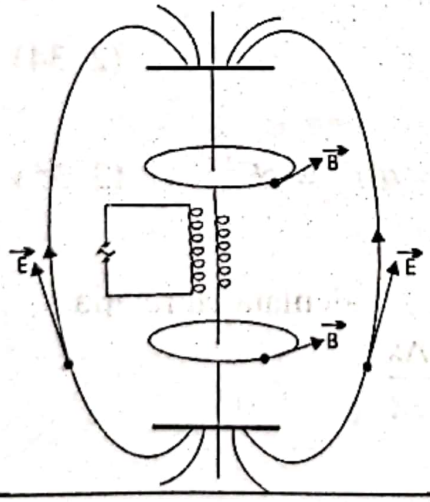


Figura 2. 30. Circuit oscilant deschis (sensurile sunt instantanee)

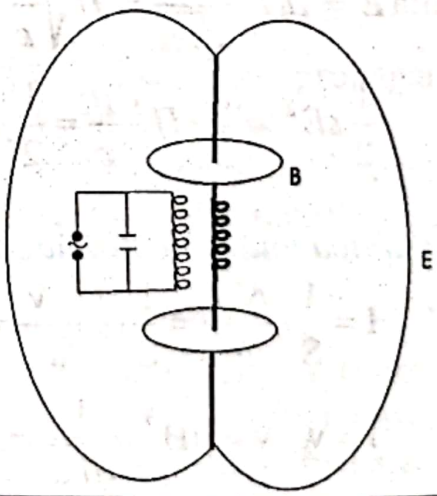


Figura 2. 31. Dipol electric

Scanned with OKEN Scanner

Astfel de circuite care au inductanța și capacitatea concentrate în bobină, respectiv condensator, sunt numite circuite cu elemente concentrate, folosite dacă frecvențele sunt joase (de exemplu frecvența de 50 Hz).

Pentru frecvențe înalte lungimile de undă sunt mici iar inductanța și capacitatea vor fi distribuite de-a lungul circuitului, care se numește circuit cu elemente distribuite.

Într-un sistem cu elemente concentrate, analiza acestuia se face în funcție de parametrii R, L și C iar în sistemele cu elemente distribuite în funcție de câmpurile produse dar și în funcție de sarcinile electrice și de curenți legați de aceste câmpuri.

Un exemplu de circuit cu elemente distribuite este un fir conductor liniar parcurs de un curent de înaltă frecvență, numit *dipol.*

Un dipol se poate reprezenta, schematic, prin două sarcini electrice, egale și de semn contrar aflate la o anumită distanță. În cazul dipolului radiant distanța dintre cele două sarcini electrice variază periodic (figura 2. 32).

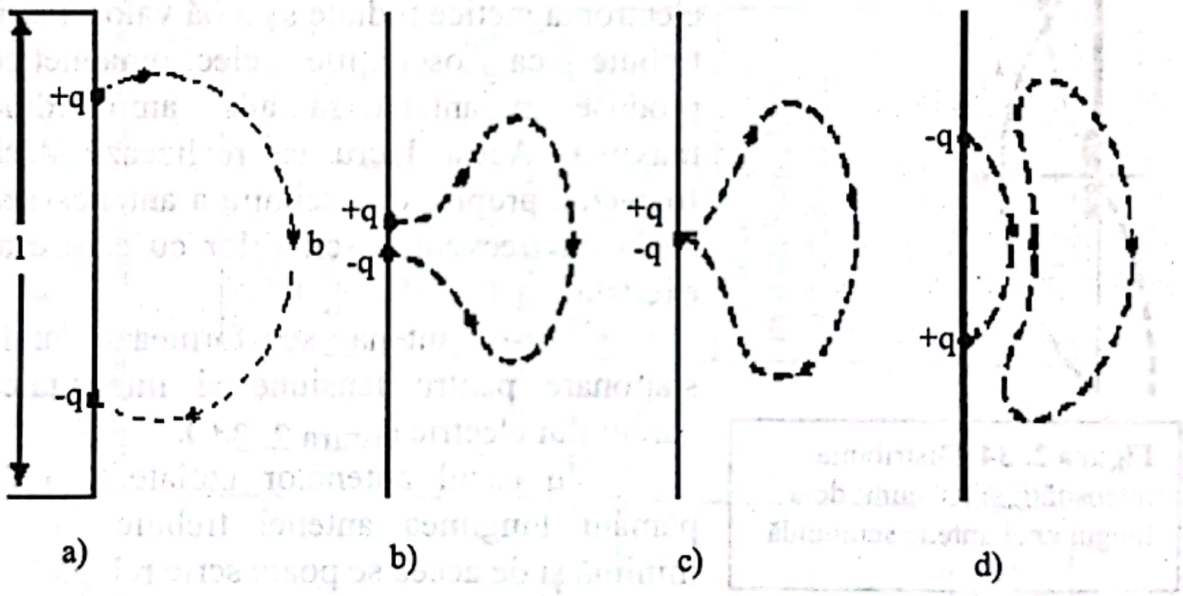


Figura 2. 32. Liniile de câmp electric în jurul dipolului la diferite momente

Prin deplasarea sarcinilor electrice, forma liniei de câmp electric se modifică și după $\frac{T}{2}$ devine închisă desprinzându-se de dipol.

Scanned with OKEN Scanner

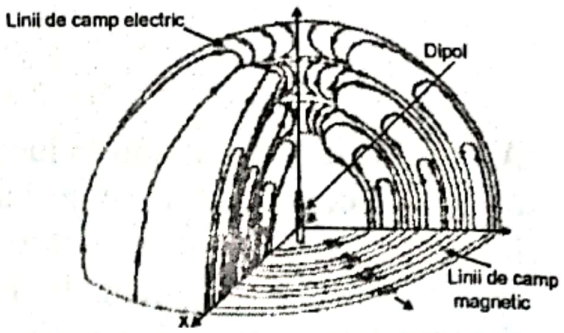


Figura 2. 33 Desprinderea câmpurilor electric si magnetic de un dipol

Liniile închise ale câmpului electric variabil vor da naştere unor linii închise ale unui câmp magnetic variabil care, la rândul lui generează câmp electric variabil ş.a.m.d.

În jurul dipolului care oscilează se formează o undă electromagnetică (figura 2. 33).

2.3.4. Antena

Antena este un circuit oscilant deschis (dipol) folosit pentru a radia în spaţiu sau pentru a recepţiona unde electromagnetice de o anumită frecvenţă.

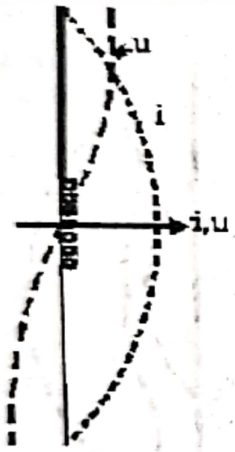


Figura 2. 34. Distribuţia intensităţii şi tensiunii de-a lungul unei antene semiundă

Pentru ca energia undelor electromagnetice radiate să aibă valori mari, trebuie ca oscilaţiile electromagnetice produse în antenă să aibă amplitudine maximă. Acest lucru se realizează dacă frecvenţa proprie de oscilaţie a antenei este egală cu frecvenţa oscilaţiilor cu care este excitată.

Într-o antenă se formează unde staţionare pentru tensiune şi intensitatea curentului electric (figura 2. 34).

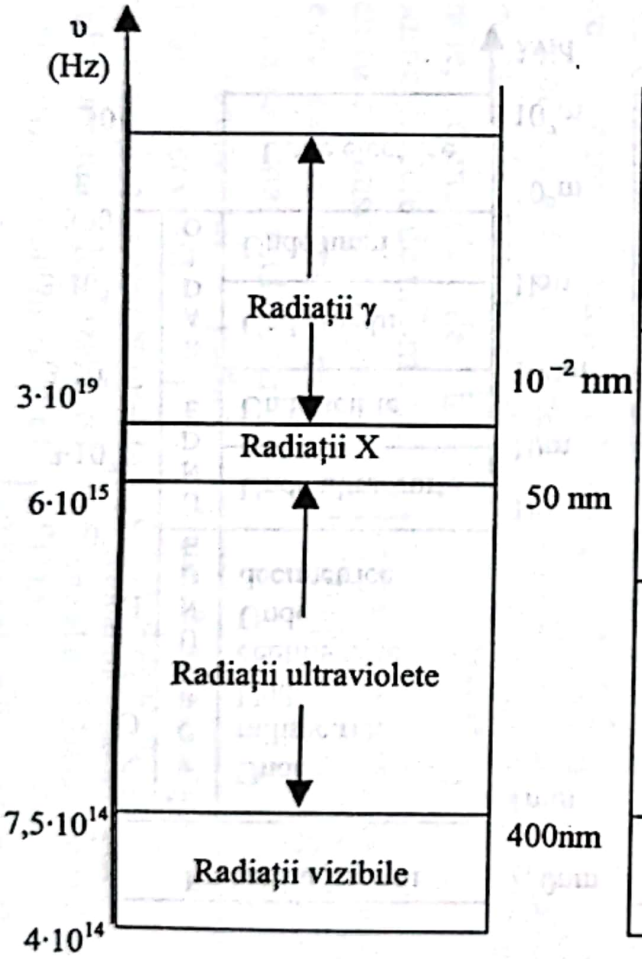
În cazul antenelor izolate faţă de pământ lungimea antenei trebuie să fie minimă şi de aceea se poate scrie relaţia:

$$l = \frac{\lambda}{2} \qquad (2.\ 36)$$

Astfel de antene lucrează pe frecvenţa fundamentală şi se numesc antene semiundă.. Aceeaşi antenă poate fi folosită atât ca antenă de emisie cât şi ca antenă de recepţie, însă, în general ele se deosebesc din punct de vedere constructiv. Tipurile de antene utilizate în telecomunicaţii lucrează pe lungimi de undă între câţiva milimetri şi câteva mii de metri.

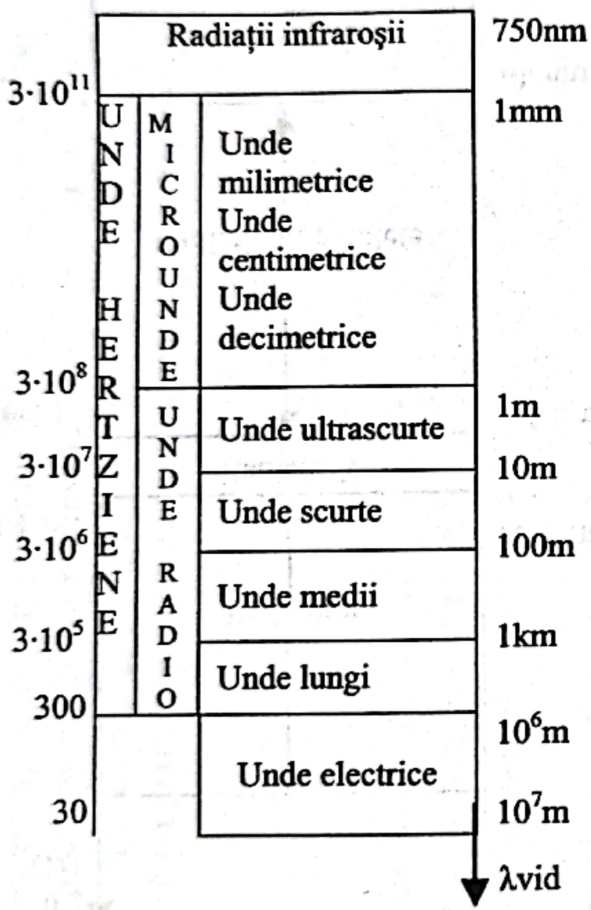
Scanned with OKEN Scanner

2.4 Clasificarea undelor



Generare	Mijloace de detecție	Proprietăți specifice
Reacții nucleare, dezintegrări radioactive, radiații cosmice, ciclotron.	Detectori cu scintilații, cu semiconductori, camera de ionizare, contorul Geiger – Müller.	Impresionează placa fotografică, produce fluorescența unor substanțe, sunt foarte penetrante, produc efecte biologice.
Frânarea electronilor la interacțiunea cu atomul sau rearanjarea electronilor din atom (tub de raze X).	Filme fotografice, contori cu scintilații, detectori cu semiconductori.	Sunt absorbite de substanțe, produc fluorescența unor substanțe, sunt difractate, impresionează filmul fotografic, produc efecte biologice.
Lămpi cu vapori de mercur, Soare, lămpi cu cuarț, arc electric.	Celule fotoelectrice, materiale fluorescente, filme fotografice, pielea, celule fotovoltaice.	Sunt absorbite de substanță, produc ionizări, efect fotoelectric, fluorecență. Influențează reacțiile chimice, impresionează filmele fotografice.
Corpuri incandescente, plasmă (becuri, lămpi, laseri).	Ochi, filme fotografice, celule fotoelectrice, fotodiode.	Impresionează retina, filmele fotografice, produc fotosinteza.

Scanned with OKEN Scanner



Corpuri calde.	Pile termoelectrice, filme fotografice.	Sunt absorbite de substanță, produc încălzire.
Maseri, cavități rezonante, tuburi electronice.	Detectori cu cristal de siliciu sau magneziu, ghiduri de undă.	
Antene, cavități rezonante, tuburi electronice, dispozitive semiconduc-toare	Receptori radio, televiziune, radar.	Nu se propagă în conductori electrici, sunt difractate de obstacole.
Curent alternativ	Circuite de curent alternativ.	

Scanned with OKEN Scanner

2.5 Aplicații ale undelor

2.5.1. Telecomunicația prin unde electromagnatice (radicomunicația)

Un sistem de comunicație are două componente:
- emițătorul care transmite informația;
- receptorul care primește informația.

O suită de informații așezate într-o ordine bine determinată formează un *mesaj*. Informația se transmite cu ajutorul semnalelor care constituie suportul material al informației; cele mai utilizate semnale sunt electrice, acustice și luminoase. Transmiterea mesajelor la distanțe mari se realizează utilizând semnale electrice de înaltă frecvență, numite semnale (unde) purtătoare. Utilizarea undelor electromagnetice de înaltă frecvență este impusă pentru că puterea radiată de emițător este direct proporțională cu pătratul frecvenței și este posibilă transmiterea simultană a mai multor mesaje pe același canal (semnal purtător).

Semnalul purtat, transmis la distanță cu ajutorul semnalului purtător, are frecvență mult mai mică, fiind, în general, din domeniul frecvențelor audio sau video. Aceste semnale se obțin cu ajutorul unor traductoare care transformă semnalele neelectrice (audio, video ș.a.) în semnale electrice. Exemple: microfoanele, camerele de luat vederi, codificatoarele de informații.

Pentru a transmite un mesaj este necesar ca la emisie să se modifice una sau mai multe mărimi specifice semnalului purtător (amplitudinea, frecvența, faza) în raport cu variațiile unei mărimi specifice altui semnal (depinzând de natura mesajului), semnal modulator sau purtat; acest proces se numește *modulație* (sau modulare). Procesul

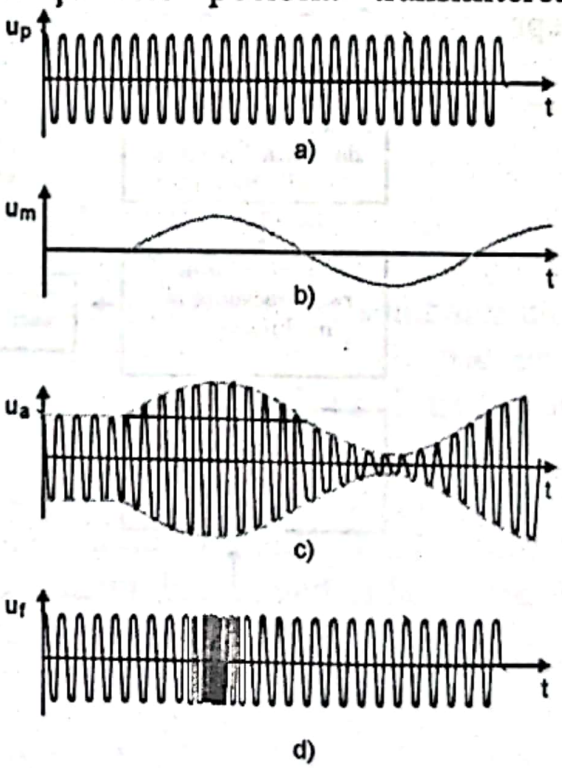


Figura 2. 35. Modulația.
a) Semnal purtător;
b) Semnal modulator (purtat);
c) Semnal modulat în amplitudine (MA);
d) Semnal modulat în frecvență (MF).

Scanned with OKEN Scanner

invers, care se petrece la recepţie, de extragere a semnalului modulator din semnalul modulat se numeşte *demodulaţie* (demodulare sau detecţie). După forma undei purtătoare distingem două categorii de modulaţie:

- modulaţia semnalelor sinusoidale;
- modulaţia unei succesiuni de impulsuri.

După mărimea fizică ce variază în funcţie de legea impusă de mesajul de transmis distingem:

- modulaţie de amplitudine (sau în amplitudine);
- modulaţie de frecvenţă;
- modulaţie de fază.

Modulaţia se foloseşte în radiodifuziunea sonoră, televiziune, radiocomunicaţii, telefonie, telemăsură, telecomandă, radiolocaţie, înregistrarea magnetică video. În figura 2. 35 sunt ilustrate variaţiile în timp ale semnalelor în cazul modulaţiilor de amplitudine şi frecvenţă.

Principalele blocuri, având elemente electrice şi electronice de circuit, care realizează modularea în amplitudine la emisie şi la demodularea la recepţie în cazul unei transmisii radiofonice, sunt reprezentate în figura 2. 36.

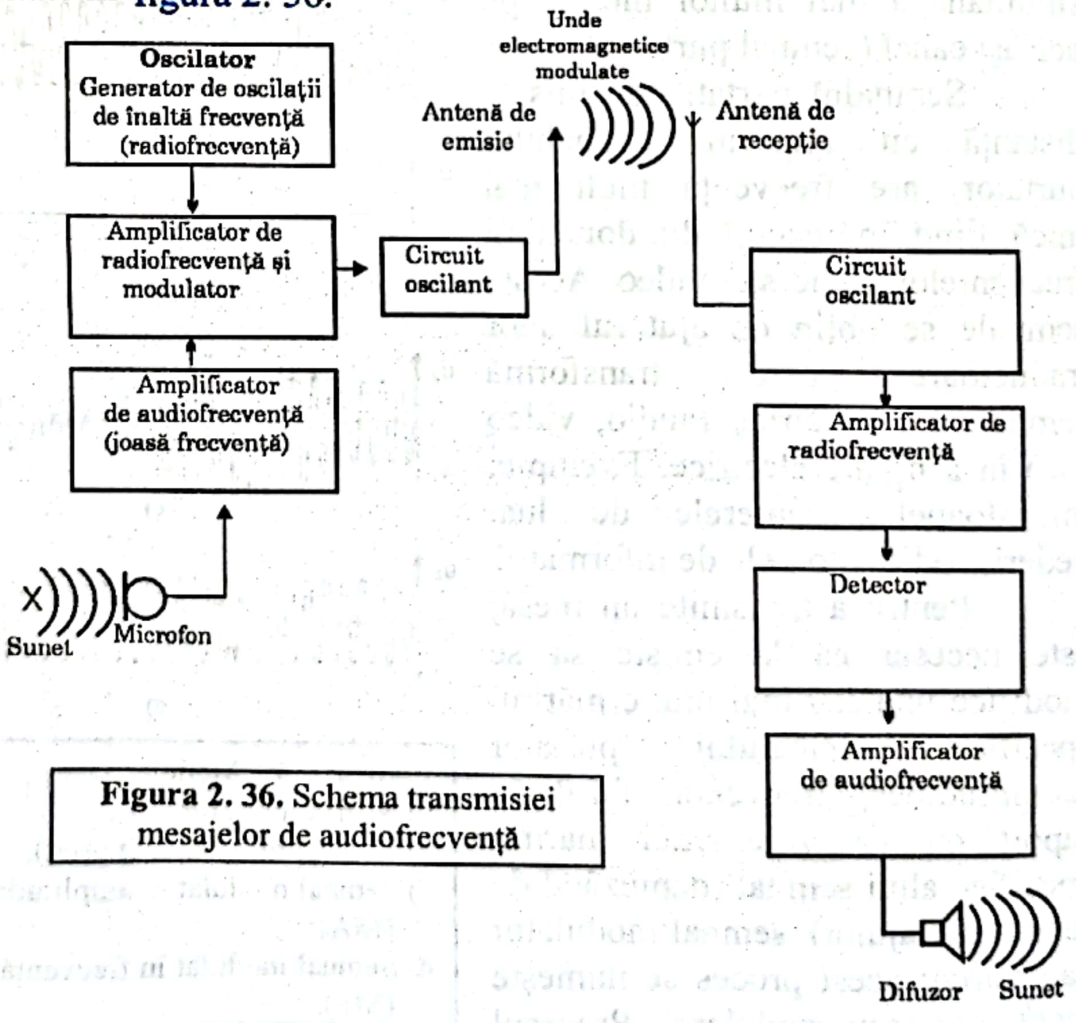


Figura 2. 36. Schema transmisiei mesajelor de audiofrecvenţă

Scanned with OKEN Scanner

Amplificatorul este un montaj în care are loc mărirea amplitudinii unor oscilaţii de tensiune sau de curent, păstrând forma lor.

Oscilatorul din schemă generează oscilaţii de înaltă frecvenţă care constituie semnalul purtător (figura 2. 35, a) iar microfonul care transformă semnalul sonor în semnal electric (este un traductor) produce semnalul util (semnalul purtat – figura 2. 35, b). Un bloc special produce modulaţia (semnalul modulat în amplitudine – figura 2. 35, c) şi prin antenă se emit unde electromagnetice modulate.

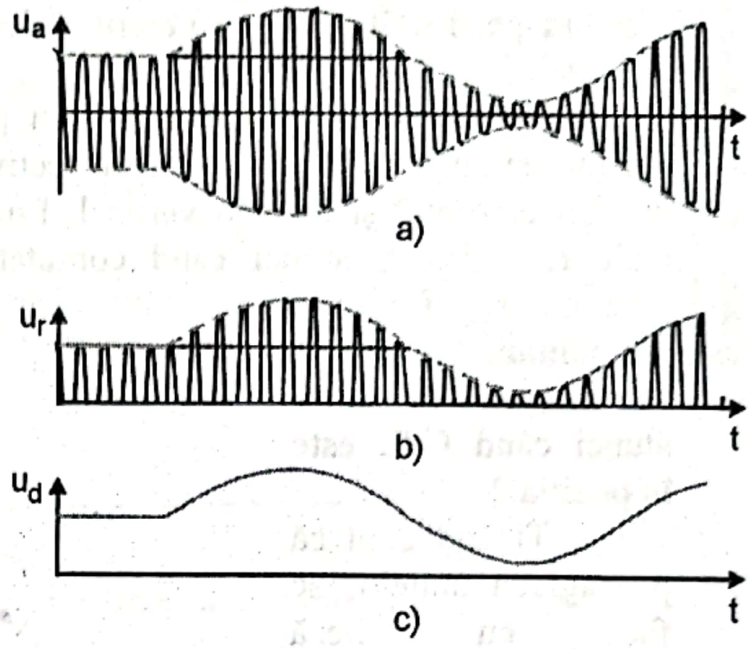


Figura 2. 37. Detecţia unui semnal modulat (MA).
a) Oscilaţii de radiofrecvenţă induse în antenă.
b) Redresarea oscilaţiilor de radiofrecvenţă.
c) Oscilaţii de audiofrecvenţă.

La recepţie, în antenă, se induc oscilaţii de radiofrecvenţă care sunt amplificate.

Detectorul realizează demodularea prin suprimarea alternanţelor de un anumit tip (negative în figura 2. 37, b), şi netezirea celorlalte alternanţe (figura 2. 37, c) rezultând semnalul util de joasă frecvenţă (fidel cu cel de emisie). Acest semnal electric este amplificat şi transformat în semnal sonor cu ajutorul unui traductor (difuzor).

Televiziunea foloseşte, pentru transmiterea mesajelor, două canale, unul video şi altul audio şi modulaţia de frecvenţă. Traductoarele pentru calea de imagine (video) sunt o cameră de luat vederi la emisie şi un tub catodic (tub cinescop) la recepţie.

2.5.2. Radiolocaţia. Radioastronomia.

Dispozitivul folosit pentru determinarea poziţiei în spaţiu a unui obiect se numeşte *radar* (radio direction and range finding – determinarea prin radio, a direcţiei şi distanţei). Radarul este o instalaţie de radiolocaţie care emite unde electromagnetice şi foloseşte reflexia

Scanned with OKEN Scanner

acestora pe diferite obiecte pentru a determina existenţa lor şi poziţia (figura 2. 38).

Radiolocatorul se compune, în principiu, dintr-un emiţător, un receptor şi un sistem de antene cu directivitate pronunţată care se pot roti în plan orizontal şi în plan vertical. Emiţătorul emite trenuri scurte de unde (impulsuri), atunci când comutatorul electronic (C.E.) este în poziţia 1. Recepţia semnalului, după reflexie, se realizează atunci când C.E. este în poziţia 2.

Ţinând cont că propagarea undelor se face cu viteză constantă putem scrie $2d = v \cdot t$. Determinând intervalul de timp t ce separă momentele emisiei şi recepţiei undei şi cunoscând viteza de propagare, putem determina distanţa d dintre antenă şi obiectul detectat.

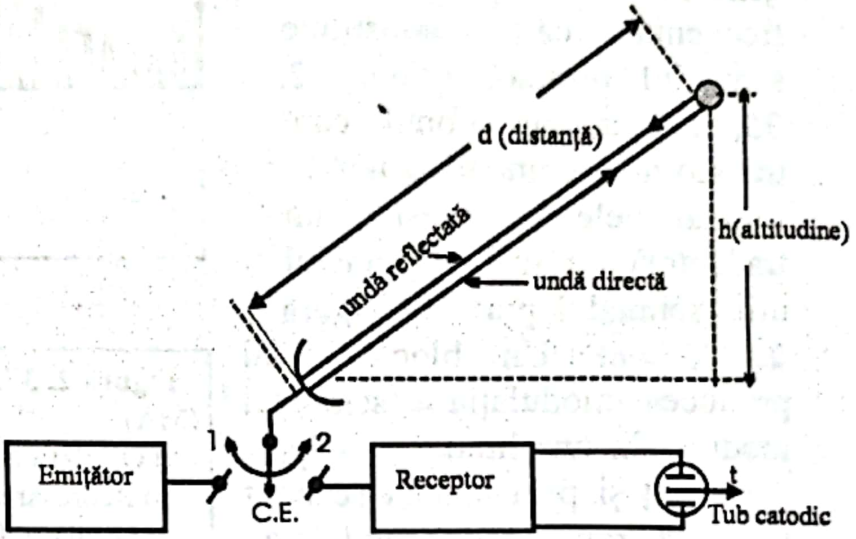


Figura 2. 38. Schema unei instalaţii de radiolocaţie (radar)

$$d = \frac{v \cdot t}{2}$$

Receptorul include şi un dispozitiv pentru determinarea intervalului t sau un indicator al existenţei şi poziţiei obiectului care de obicei este un tub catodic cu persistenţă mărită a imaginii. Viteza de deplasare a spotului luminos pe orizontală este proporţională cu timpul. Pe ecran apar două repere, unul corespunzător emisiei undei iar celălalt corespunzător recepţiei. Axa orizontală poate fi etalonată în unităţi de lungime (km) (figura 2. 39).

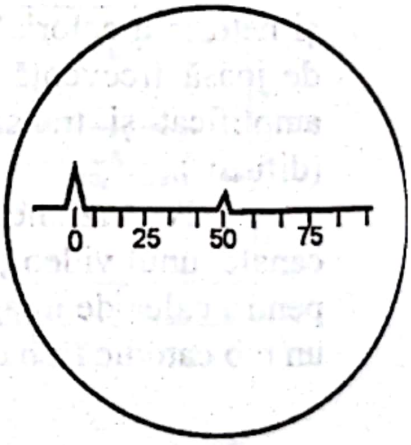


Figura 2. 39.
Ecranul tubului catodic

Radiolocaţia are aplicaţii atât în domenii militare cât şi civile. Avioanele şi vapoarele sunt prevăzute cu radiolocatoare cu ajutorul cărora se poate realiza navigaţia în condiţii de vizibilitate redusă. Bazele portuare şi aeriene dirijează traficul cu sisteme radar. Astronomia radar studiază corpurile cereşti apropiate (planetele din sistemul solar, sateliţi artificali, meteoriţi etc.).

Scanned with OKEN Scanner

Radioastronomia studiază corpurile cereşti în special prin recepţionarea undelor radio emise de acestea. Instrumentele utilizate în acest domeniu, pentru recepţionarea, măsurarea şi studierea undelor radio, se numesc radiotelescoape.

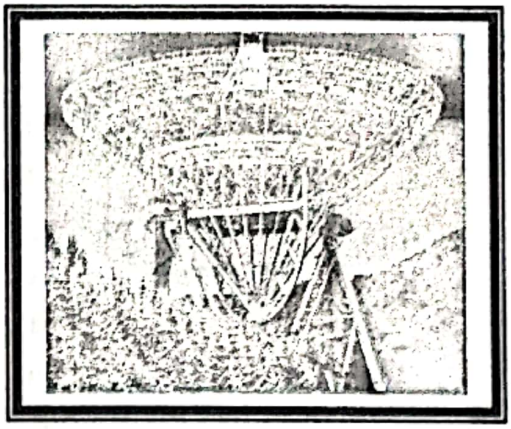


Figura 2. 40. Radiotelescop

2.5.3. Cuptorul cu microunde

Îmbunătăţirea randamentului de transfer a energiei spre un receptor s-a realizat în a doua jumătate a secolului al XX-lea prin tehnologii revoluţionare adoptate în construcţia cuptoarelor cu microunde şi a cuptoarelor cu inducţie în care se folosesc câmpuri electromagnetice variabile în timp.

Cuptorul cu microunde (figura 2. 41) foloseşte un curent electric pentru a genera microunde cu ajutorul unui tub electronic special (numit magnetron). Energia microundelor (cu frecvenţe de ordinul gigahertzilor) este transformată, în receptor (mâncare) în căldură prin interacţiunea cu moleculele.

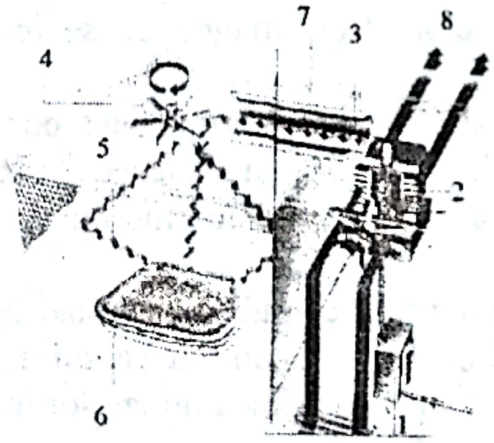


Figura 2. 41. Cuptor cu microunde
1 – transformator electric;
2 – sursă de microunde (magnetron);
3 – microundă incidentă;
4 – dispozitiv pentru împrăştierea microundelor;
5 – microunde reflectate;
6 – recipient;
7 – ghid de unde;
8 – aer cald.

2.5.4. Efectele undelor electromagnetice asupra materiei vii

Radiaţiile electromagnetice (naturale sau artificiale) sunt utile (în biologie, medicină, tehnică etc.) dar reprezintă şi un factor de risc. Efectele radiaţiilor asupra materiei se datorează energiei pe care o transportă. Din acest punct de vedere distingem:

Scanned with OKEN Scanner

- radiaţii neionizante cu energie mai mică decât 5 ev (radiaţii ultraviolete, vizibile, infraroşii)
- radiaţii ionizante cu energie mai mare decât 5 ev (radiaţii X, γ).

Radiaţiile infraroşii *"numite şi radiaţii calorice"* pătrund în ţesuturi determinând ridicarea locală a temperaturii.

Radiaţiile ultraviolete în special cele cu $\lambda < 230\,nm$ sunt absorbite de majoritatea mediilor vegetale şi animale. La doze mici aceste radiaţii au efecte benefice asupra organismului, dar la doze şi intensităţi mari produc leziuni la nivelul membranei celulare.

În categoria undelor electromagnetice intră şi microundele emise atât de surse naturale (Soarele) cât şi artificiale utilizate în sistemele radar, instalaţii de securitate a zborului, instalaţii de emisie TV, instalaţii de telefonie, aparate medicale şi cuptoare cu microunde.

Expunerea la energia microundelor presupune atât un risc termic dar şi producerea unor efecte negative asupra sistemului nervos prin apariţia unor modificări genetice temporare sau permanente. Afecţiunile neurologice se pot manifesta prin senzaţie de greutate în cap, oboseală, iritare, insomnii, pierderea parţială a memoriei. În urma studierii efectelor negative asupra materiei vii s-a propus un nivel maxim de iradiere cu microunde de $100\ W/m^2$, valoare pentru care temperatura corpului nu creşte cu mai mult de 1^0C. Pentru înlăturarea sau diminuarea efectelor negative ale undelor electromagnetice se impune aplicarea unor măsuri de protecţie:

- evitarea amplasării antenelor de emisie în zonele dens populate (în funcţie de putere trebuie precizată distanţa minimă de acces în zonă);
- evitarea utilizării în exces a cuptoarelor cu microunde şi a telefoanelor mobile;
- evitarea, pe cât posibil, a expunerii la iradiere cu raze X, iar dacă este necesar, expunerea să se facă în limite dozimetrice admise;
- utilizarea unor mijloace de protecţie specifice domeniilor în care se folosesc radiaţii (X, γ, ultraviolete şi infraroşii).

Problemă rezolvată

Un radar emite impulsuri cu durata $\tau = 1\mu s$, iar pe durata $\tau' = 499\mu s$ lucrează ca receptor. Să se determine:

a) bătaia maximă a radarului;

b) distanţa minimă la care se află un obiect aşezat pe direcţia de propagare a undelor, care poate fi detectat.

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare:

a) În intervalul de timp scurs de la emisia primului impuls şi până la emisia următorului, acesta trebuie să străbată dublul distanţei maxime.

$$2D = c(\tau + \tau') \Rightarrow D = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 500 \cdot 10^{-6}}{2} = 75000\text{m} = 75\text{km}$$

b) Dublul distanţei minime dintre antena radarului şi obiect trebuie să fie parcurs de către undă într-un timp egal cu durata unui impuls.

$$2d = c \cdot \tau \Rightarrow d = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-6}}{2} = 150\text{ m}$$

Concluzii:

- Oscilaţiile electromagnetice libere se pot obţine cu ajutorul unui circuit, format dintr-o bobină şi un condensator, numit circuit oscilant, dacă $R_t < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$
- Producerea oscilaţiilor electromagnetice libere în circuitul oscilant se datorează transformării succesive a energiei circuitului din energie a câmpului electric, dintre armăturile condensatorului, în energie a câmpului magnetic creat de bobină.
- Perioada proprie a oscilaţiilor electromagnetice libere depinde numai de inductanţa şi capacitatea circuitului, conform formulei lui Thomson: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
- Oscilaţiile produse de un circuit oscilant real sunt amortizate, datorită rezistenţei active a circuitului.
- Oscilaţiile forţate (permanente sau întreţinute) se obţin prin conectarea unui generator de curent alternativ în circuitul oscilant.
- Câmpul electromagnetic este ansamblul câmpurilor electric şi magnetic care oscilează şi se generează reciproc.
- Forma de propagare a câmpului electromagnetic se numeşte undă electromagnetică.
- Vectorul lui Poynting, $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$, este o mărime egală cu intensitatea undei şi este orientat în sensul de propagare a undei.
- Undele electromagnetice se pot obţine folosind un circuit oscilant deschis.
- Antena este un circuit oscilant deschis, folosit pentru a radia în spaţiu sau pentru a recepţiona unde electromagnetice.

Scanned with OKEN Scanner

• Transmiterea mesajelor, cu ajutorul undelor electromagnetice, are la bază fenomenul de modulare care constă în modificarea unor caracteristici ale semnalului purtător (amplitudine, frecvență, fază) în raport cu variațiile unei mărimi specifice unui alt semnal (semnal modulator sau purtat).

Probleme propuse

1. Să se găsească legătura dintre amplitudinea curentului I_0 și a tensiunii U_0 în cazul oscilațiilor libere dintr-un circuit care are inductanța L și capacitatea C.

R: $\frac{U_0}{I_0} = \sqrt{\frac{L}{C}}$

2. Un circuit oscilant are inductanța $L = 10mH$ și capacitatea $C = 1pF$. Care este frecvența proprie de oscilație? Ce valoare maximă poate avea rezistența circuitului pentru a putea oscila?

R: $\upsilon_0 < 1{,}59MHz; R_t < 200k\Omega$

3. Un circuit oscilant este format dintr-o bobină cu inductanța de 0,07 H și un condensator cu aria suprafețelor armăturilor de 0,45 separate printr-un dielectric cu grosime de 0,1 mm și permitivitatea relativă de 1,8. Să se determine perioada de oscilație și frecvența.

R: $T_0 = 4{,}44 \cdot 10^{-4} s;\ \upsilon_0 = 2252{,}25Hz$

4. Cum se modifică perioada și frecvența oscilațiilor electromagnetice libere într-un circuit oscilant, dacă micșorăm inductanța de patru ori și mărim capacitatea de nouă ori?

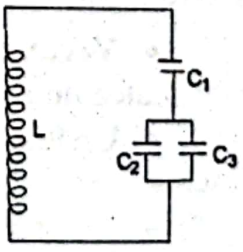
R: $T = T_0 \cdot \frac{3}{2};\ \upsilon = \upsilon_0 \cdot \frac{2}{3}$

5. Factorul de calitate al unui circuit oscilant este 100. Bobina este formată dintr-un singur rând de spire bobinate una lângă alta. Raza spirei este $R = \left(\frac{1}{\pi^2}\right)$ m, raza firului $r = \left(\frac{1}{\pi}\right)$m, iar rezistivitatea $\rho = 10^{-7}\Omega \cdot m$ Care este perioada oscilațiilor electromagnetice libere? $\left(\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\frac{H}{m}\right)$

R: $T_0 = \frac{\pi^2 \mu_0 \cdot R \cdot r}{2\rho \cdot Q} = 2 \cdot 10^{-5} s$

6. Determinați pulsația, perioada și frecvența oscilațiilor electromagnetice produse în circuitul oscilant din figură, dacă se cunosc:

$L = 10mH, C_1 = 15nF;\ C_2 = 10nF, C_3 = 20nF.$



R: $\omega_0 = 10^5 s^{-1}; T_0 = 6{,}28 \cdot 10^{-5} s;\ \upsilon_0 = 15{,}91kHz$

7. Intensitatea curentului ce străbate un circuit oscilant

Scanned with OKEN Scanner

ideal variază în timp după legea $i = -0{,}02\sin 400\pi(A)$. Inductanța circuitului este $L = 1H$. Se cer:

a) perioada oscilațiilor proprii;
b) capacitatea condensatorului;
c) valoarea maximă a tensiunii la bornele condensatorului;
d) energia maximă înmagazinată în câmpul magnetic;
e) energia maximă înmagazinată în câmpul electric.

R: $a) 5\cdot10^{-3}s$; $b) 0{,}63\mu F$; $c) 25{,}12V$; $d) 2\cdot10^{-4}J$; $e) 2\cdot10^{-4}J$

8. Un circuit oscilant cu $L_1 = 10^{-3}H$ și $C_1 = 10^{-9}F$ are rol de excitator pentru un alt circuit oscilant care are $L_2 = 4\cdot10^{-3}H$. Se cere:

a) capacitatea celui de al doilea circuit pentru a fi în rezonanță cu primul;
b) pe ce lungime de undă se vor acorda circuitele dacă primul este emițător iar al doilea receptor?

R: $a)\ C_2 = 0{,}25nF$ $b)\lambda = 1884m$

9. Un post de radiolocație are frecvența de $3\cdot10^8 Hz$. Care este lungimea de undă în vid? Dar în apă? Pentru apă $\varepsilon_n = 81, \mu_n = 1,\ c = 3\cdot10^8 m/s$.

R: $\lambda_0 = 1m$; $\lambda = \frac{1}{3}m$

10. Un emițător de televiziune are frecvența undei purtătoare a imaginii de 59,25 MHz iar frecvența undei purtătoare a sunetului de 65,75 MHz. Să se calculeze lungimile de undă în aer ale celor două purtătoare. Care este lungimea minimă a unei antene izolată față de pământ acordată pe prima frecvență purtătoare?

R: $5{,}06329m$; $4{,}56273m$; $2{,}5316m$

11. Un radiolocator emite impulsuri (semnale alternativ sinusoidale de scurtă durată) care constituie trenuri de unde cu frecvența de repetiție de 1000 impulsuri/s. Care trebuie să fie durata unui impuls pentru ca distanța minimă de acțiune să fie de 300 m? Care este distanța maximă de acțiune a radiolocatorului?

R: $2\cdot10^{-6}s$; $150km$

12. Circuitul oscilant al unui aparat de recepție are capacitatea $C_1 = 1pF$. Se cere: a) inductanța circuitului oscilant pentru lungimea de undă $\lambda_1 = 600m$; b) ce capacitate trebuie să aibă un alt condensator care, legat la primul, să permită acordarea circuitului pe lungimea de undă $\lambda = 6000m$. Se va lua $\pi^2 \cong 10$.

R: $a) L = 0{,}1H$; $C_2 = 99pF$, conectat în paralel

13. Receptorul unui radioamator are reactanța inductivă de $16k\Omega$ și se acordă pe lungimea de undă de 1884 m. Să se calculeze:

a) capacitatea circuitului oscilant;
b) ce se întâmplă dacă între unda recepționată direct de la sursă și o altă undă care vine prin reflexie în același moment, există o diferență de drum de 48,042 km;
c) diferența de fază corespunzătoare diferenței de drum considerată.

R: $a) C = 62{,}5pF$; $b) \frac{\delta}{\lambda/2} = 51$ - număr impar de $\lambda/2$ - nu se aude nimic; $c) \Delta\varphi = 51\pi$.

Scanned with OKEN Scanner

3 OPTICA ONDULATORIE

Optica este acea parte a fizicii care studiază natura luminii, proprietăţile ei, modul de producere a luminii, legile propagării ei, precum şi interacţia luminii cu substanţa.

În clasa a IX–a s-a studiat *optica geometrică* – ce operează cu raze de lumină fără a se lua în consideraţie natura luminii.

3.1 Scurt istoric asupra naturii luminii

Ne punem întrebarea: „Ce este lumina?" Cele mai vechi teorii asupra naturii luminii şi mecanismului vederii datează din antichitate şi sunt legate de numele marilor folozofi ai acelei perioade: Leucip, Democrit, Euclid, Ptolemeu, Pitagora, etc.

Optica modernă, respectiv primele cercetări sistematice în acest domeniu, încep în secolul al XVII – lea. Existenţa unor relaţii cantitative concrete, referitoare la principalele fenomene optice – reflexia şi refracţia – a făcut ca spre sfârşitul secolului al XVII – lea să fie formulate primele modele teoretice cu caracter ştiinţific: *teoria ondulatorie* a lui Huygens (1629 – 1695) şi *teoria corpusculară* a lui Newton (1642 – 1727).

Teoria corpusculară a lui Newton a apărut la sfârşitul secolului al XVII – lea şi s-a dezvoltat mai ales la începutul secolului al XVIII – lea. Ea afirmă că corpurile luminoase emit nişte particule extrem de fine, corpusculii luminoşi, care se mişcă cu viteze foarte mari, în conformitate cu legile mecanicii (newtoniene). Ajungând în ochiul observatorului, aceşti corpusculi declanşează senzaţia luminoasă. Dacă admitem că aceşti corpusculi luminoşi au proprietăţi similare bilelor elastice putem să deducem calitativ şi cantitativ legile reflexiei.

Teoria lui Newton a avut o puternică influenţă asupra generaţiilor de fizicieni din secolul al XVIII – lea, deşi o serie de fenomene optice (de exemplu, interferenţa la „inelele lui Newton") nu puteau fi explicate de această teorie. Este interesant de remarcat faptul că, în lucrarea sa intitulată *„Optica"*, apărută în anul 1704 (şi reeditată în 1717 şi 1721), Newton foloseşte uneori şi termenul de „lumină vibraţie" pe lângă cel de „lumină corpusculară"; aceasta ne arată că însuşi Newton nu era ferm convins de corectitudinea deplină a modelului corpuscular.

Contemporan cu Newton, al doilea fizician al secolului al XVII – lea, Huygens este părintele *teoriei ondulatorii*. Această teorie a coexistat cu cea corpusculară fără a-şi

Scanned with OKEN Scanner

putea dovedi superioritatea decât peste aproximativ 150 de ani. Punctul de plecare al raţionamentelor lui Huygens, expuse în cartea „Tratat despre lumină" (1692), îl constituie analogia dintre fenomenele luminoase şi cele acustice. Conform acestei concepţii, în univers există un mediu, ale cărui particule pot efectua oscilaţii, acestea determinând propagarea – din aproape în aproape - a undelor luminoase. Acest mediu, fără de care nu s-ar fi putut concepe propagarea undelor luminoase, s-a numit *eter*. Prin urmare, în concepţia lui Huygens, lumina este o undă elastică – longitudinală şi nepeţiodică – care se propagă prin vibraţiile particulelor de eter. În cadrul teoriei sale, Huygens elaborează un *principiu* care îi poartă numele (vezi subcapitolul „Unde mecanice"). Pe baza lui, el interpretează corect reflexia, refracţia şi birefringenţa.

Deşi Huygens este prezentat, de regulă, ca părintele teoriei ondulatorii a luminii, el nu a reuşit să creeze, de fapt, o terorie ondulatorie în adevăratul sens al cuvântului, deoarece unele fenomene fundamentale nu le-a explicat (exemplu, propagarea rectilinie a luminii), iar pe altele le-a respins (difracţia luminii cunoscută încă din 1650, prin lucrările lui Grimaldi) sau le-a trecut sub tăcere (inelele lui Newton). Cu toate acestea, meritele lui Huygens nu.sunt deloc mici. Principiul său, completat mai târziu de către Fresnel (1788–1927), va sta la baza opticii ondulatorii elastice creată în prima jumătate a secolului XIX – lea.

Aşadar, conform concepţiei lui Huygens – Fresnel, oscilaţiile luminoase sunt oscilaţii elastice longitudinale ale eterului, asemănătoare sunetului. Existenţa eterului cosmic nu a putut fi însă dovedită.

La începutul secolului al XIX – lea, Young, Fraunhofer şi Fresnel, iar mai târziu Kirchhoff aduc contribuţii remarcabile la interpretarea fenomenelor de interferenţă şi difracţie în cadrul teoriei ondulatorii. Tot în această perioadă, fizicianul Malus, adept al teoriei corpusculare, introduce în optică noţiunea de „polarizarea luminii" (în lucrarea sa intitulată *„Teoria dublei refracţii"*, apărută în 1810). Această noţiune a permis ondulatoriştilor Young, Fresnel şi Arago – în urma unui experiment realizat în 1816 de ultimii doi – să înţeleagă că undele luminoase *nu* sunt longitudinale, cum presupunea Huygens, ci *unde transversale*. Cu această nouă concepţie, conform căreia direcţia de oscilaţie este perpendiculară pe direcţia de propagare, s-au putut explica toate faptele experimentale cunoscute, inclus3 starea de polarizare a razelor obţinute prin birefringenţă, legea lui Malus, legea lui Brewster, etc.

Se afirma cu tărie că lumina este o undă transversală, însă nimeni nu putea să spună cu exactitate care este mărimea care vibrează. Răspunsul nu a putut fi dat de optică ci de un alt domeniu al fizicii care se părea că nu are nici o legătură cu ea – electromagnetismul. Cel care a reuşit să pună în evidenţă această legătură între fenomenele optice şi cele electromagnetice a fost Faraday (1791 – 1867). După cum se ştie, după descoperirea de către Oersted (1820) a „transformării câmpului electric în câmp magnetic", Faraday a fost asiduu preocupat de „problema inversă"; după aproape zece ani de insuccese, dar şi de speranţe, este descoperită „inducţia electromagnetică". Acest succes l-a determinat pe Faraday să caute dovada unai legături intime între fenomenele electromagnetice şi cele optice. Faraday este primul fizician care a elaborat teroia „acţiunii din aproape în aproape".

Aceste idei noi, respinse de majoritatea fizicienilor epocii, au putut fi înţelese de tânărul fizician scoţian James Clark Maxwell (1831 – 1879), creatorul teoriei moderne a câmpului electromagnetic. El arată că ceea ce vibrează în fiecare punct al unei raze de lumină este câmpul electric şi câmpul magnetic, perpendiculare între ele şi perpendiculare pe direcţia de propagare. Maxwell ajunge la această concluzie după ce,

Scanned with OKEN Scanner

în prealabil, a reuşit să fundamenteze studiul proceselor electromagnetice pe baza unor ecuaţii care azi îi poartă numele. În anul 1865 Maxwell ajunge la concluzia – pur teoretică – a existenţei *undelor electromagnetice*. Confirmarea experimentului nu a întârziat să apară; în anul 1887, fizicianul german Heinrich Hertz (1857 – 1894) a obţinut, prin metode pur electromagnetice, radiaţii de frecvenţă mult mai joasă decât a luminii, dar cu proprietăţi absolut identice acesteia. Teoria electromagnetică a luminii devenea astfel, spre sfârşitul secolului al XIX – lea, un nou răspuns la întrebarea „ce este lumina?". Optica ondulatorie elastică a rămas în continuare ondulatorie însă a devenit electromagnetică.

Acesta nu a fost ultimul răspuns la întrebarea „ce este lumina?"

Unul din efectele descoperite de acelaşi Hertz, şi pe care azi îl cunoaştem sub denumirea de *efect fotoelectric extern* (smulgerea de electroni din metale sub acţiunea luminii), prezenta un comportament ciudat, pe care teoria electromagnetică nu putea să-l explice; teoria electromagnetică a luminii se afla într-o gravă criză.

Ieşirea din impas este realizată în 1905 de către Albert Einstein (1879 – 1955), pe baza unei ipoteze pe care Millikan o califica drept „îndrăzneaţă, ca să nu spun nesăbuită". Preluând o idee din anul 1900 a lui Planck, conform căreia lumina se emite în mod discontinuu, în porţii de energie $\varepsilon = h \cdot \nu$, în cuante, Einstein consideră că lumina se propagă prin spaţiu mai degrabă ca o particulă decât ca o undă, ea neputând fi absorbită decât tot în cantităţi discrete, aşa cum fusese emisă. Particula luminoasă a fost numită *foton*. Aşadar, conform ipotezei lui Einstein, lumina este un flux de fotoni, fiecare foton transportând o energie egală cu o cuantă.

Cu această ipoteză, efectul fotoelectric a putut fi explicat imediat şi toate legile sale au devenit extrem de clare. Astfel, după mai bine de 200 de ani de la elaborarea teoriei corpusculare de către Newton, se revenea la această teorie, însă într-un context calitativ nou.

Dezvoltarea fizicii în secolul al XX – lea a condus definitiv la concluzia că lumina are o existenţă duală; ea are şi caracter ondulatoriu (electromagnetic) şi caracter corpuscular (fotonic). Cele două aspecte trebuie considerate în strânsă legătură, indisolubil legate între ele.

În acest capitol – *optica ondulatorie* – vom trece în revistă câteva fenomene în care se relevă preponderent caracterul ondulatoriu (electromagnetic) al luminii.

3.1.1. Dispersia luminii

Considerăm un fascicul policromatic de unde plan-paralele care se propagă în vid şi într-un mediu material *M*, transparent (figura 3. 1).

Cum se observă, fronturile de undă, în vid, ale diverselor componente ale fasciculului, reprezentate punctat prin limitele spectrului vizibil, *R* (roşu) şi *V* (violet), la două momente 1 şi 2, coincid.

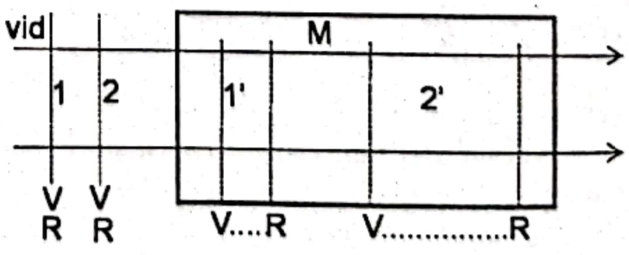


Figura 3. 1.

Scanned with OKEN Scanner

În materialul transparent *M* însă fronturile de undă pentru radiaţiile alese *R* şi *V*, la momentele 1' şi 2' suferă o răspândire spaţială tot mai mare, între aceste limite apărând întregul spectru al undelor luminose ce compun fasciculul incident.

Separarea fronturilor de undă, ale diverselor culori, constituie chiar *dispersia luminii*. Cu alte cuvinte, între *R* şi *V* în mediul *M* radiaţiile acestui interval spectral sunt dispersate.

Reprezentată în acest mod, dispersia sugerează imediat cauza care o produce: dependenţa vitezei, v, de propagare a radiaţiilor într-un mediu material, de culoarea (sau lungimea de undă) acestora. La rândul ei, viteza de propagare a unei radiaţii optice într-un mediu material transparent se leagă de indicele de refracţie, *n*, a materialului prin relaţia:

$$n = \frac{c}{v} \qquad (3.\ 1)$$

în care *c* este viteza aceleiaşi radiaţii în vid.

Din cele de mai sus rezultă modul uzual de definire a dispersiei luminii: *dependenţa indicelui de refracţie de lungimea de undă se numeşte dispersie.*

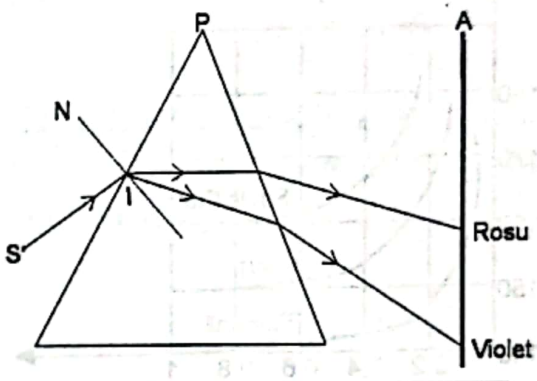


Figura 3. 2 Spectrul de dispersie al luminii incidente

Vom considera ca mediu dispersiv un element optic care intră în componenţa aparatelor spectrale uzuale şi anume: *prisma*.

Fenomenul de dispersie a fost descoperit de Newton la trecerea unui fascicul de lumină naturală printr-o prismă de sticlă, obţinându-se pe ecranul *A* spectrul de dispersie al luminii incidente (figura 3. 2).

Dacă se ia în consideraţie numai domeniul optic al spectrului undelor electromagnetice, se constată că la cele mai multe substanţe, curba de dispersie $n=n(\lambda)$, este continuă, indicele de refracţie scade lent cu creşterea lungimii de undă şi se poate reprezenta, pentru sticle optice, prin formula Cauchy:

$$n^2 = A + \frac{B}{\lambda^2} \qquad (3.\ 2)$$

unde *A* şi *B* sunt două constante specifice mediului dispersiv respectiv ($A > B$). Aceasta se observă în figura 3. 3, a În acest caz procesul de dispersie este cu atât mai accentuat, cu cât lungimea de undă a radiaţiei este mai mică (frecvenţa mai mare).

Scanned with OKEN Scanner

La alte substanţe (de exemplu, soluţiile de iod, fuxină, cianină, etc.), curba de dispersie nu mai este descrescătoare, prezentând pentru anumite lungimi de undă (radiaţia albastră la iod, radiaţia roşie la fuxină etc.), iniţial o scădere bruscă a lui n, urmată de o creştere rapidă, trecându-se printr-un maxim şi apoi din nou o descreştere rapidă (figura 3. 3, b).

Dispersia observată în primul caz este denumită *normală*, în timp ce fenomenul observat în cel de-al doilea caz se numeşte *anomală*.

Dispersia mediului (o notăm cu D) este definită prin mărimea care arată cât de repede variază indicele de refracţie, n, cu lungimea de undă.

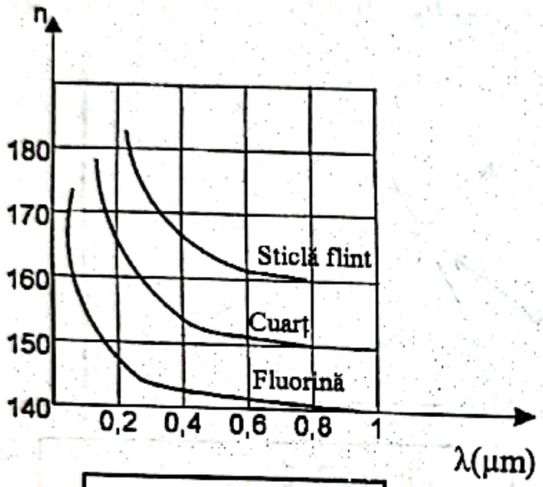


Figura 3. 3, a.
Dispersie normală

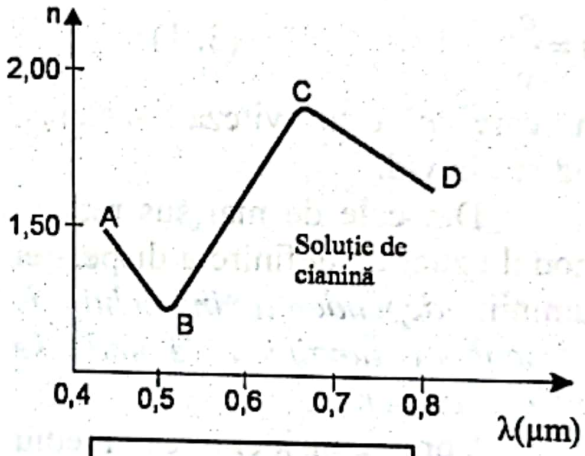


Figura 3. 3, b
Dispersie anomală

Dacă la două lungimi de undă λ şi $\lambda+\Delta\lambda$ corespund pentru indicii de refracţie valorile n şi $n+\Delta n$, *dispersia medie* a mediului, în intervalul lungimilor de undă λ şi $\lambda+\Delta\lambda$, va fi dată de relaţia:

$$\overline{D} = \frac{\Delta n}{\Delta \lambda}, \qquad (3.\ 3)$$

care la limită dă expresia dispersiei D, exprimată prin:

$$D = \frac{dn}{d\lambda}$$

Evident, pentru o bună separare a razelor de diverse lungimi de undă λ (culori) trebuie să avem un material a cărui dispersie D să fie cât mai mare.

De notat că în caracterizarea cantitativă a fenomenelor de dispersie se folosesc câteva mărimi ce intervin la dispersia razelor de lumină printr-o prismă optică (figura 3. 2).

Scanned with OKEN Scanner

Se cunoaşte (vezi manualul de clasa a IX–a) relaţia pentru determinarea indicelui de refracţie al materialului prismei:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}} \qquad (3.4)$$

care pentru unghiuri refringente mici ($A<7^o$), relaţia (3. 4) devine:

$$\delta_m = A(n-1) \qquad (3.5)$$

unde δ_m este *unghiul de deviaţie minimă.*

Utilizând relaţia (3. 5), s-a definit *puterea de dispersie, P* prin formula:

$$P = \frac{\delta_F - \delta_C}{\delta_D} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \qquad (3.6)$$

în care n_F, n_C, şi n_D sunt indici de refracţie absoluţi ai prismei, corespunzători radiaţiilor cu λ_F =486 *nm*; λ_C = 656 *nm* (din spectrul hidrogenului) şi λ_D =589 *nm* (din spectrul natriului).

Inversul puterii de dispersie:

$$\upsilon = \frac{1}{P} = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \qquad (3.7)$$

reprezintă *„numărul lui Abbe"* sau *coeficient de dispersie.* Funcţie de valorile pe care le au aceste mărimi, sticlele optice au fost împărţite în două clase: sticle *crown* sau sticle slab dispersive $(\upsilon = 50 \div 60;\ P = 0{,}02;\ n_D = 1{,}3 \div 1{,}7)$ şi sticle *flint* sau puternic dispersive $(\upsilon = 30 \div 40;\ P = 0{,}033;\ n_D = 1{,}7 \div 1{,}9)$. Aceste două tipuri de sticle au fost numite *flint* şi *crown*, adică *flintă* şi *coroană*, după mărcile lor englezeşti.

Pentru explicarea proprietăţilor dispersive ale mediilor optice în cadrul teoriei electromagnetice a luminii s-a folosit legea care leagă indicele de refracţie de constantele electromagnetice de material ε_r şi μ_r (permitivitatea electrică relativă, respectiv permeabilitatea magnetică relativă). Conform relaţiei (3. 1):

$$n = \frac{c}{v}, \text{ unde } c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \text{ şi } v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}, \qquad (3.8)$$

de unde rezultă:

$$n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \qquad (3.9)$$

Scanned with OKEN Scanner

Relaţia (3. 9) se numeşte *relaţia lui Maxwell*. Pentru medii nemagnetice, $\mu_r = 1$, această relaţie se reduce la forma:

$$n = \sqrt{\varepsilon_r} \qquad (3.\ 10)$$

şi permite obţinerea unor valori corecte pentru n, din valorile constantei dielectice ε_r pentru o serie de substanţe, dar nu pentru toate (de exemplu, în cazul apei, pentru care n=1,33, iar $\varepsilon_r = 80$).

Aceste discordanţe se datorează faptului că în teoria lui Maxwell nu s-a luat în consideraţie interacţiunea radiaţiei cu mediile reale care sunt dispersive, nu s-a ţinut seama de structura microscopică a mediilor străbătute de lumină.

S-a observat că în regiunile de dispersie anomală, substanţele prezintă o intensă absorbţie a luminii. Acest lucru se explică prin faptul că vectorul $\vec{E}$ - component al undei luminoase, interacţionează cu purtătorii de sarcină electrică (electronii legaţi) ce intră în componenţa substanţei respective, antrenându-i într-o mişcare oscilatorie.

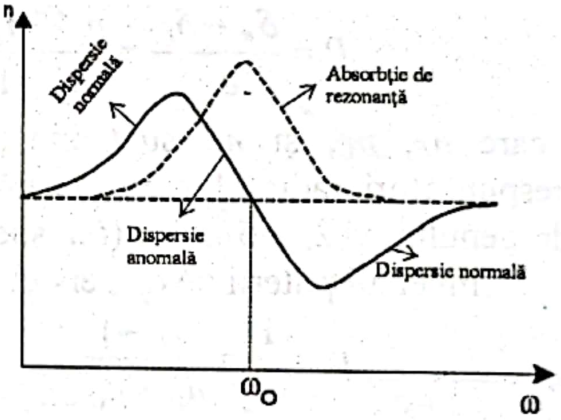


Figura 3. 4

Dispersia anomală apare în acele medii pentru care pulsaţia ω a oscilaţiei vectorului $\vec{E}$ este apropiată sau egală cu pulsaţia proprie ω_0 de oscilaţie a electronilor ($\omega \cong \omega_0$). În aceste condiţii, se vor obţine rezonanţe însoţite de absorbţie (figura 3. 4).

Fenomenul de dispersie a luminii se poate observa pe cerul înseninat brusc după ploaie când încă mai există picături de ploaie în atmosferă, sub forma *curcubeului*. În acest caz, în descompunerea luminii rolul prismei este preluat de picăturile de apă din atmosferă. Uneori se pot observa chiar două curcubee, cel interior fiind numit primar iar cel exterior secundar (figura 3. 5). Curcubeul interior, care este mai strălucitor, are culoarea roşie pe arcul exterior şi violetă pe arcul interior, iar la curcubeul secundar ordinea culorilor este

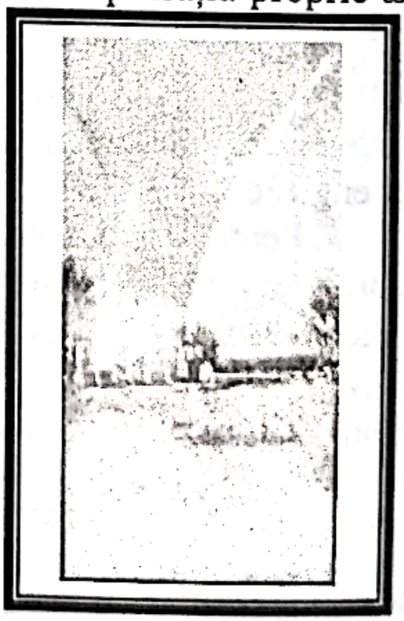


Figura 3. 5. Curcubeul

Scanned with OKEN Scanner

inversată. Explicați!

Tot fenomenul de dispersie contribuie la strălucirea neobișnuită a *diamantului*. Prin prelucrare, diamantului i se dă o anumită formă, cu numeroase fațete, așa cum se vede în figura 3. 6,a.

Atât forma cât și numărul fațetelor nu sunt arbitrare, ci totul este calculat în așa fel încât lumina, pătrunzând în diamantul șlefuit, nu-l traversează, ci înainte de a ieși din cristal, suferă reflexii totale pe numeroasele sale fațete, așa cum se vede în figura 3. 6, b.

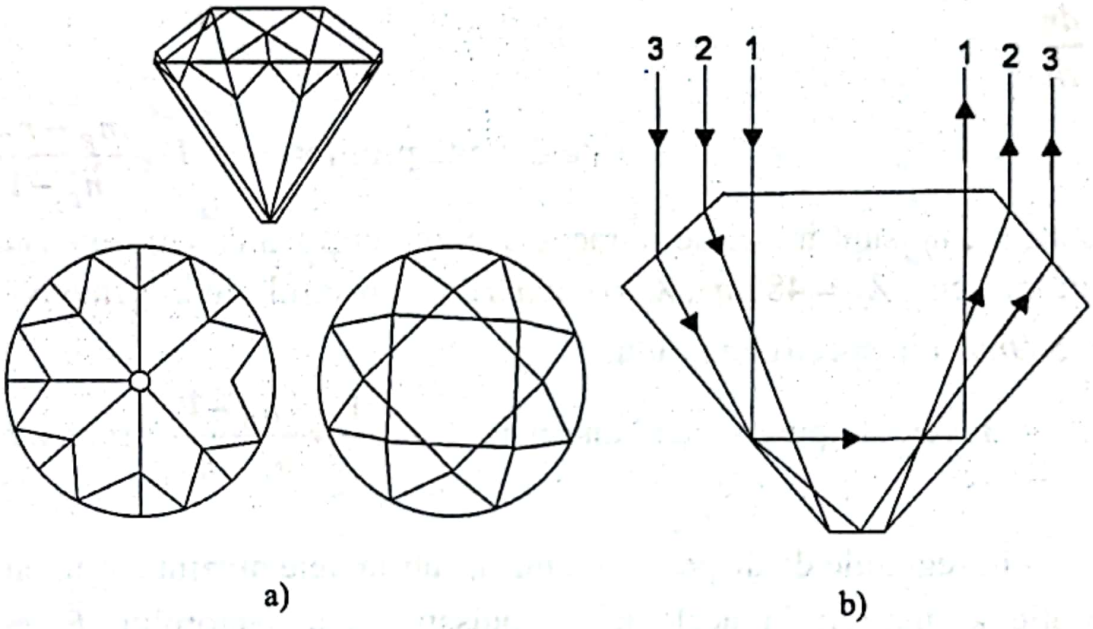


Figura 3. 6. Prelucrarea diamantului

Când lumina albă pătrunde într-un cristal de diamant, simultan cu fenomenul de refracție se produce și fenomenul de *dispersie*, apoi razele de lumină suferă multiple reflexii totale, impresionând ochiul după ieșirea lor din cristal.

Pentru ochi, aceste raze par că țâșnesc din cristal, conferindu-i acestuia strălucirea de neegalat, în culorile spectrale (ale curcubeului). Diamantul este considerat cea mai frumoasă dintre pietrele prețioase, tocmai datorită magnificului joc de lumini pe fațetele sale.

Scanned with OKEN Scanner

Concluzii:

- Dependenţa indicelui de refracţie de lungimea de undă se numeşte dispersie: $n=f(\lambda)$ sau $n=f(\upsilon)$

- Dispersia se numeşte *normală* dacă indicele de refracţie scade cu creşterea lungimii de undă şi *anomală* dacă indicele de refracţie creşte cu creşterea lungimii de undă.

- *Dispersia D a mediului* este definită prin mărimea care arată cât de repede variază indicele de refracţie, n, cu lungimea de undă λ; $D=\frac{dn}{dt}$.

- *Puterea de dispersie P* este definită prin formula $P=\frac{n_F-n_C}{n_D-1}$, unde n_F, n_C, n_D sunt indici de refracţie absoluţi ai prismei, corespunzător radiaţiilor cu $\lambda_F=486nm$, $\lambda_C=656nm$ din spectrul hidrogenului şi $\lambda_D=589nm$ din spectrul natriului.

- Inversul puterii de dispersie: $\upsilon=\frac{1}{P}=\frac{n_D-1}{n_F-n_C}$ reprezintă *coeficientul de dispersie* sau „numărul lui Abbe".

- În regiunile de dispersie anomală, substanţele prezintă o intensă absorbţie a luminii; în acele medii pulsaţia ω a vectorului $\vec{E}$ este apropiată sau egală cu pulsaţtia proprie ω_0 de oscilaţie a electronilor.

- Fenomenul de dispersie a luminii se poate observa sub forma curcubeului sau contribuind la strălucirea neobişnuită a diamantului.

3.2 Interferenţa luminii. Dispozitive interferenţiale

3.2.1. Coerenţa

Prin interferenţa luminii se înţelege compunerea (suprapunerea) în acelaşi loc a două sau mai multe unde (oscilaţii) luminoase coerente. Acest fenomen (ca şi difracţia şi polarizarea) scoate în evidenţă natura

Scanned with OKEN Scanner

ondulatorie, periodică a luminii şi de aceea, pentru explicarea ei vom considera unda luminoasă ca o undă periodică.

O proprietate a undei electromagnetice ce se propagă într-un mediu omogen şi izotrop este că transportă energie, iar în urma compunerii undelor, energia se redistribuie sub forma unei alternanţe de maxime şi minime de intensitate care se percep de către ochi sub forma unor franje luminoase alternând cu franje întunecoase.

Vom defini o intensitate a câmpului electromagnetic luminos, o mărime proporţională cu energia conţinută în unitatea de volum a câmpului electromagnetic, deci cu densitatea de volum w de energie radiantă:

$$w = \frac{\Delta W}{\Delta V}$$

unde ΔW este energia undei electromagnetice în elementul de volum ΔV (foarte mic) din jurul punctului considerat. Această intensitate este proporţională cu pătratul amplitudinii oscilaţiei. În medii omogene şi izotrope:

$$w = \varepsilon \cdot E^2$$

unde E este intensitatea câmpului electric din unda electromagnetică.

Deoarece dintre cele două componente – electrică şi magnetică – ale undei electromagnetice, efectul componentei magnetice este nesemnificativ *asupra senzaţiei luminoase*, se va considera exclusiv influenţa componentei electrice, $\vec{E}$.

În optică, izvorul de lumină este atomul care emite o serie de vibraţii, circa 10^7 vibraţii, sub forma unui tren de unde timp de aproximativ $10^{-8}s$. Vom considera drept izvoare (surse) de lumină S_1 şi S_2, doi atomi, care emit unde de aceeaşi frecvenţă, υ, de amplitudini E_{10} şi E_{20}, paralele, cu o diferenţă de fază iniţială φ_0.

Dacă până la un punct P dat din spaţiu (figura 3. 7), aceste unde străbat drumurile r_1 şi r_2, elongaţiile lor în acel punct vor fi:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{10}\sin(\omega t - k r_1) \\ E_2 &= E_{20}\sin(\omega t - k r_2 + \varphi_0) \end{aligned} \qquad (3.\,11)$$

Scanned with OKEN Scanner

$$E_0^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20}\cos\left[k(r_1 - r_2) + \varphi_0\right] \qquad (3.\ 12)$$

unde $r_1 - r_2 = \delta$ se numeşte *diferenţă de drum*.

Prin urmare, intensităţile de vibraţie ale celor două unde luminoase în punctul dat vor fi $I_1 \approx E_{10}^2$ şi $I_2 \approx E_{20}^2$, iar intensitatea rezultantă, $I \approx E_0^2$. Folosind relaţia (3. 12) vom avea:

$$I_P = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda} + \varphi_0\right) \qquad (3.\ 13)$$

În relaţia (3. 13), $\frac{2\pi\delta}{\lambda} + \varphi_0 = \Delta\varphi$ reprezintă diferenţa de fază a celor două unde. Se pot ivi două cazuri:

1) Diferenţa de fază iniţială φ_0 nu rămâne aceeaşi în timpul observaţiei sau înregistrării suprapunerii undelor. Sursele care nu păstrează o diferenţă de fază constantă în timp între vibraţiile lor se numesc *surse necoerente*. Acesta este cazul frecvent, în care cele două surse sunt formate dintr-un număr mare de atomi excitaţi, care emit independent unul de altul. Fiecare act de emisie luminoasă de către atom durează foarte puţin ($\cong 10^{-8}$s) şi el este reluat de fiecare dată cu o altă diferenţă de fază iniţială. Acelaşi lucru se poate spune şi în cazul când izvoarele îşi schimbă foarte mult şi des poziţia lor, deci $\delta = r_1 - r_2$ variază rapid în timp ce atrage după sine o variaţie rapidă a diferenţei de fază $\Delta\varphi$.

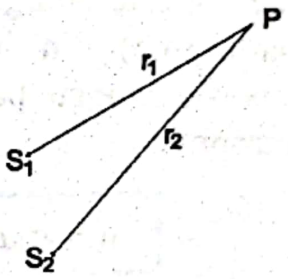


Figura 3. 7.

În felul acesta, $\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda} + \varphi_0\right)$ ia, în timpul observaţiei, un mare număr de valori distribuite practic egal între -1 şi +1, astfel că valoarea sa medie devine zero. Intensitatea vibraţiei luminoase va fi:

$$I_p = I_1 + I_2 \qquad (3.\ 14)$$

Scanned with OKEN Scanner

adică o sumă a intensităţilor undelor componente în orice punct, ceea ce duce la o iluminare uniformă a unui ecran aşezat în câmpul de interferenţă.

2) *dacă diferenţa de fază* $\Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} + \varphi_0$ *este constantă în timp, sursele luminoase se numesc surse coerente.* Aceasta se întâmplă dacă poziţia geometrică a surselor S_1 şi S_2 şi a punctului P este fixă şi de asemenea, dacă diferenţa de fază iniţială φ_0 este constantă în timp.

Termenul $2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda} + \varphi_0\right)$ din relaţia (3. 13) se numeşte *termen de interferenţă* şi putem concluziona: *Condiţia necesară şi suficientă pentru ca două unde să interfere într-un anumit loc din spaţiu este ca termenul de interferenţă să nu se anuleze.*

Deoarece emisia de radiaţie a atomilor (sau moleculelor) durează foarte puţin ($\sim 10^{-8}$s), putem considera vibraţiile ca fiind emise în fază doar pe acest interval de timp. Trenul (grupul) de unde emise în acest interval de timp va avea o extindere spaţială de:

$\Delta r = c \cdot \Delta t \cong 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-8} = 3\text{m}$, distanţă care se numeşte *lungime de coerenţă.*

Dacă încercăm să obţinem interferenţa cu unde a căror diferenţă de drum creşte treptat până la câţiva metri, vedem cum treptat figura de interferenţă se şterge, fiind înlocuită de o iluminare continuă. Avem rezultatul exprimat prin lungimea de coerenţă: diferenţa de drum foarte mare a condus la suprapunerea undelor care nu mai fac parte din acelaşi grup de unde şi deci sunt necoerente; figura de interferenţă se schimbă foarte rapid, încât în medie observăm o iluminare continuă. Pe de altă parte, o sursă de lumină reprezintă o colecţie mare de centre de unde care acţionează independent. Cum nu putem realiza o sursă de lumină punctiformă, undele emise de diversele centre, cu toate că au aceeaşi frecvenţă, vor avea faze iniţiale diferite şi deci, figura de interferenţă se şterge.

Din această cauză, *o sursă cu cât este mai punctiformă, cu atât va emite radiaţii mai coerente.*

Spre deosebire de cazul luminii, în acustică sau în radiotehnică sursele sunt practic coerente şi de aceea fenomenele de interferenţă pot fi mai uşor observate sau utilizate.

Scanned with OKEN Scanner

În concluzie, *pentru a obține o figură de interferență trebuie ca undele luminoase să aibă aceeași frecvență și o diferență de fază constantă în timp, adică sa fie coerente.*

În acest caz, energia undelor se redistribuie sub forma unor franje luminoase în alternanță cu franje întunecoase.

3.2.2. Realizarea undelor coerente în optică

Fenomenul de interferență a radiațiilor luminoase a fost descoperit și studiat încă din 1802 de către Thomas Young, iar metoda obținerii de unde coerente a fost dată de către Fresnel și care constă în: din fluxul luminos emis de o undă monocromatică se separă spațial printr-un procedeu oarecare, două fascicule de lumină care ulterior se unesc din nou după ce parcurg drumuri diferite. Cele două fascicule provenind de la aceeași sursă și conținând în mod identic toate undele elementare emise de atomii sursei monocromatice sunt coerente.

3.2.3. Dispozitive de intereferență nelocalizată

3. 2. 3. 1. Dispozitivul Young

Thomas Young, în 1902 a realizat un dispozitiv pentru obținerea de unde luminoase coerente.

Se luminează ecranul E_1 prevăzut cu două fante fine și apropiate S_1 și S_2 (figura 3. 8), cu ajutorul unei surse de lumină monocromatică S (un filament drept subțire și

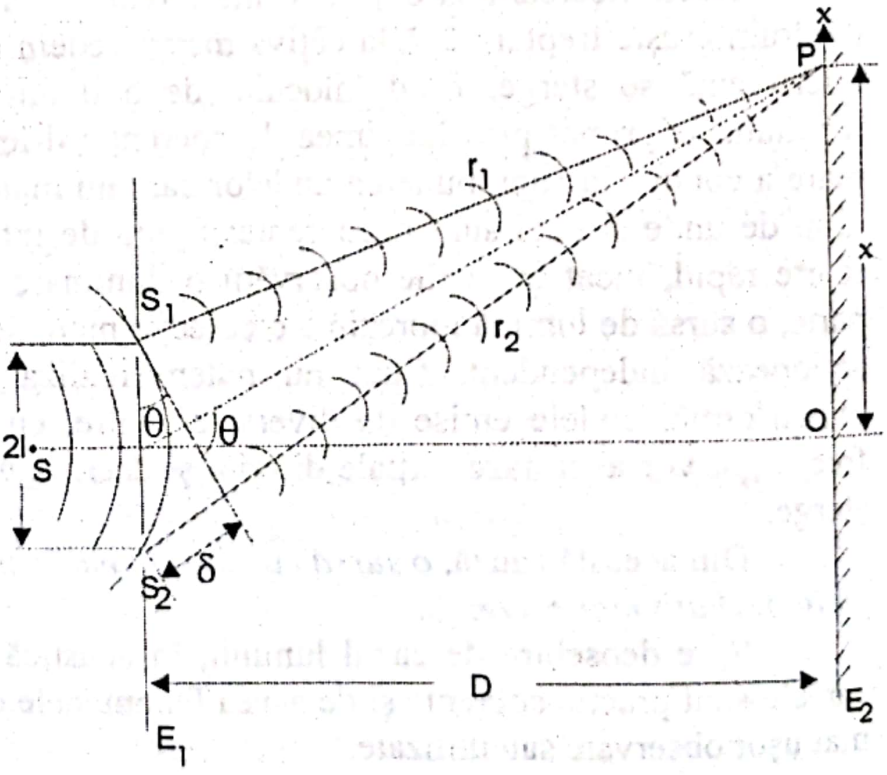


Fig. 3.8. Dispozitivul Yong

Scanned with OKEN Scanner

incandescent prevăzut cu un filtru optic care lasă să treacă numai radiații de o anumită lungime de undă).

Fiecare undă emisă de sursa S atinge simultan cele două fante S_1 și S_2 din ecranul E_1. Acestea devin – conform principiului lui Huygens – noi surse de unde elementare care se suprapun în spațiu. Astfel, obținem două fascicule care, provenind dintr-un același front de undă, sunt coerente între ele. Pe un ecran E_2 paralel cu E_1 se obține fenomenul de interferență sub formă de franje alternativ luminoase și întunecoase, franjele luminoase având aceeași culoare cu lumina monocromatică emisă de sursa S.

Studiul franjelor

Vom nota cu $2l$ distanța dintre sursele S_1 și S_2, adică distanța dintre cele două fante (figura 3. 8), cu r_1 și r_2 distențele dintre surse și un punct oarecare P de pe ecran. Fie D distanța dintre planul surselor și ecran și x=OP distanța dintre punctul P și axa de simetrie orizontală a dispozitivului.

Dat fiind că oscilațiile lui S_1 și S_2 sunt produse de aceeași undă incidentă ele vor avea aceeași amplitudine, $E_{10} = E_{20} = E_0$ (acest lucru neafectând rezultatul din punct de vedere calitativ) și în același timp sunt în fază (φ_0 = const. = 0). De aceea, pe ecranul E_2 va apare o figură de interferență cu minime nule.

Dacă sursele S_1 și S_2 oscilează după legea

$$E = E_0 \sin \omega t$$

atunci ecuațiile celor două unde în punctul P vor fi:

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t - k r_1)$$

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t - k r_2)$$

iar elongația rezultantă (intensitatea câmpului electric) în punctul P va fi, conform principiului superpoziției:

$$E_p = E_1 + E_2 = E_0 [\sin(\omega t - k r_1) + \sin(\omega t - k r_2)].$$

Transformând suma din paranteză într-un produs se obține:

Scanned with OKEN Scanner

$$E_p = 2E_0 \cos\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\sin\left(\omega t - \frac{k(r_2 + r_1)}{2}\right),$$ unde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ şi $r_1 - r_2 = \delta$. Amplitudinea undei (câmpului) rezultante va fi:

$$A = 2E_0 \cos\frac{\pi\delta}{\lambda}$$

iar intensitatea luminoasă în punctul P va fi:

$$I \cong A^2 = 4E_0^2 \cos^2\frac{\pi\delta}{\lambda} = I_{max}\cos^2\frac{\pi\delta}{\lambda} \qquad (3.15)$$

Intensitatea luminoasă va fi *maximă* în punctul P, în cazul în care $\cos^2\frac{\pi\delta}{\lambda} = 1$, adică $\frac{\pi\delta}{\lambda} = k\pi$, unde δ este diferenţa de drum cu care ajung undele în P. Înseamnă că:

$$\delta = k\lambda = 2k\frac{\lambda}{2} \qquad (3.16)$$

şi atunci, în P se obţine un *maxim de interferenţă* sau o *franje luminoasă* (interferenţă constructivă), unde k este un număr întreg $(0; \pm 1; \pm 2; ...)$.

Intensitatea luminoasă va fi *minimă* în punctul P în cazul în care $\cos^2\frac{\pi\delta}{\lambda} = 0$, adică $\frac{\pi\delta}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$. Rezultă că:

$$\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (3.17)$$

şi atunci, în P se obţine minim de interferenţă sau o franje întunecoasă (interferenţă distructivă).

Distanţa x şi intervalul $2l$ dintre sursele coerente S_1 şi S_2 sunt foarte mici faţă de distanţa D dintre planul surselor şi ecranul E_2 şi atunci, cu bună aproximaţie, se poate scrie pentru unghiuri θ foarte mici: (vezi fig. 38)

$$\text{tg}\theta = \frac{x}{D} \cong \theta \text{ şi } \sin\theta = \frac{\delta}{2l} \cong \theta, \text{ de unde rezultă:}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\frac{x}{D}=\frac{\delta}{2l} \qquad (3.\ 18)$$

Dacă notăm cu x_k valoarea lui x (a coordonatei pe axa Ox), în punctul unde intensitatea este maximă (de ordinul k), adică unde este satisfăcută condiţia $\delta = r_2 - r_1 = k\lambda$, relaţia scrisă mai înainte devine:

$$\delta=\frac{2l\cdot x_k}{D}=k\lambda, \text{ de unde } \quad x_k^{max}=\frac{kD\lambda}{2l} \qquad (3.\ 19)$$

Pentru un ordin de interferenţă imediat superior k+1, relaţia (3. 19) devine $x_{k+1}=\frac{(k+1)D\lambda}{2l}$.

Acum se poate defini *interfranja* ca fiind distanţa dintre două maxime (sau două minime) consecutive şi se notează cu *i*.

$$i=x_{k+1}-x_k=\frac{\lambda D}{2l} \qquad (3.\ 20)$$

Din relaţia (3. 20), se observă că în cazul dispozitivului Young, interfranja nu depinde de x, deci este o constantă, ceea ce înseamnă că franjele sunt echidistante pe ecranul E_2.

Relaţia (3. 20) poate servi la determinarea lungimii de undă. Cu ajutorul trusei de optică din liceu se pune în evidenţă fenomenul de interferenţă şi se măsoară distanţa $2l$ între sursele coerente, distanţa D şi interfranja i şi din relaţia (3. 20) se calculează λ cu expresia:

$$\lambda=\frac{2l\cdot i}{D} \qquad (3.\ 21)$$

Toate maximele de interferenţă au aceeaşi intensitate luminoasă:

$$I=I_{max}\cos^2\frac{\pi}{\lambda}\delta=I_{max}\cos^2\pi\frac{x}{i} \qquad (3.\ 22)$$

relaţie ce rezultă folosind (3. 18) şi (3. 21). Intensitatea luminoasă I în funcţie de distanţa x, este redată în graficul din figura 3. 9. Se observă că o imagine de interferenţă apare ca o succesiune de maxime şi

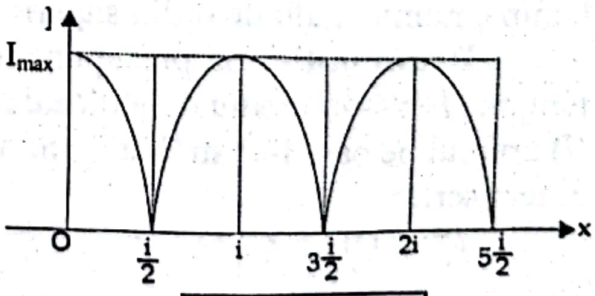


Figura 3. 9

Scanned with OKEN Scanner

minime de intensitate alternante.

Din relația (3. 20) se observă că interfranja i poate fi mai mare sau mai mică, după cum ecranul E_2 se află la o distanță mai mare sau mai mică de ecranul E_1. Regiunea din spațiu în care are loc interferența este destul de mare, franjele formându-se pe ecran pentru orice poziție a lui în această regiune. Deci, *dispozitivul Young ca de altfel orice alt dispozitiv cu două fascicule coerente a cărui schemă se reduce la cea din figura 3. 8 formează franje nelocalizate.*

În general, interferența este nelocalizată dacă izvoarele coerente sunt punctiforme sau filiforme.

3. 2. 3. 2. Interferența în lumină albă

Dacă sursa de lumină S, care luminează cele două fante ale dispozitivului Young nu este monocromatică, ci este o sursă de lumină albă (compusă), atunci fenomenul este mai complicat. În centrul ecranului E_2, pe mediatoarea segmentului S_1S_2 se va obține totdeauna o franjă luminoasă – lumină albă, deoarece diferența de drum δ dintre cele două fascicule este zero pentru toate radiațiile componente ale luminii albe. Pentru celelalte franje, dacă ținem seama de expresia lui x_k din relația (3. 19), rezultă că vom obține franje de interferență colorate, radiațiile cu lungimea de undă mai mică (violet) vor forma franje mai apropiate, iar cele cu lungimi de undă mai mari (roșu) vor forma franje mai depărtate de franja centrală:

$$x_{k_{violet}} = \frac{kD\lambda_{violet}}{2l}; \quad x_{k_{rosu}} = \frac{kD\lambda_{rosu}}{2l}.$$

Se va obține un sistem de franje luminoase colorate având marginile dinspre franja centrală (de ordin zero) colorate în violet, cele extreme în roșu. La un ordin de interferență mai mare de zece, au loc suprapuneri de maxime de ordine diferite pentru radiații diferite și franjele apar estompate, deci pentru ordine superioare obținându-se o lumină, numită „alb de ordin superior".

Drum optic. Să presupunem că într-un timp t lumina străbate o lungime l într-un mediu de indice de refracție n, cu viteza v. Vom nota cu (l) drumul pe care l-ar străbate lumina în același timp t în vid, cu viteza c. putem scrie:

$$l=vt;\ (l)=c.\ t. \qquad (3.\ 23)$$

Eliminând pe t, obținem: $(l) = \frac{c}{v} l$;

Scanned with OKEN Scanner

Dar $\frac{c}{v} = n$ şi deci: $(l)=nl$ (3. 24)

Prin definiţie, drumul geometric pe care l-ar străbate lumina în vid în acelaşi timp în care ea parcurge o distanţă l într-un mediu dat, se numeşte drum optic, (l). El este numeric egal cu produsul dintre drumul geometric prin mediul respectiv şi indicele de refracţie al acelui mediu aşa cum arată relaţia (3. 24).

Deci, dacă în dispozitivul lui Young spaţiul dintre planul fantelor şi ecran ar fi un mediu transparent de indice de refracţie n, atunci diferenţa de drum optic ar fi $n(r_2 - r_1)$. În acest caz, *condiţia de maxim sau minim va fi:*

$$n(r_2 - r_1) = 2k\frac{\lambda}{2},$$

respectiv

$$n(r_2 - r_1) = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

Probleme rezolvate

1. Un dispozitiv Young este iluminat cu o radiaţie monocromatică cu lungimea de undă λ=0,500 μm, având distanţa între fante $2l$=2mm. Pe ecranul de obţinere a franjelor se găseşte interfranja a fi i=1mm. Determinaţi distanţa D dintre planul fantelor şi ecranul de observare a franjelor, precum şi valoarea interfranjei i', când distanţa dintre planul fantelor şi ecran scade cu d=160 cm.

Rezolvare:

Distanţa D se află folosind relaţia (3. 20)

$$i = \frac{\lambda D}{2l} \Rightarrow D = \frac{i \cdot 2l}{\lambda} = 4m,$$ la fel:

$$i' = \frac{\lambda(D-d)}{2l} = 0{,}6mm.$$

Scanned with OKEN Scanner

2. Fie un dispozitiv Young cu D=1m şi 2l=0,6mm. Ce se întâmplă cu sistemul de franje de pe ecran dacă se introduce în faţa uneia din fante o lamă transparentă cu grosimea e=0,012mm şi indice de refracţie n=1,5?

Drumul optic al razei 1 devine $(r_1)=r_1+e(n-1)$ şi $\delta'=r_2-(r_1)=(r_2-r_1)-e(n-1)$; (figura 3. 10). Din condiţia de maxim:

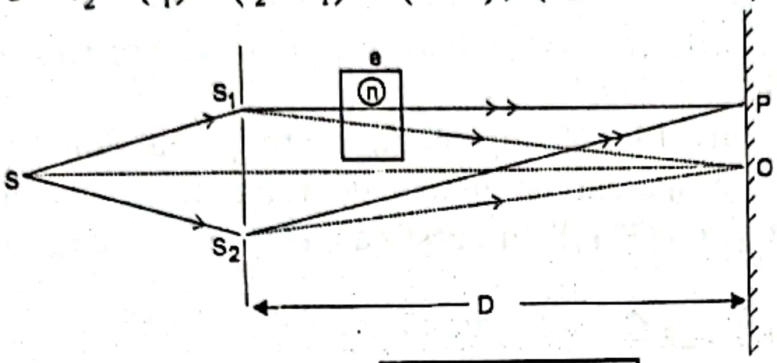


Figura 3. 10

$\delta'=k\lambda$ rezultă noile poziţii ale maximelor: $x_k^{'max}=eD\frac{n-1}{2l}+\frac{k\lambda D}{2l}$; deci sistemul de franje se deplasează pe ecran cu $\Delta x=x_k^{'min}-x_k^{max}=eD\frac{n-1}{2l}=\frac{ie(n-1)}{\lambda}$ spre fanta cu lamă; interfranja nu se modifică (Δx nu depinde de k).

3. O sursă monocromatică S luminează două fante S_1 şi S_2, paralele, aflate la distanţa 2l=3mm una de alta şi la distanţa d=50cm de sursa S. Sursa este pe perpendiculara la planul ce conţine cele două fante S_1 şi S_2 şi echidistantă în raport cu acestea.

Pe un ecran E paralel cu fantele S_1 şi S_2 şi la distanţa D=3m de planul acestora se observă sistemul de franje de interferenţă (dispozitivul Young).

a) Între franja a 6–a luminoasă, situată de o parte a franjei centrale şi franja a 6–a luminoasă, situată de cealaltă parte a franjei centrale, distanţa pe ecranul E este y=7,2mm. Care este lungimea de undă a luminii folosite?

b) Se deplasează sursa S în sus faţă de axa de simetrie a dispozitivului, cu z=5mm, paralel la planul fantelor S_1S_2 (figura 3. 11, a). În ce sens se deplasează franja centrală şi pe ce distanţă x'?

Scanned with OKEN Scanner

c) Menţinând dispozitivul în condiţiile de la punctul b), readucem franja centrală în poziţia iniţială O, aşezând în drumul fasciculului care străbate fanta S_1, o lamă cu feţe plan – paralele de indice de refracţie n=1,5 (figura 3. 11, b). Care este grosimea lamei?

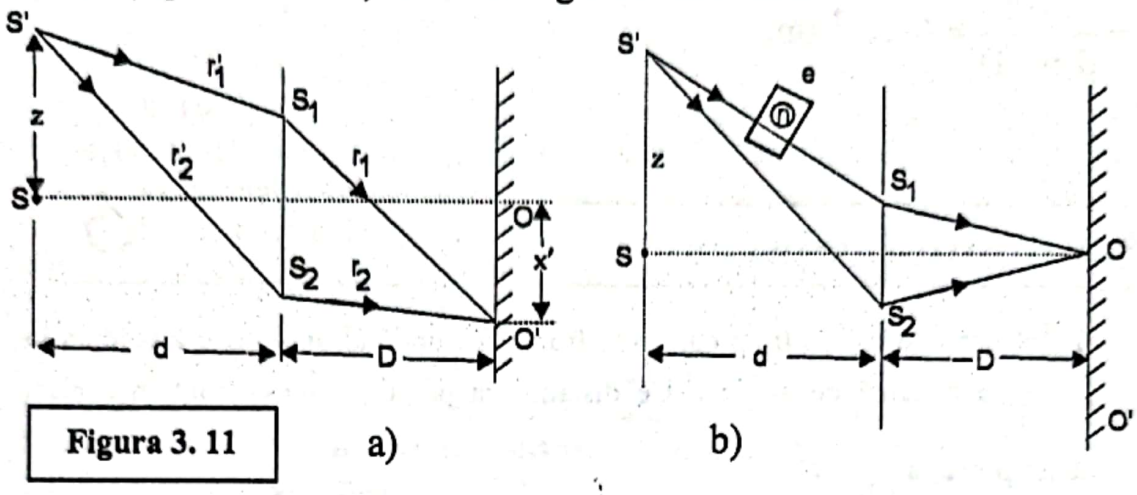


Figura 3. 11

Rezolvare:

a) $i = \frac{y}{12} = \frac{7,2}{12} = 0,6mm$

$$\lambda = \frac{2l \cdot i}{D} = \frac{3 \cdot 0,6}{3 \cdot 10^3} = 6 \cdot 10^{-4} mm$$

b) Între razele de lumină emise de sursa S există o diferenţă de drum înainte ca ele să ajungă la fantele Young (figura 3. 10, a):

$\delta' = \Delta r' = r_2' - r_1' = \frac{2lz}{d}$ - se calculează la fel ca $\delta = \Delta r$ din (3. 18).

Din condiţia de maxim pentru diferenţa totală de drum:

$\delta_t = \frac{2l \cdot z}{d} + \frac{2l \cdot x}{D} = k\lambda$, rezultă noile poziţii ale maximelor:

$x_k^{'max} = \frac{k\lambda D}{2l} - \frac{zD}{d}$; deci sistemul de franje se deplasează pe eccran cu $\Delta x = x_k^{'max} - x_k^{max} = -\frac{zD}{d}$, adică în *sens contrar* faţă de deplasarea transversală a sursei S.

Se observă că interfranja nu se modifică (Δx nu depinde de k).

Franja centrală s-a deplasat pe distanţa:

$$x' = \frac{zD}{d} = \frac{5 \cdot 3000}{500} = 30mm = 3cm$$

c) Pentru a readuce franja centrală din O' în O (figura 3. 13, b) trebuie ca:

Scanned with OKEN Scanner

7. Se realizează interferența cu ajutorul dispozitivului Young. Sursa de lumină emite două radiații având λ_1=648*nm*, *și* λ_2. Pe ecranul de observare se constată că prima coincidență între cele două sisteme de franje suprapuse, provenind de la cele două radiații, se produce pentru a 5-a franjă luminoasă a lui λ_1 și a 6-a franjă luminoasă a lui λ_2. Ce valoare are λ_2?

R: 540*nm*.

8. La un dispozitiv Young se cunosc dimensiunile $2l$=1*mm* și D=75*cm*. Pe o distanță d=5,625*mm* s-au numărat N=10 franje de interferență. Se cer:

a) interfranja și lungimea de undă a radiației folosite

b) indicele de refracție al unui lichid transparent care umple spațiul dintre surse și ecran, știind că în acest caz interfranja este i_1=421,9μm.

R: 562,5 μm; 750*nm*; 1,33.

9. Intr-un dispozitiv Young, o radiație monocromatică cu lungimea de undă λ_1=500*nm* produce o figură de interferență cu interfranja i_1=1*mm*. În același dispozitiv, figura de interferență produsă de o altă radiație monocromatică are primul maxim la o distanță x =1,2*mm* de franja centrală. Se cer:

a) lungimea λ_2 a luminii emise de a doua sursă

b) diferența $\Delta\upsilon$ dintre frecvențele celor două radiații

c) distanța minimă x_{min} (față de franja centrală) la care se suprapun maximele celor două radiații la trecerea lor simultană prin dispozitivul interferențial.

R: 600*nm*; 10^{14}*Hz*; 6*mm*.

10. Se consideră un dispozitiv Young având dimensiunile $2l$=3,3*mm*, D=3*m* și lungimea de undă a radiației monocromatice utilizate λ=550*m*. Să se determine:

a) valoarea interfranjei i_o când radiațiile se propagă în aer (n_o=1) și i_a când radiațiile se propagă în apă (n_a=1,33);

b) valoarea deplasării franjelor în cazul când în drumul radiației provenite de la una din fante se introduce o lamă transparentă cu fețe plan-paralele, de grosime e =10μm și indice de refracție n=1,5 dacă radiațiile se propagă în aer.

R: i_o=0,5*mm*; $i_a \cong$ 0,38*mm*; Δx =4,55*mm*.

11. Un dispozitiv Young este iluminat cu o radiație monocromatică (λ=700*nm*). În fața unei fante se introduce o lamă de sticlă (n=1,5), care produce deplasarea maximului central în poziția în care inițial era cel de-al patrulea minim. Care este grosimea „e" a lamei?

R: 4,9 μm.

12. Două fante S_1 și S_2 aflate la distanța $2l$=0,7*mm* una de alta sunt iluminate de o sursă monocromatică S aflată la distanța d=0,3*m* pe axa de simetrie a sistemului, de planul fantelor. Franjele de interferență se obțin pe un ecran aflat la distanța D=1*m* de planul fantelor. Se cer:

a) lungimea de undă a luminii folosite, dacă distanța dintre 5 franje luminoase este de 3 *mm*;

b) se deplasează sursa S cu Δd=1,2*mm* paralel cu planul fantelor. Care este deplasarea Δx a franjei centrale?

R: 420*mm*; 4*mm*.

Scanned with OKEN Scanner

13. În figura 3. 12, S este o fantă îngustă, luminată cu o radiație monocromatică, având lungimea de undă λ=0,589μm. 1 și 2 sunt două tuburi identice, de lungime l=10cm fiecare, P este un paravan opac, în care sunt practicate două fante, iar E este ecranul pe care se observă figura de interferență. Inițial, tuburile sunt umplute cu aer. Dacă umplem tubul 1 cu amoniac, imaginea de interferență se deplasează în sus cu N=17 franje. Dacă indicele de refracție al aerului este n=1,000277, calculați indicele de refracție n' al amoniacului.

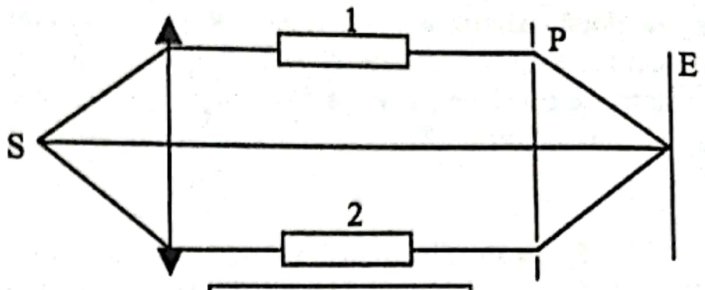


Figura 3. 12

R: 1,000377

14. Un dispozitiv Young este construit având distanța d între sursa S și paravanul cu fantele S_1 și S_2, d=50cm și distanța între paravan și ecran D=5m. Pentru ca franja centrală să se deplaseze în sus cu x = 5cm, aflați cu cât trebuie deplasată sursa S paralel cu planul fantelor.

R: 5mm, în sens opus.

15. Un dispozitiv Young este iluminat cu lumină monocromatică. Între fanta S_1 și ecran se introduce o lamă plan – paralelă, având transmitanța T=0,36. Se cere raportul dintre intensitatea maximă și minimă corespunzătoare franjelor luminoase, respectiv întunecate: I_{max}/I_{min}.(în acest caz minimele nu sunt nule).

R: 16.

3.2.3 Interferența localizată

3. 2. 3. 1. Interferența luminii printr-o lamă cu fețe plan-paralele

Un fascicul de lumină monocromatică mai poate fi divizat cu una sau mai multe suprafețe reflectătoare, de pe care o parte din lumină se reflectă, iar altă parte se transmite.

În natură se pot observa adeseori fenomene de interferență, folosind drept izvor de lumină, lumina zilei. Un asemenea tip de interferență are loc la iluminarea unei pelicule transparente, subțiri, când descompunerea undei luminoase necesară pentru realizarea fasciculelor coerente se obține prin reflexia luminii pe fața superioară și pe cea inferioară a peliculei. Deci, lumina folosită fiind lumina albă (compusă), pelicula subțire apare colorată.

Scanned with OKEN Scanner

Acest fenomen, cunoscut sub numele de *culorile lamelor subțiri*, se observă ușor la petele de ulei sau de petrol care apar pe suprafața apei de pe străzi sau la peliculele balonașelor de săpun, etc.

Vom considera o lamă cu fețe plan-paralele (figura 3. 13) confecționată dintr-un material transparent cu indicele de refracție n care se găsește în aer (n=1).

Raza (1) este incidentă în punctul A, unde o parte se reflectă devenind raza (2), iar restul se refractă pe direcția AB. În B, pe fața inferioară și în C, pe cea superioară, considerăm partea reflectată, respectiv pe cea refractată și se obțin razele (2) și (3) care sunt paralele, coerente și au străbătut drumuri diferite. În planul focal al lentilei L se va obține un sistem de franje de interferență produse prin suprapunerea razelor (2) și (3).

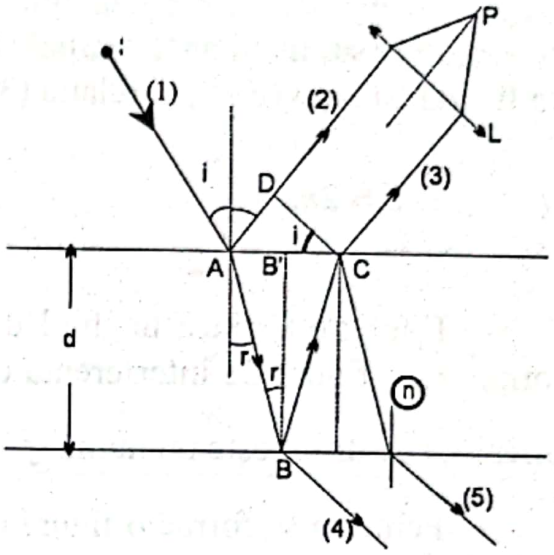


Figura 3. 13 Interefența prin lama cu fețe plan-paralele

În lipsa lentilei, razele (2) și (3) care sunt paralele și provin din aceeași rază incidentă (1), vor interfera la infinit, adică se obțin franje de interferență *localizate la infinit*. Aceste franje de interferență pot fi observate cu ochiul acomodat pentru infinit (la distanță mare), sau se pot localiza cu ajutorul lentilei L în planul focal al ei.

Din figura (3. 13 se vede că diferența de drum optic dintre cele două raze care interferă în punctul P din planul focal al lentilei L este:

$$\delta = n(AB+BC)-\left(AD-\frac{\lambda}{2}\right) \qquad (3.25)$$

în care n este indicele de refracție al materialului din care este confecționată lama, AD este distanța de la punctul de incidență A la perpendiculara dusă din C la AD, iar $\frac{\lambda}{2}$ apare datorită saltului de fază (π) suferit de vectorul electric al razei la reflexia pe suprafața de separație cu un mediu mai refringent ca și în cazul reflexiei undelor mecanice pe un mediu mai dens.

Se observă în figura 3. 13 că $AB = BC = \frac{d}{\cos r}$

iar $AD=AC \sin i$, unde $AC=2AB'=2d \operatorname{tg} r$.

Scanned with OKEN Scanner

Utilizând şi legea refracţiei sin $i = n\sin r$, relaţia (3. 25) devine:

$$\delta = 2nd\cos r + \frac{\lambda}{2} \qquad (3.\ 26)$$

În cazul incidenţei normale (i=0), rezultă că şi unghiul de refracţie va fi egal cu zero (r=0), şi relaţia (3. 26) devine:

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} \qquad (3.\ 27)$$

Dacă nu variază unghiul de incidenţă sau grosimea lamei nu se formează o figură de interferenţă ci un maxim sau un minim, după cum diferenţa de drum este un număr par sau impar de $\frac{\lambda}{2}$.

Pentru a se forma o figură de interferenţă trebuie să se varieze fie unghiul de incidenţă, fie grosimea lamei.

Prin *variaţia unghiului de incidenţă* şi implicit a unghiului de refracţie r se obţin *franje de egală înclinare* şi prezintă o simetrie circulară (inelele lui Heidelberg).

Prin *variaţia grosimii* lamei se obţin franje de interferenţă (de egală grosime) localizate pe suprafaţa lamei. Se observă astfel de interferenţă pe suprafaţa geamurilor, pe peliculele de grăsime sau pe suprafaţa lacurilor.

Iluminate cu lumină albă, acestea apar colorate. Culorile ce apar pe suprafaţa lamei corespund maximelor de un anumit ordin, ce se formează pentru toate radiaţiile din spectrul vizibil, la diferite grosimi.

3. 2. 3. 2. Interferenţa luminii printr-o pană optică

Dacă cele două suprafeţe plane ce delimitează lama subţire fac un unghi α mic între ele se obţine o pană optică (figura 3. 14).

Fie n indicele de refracţie al mediului din care este formată pana, α unghiul penei, SA raza incidentă şi razele coerente AC şi BD. Punctul de localizare al franjei ce corespunde razei incidente SA va fi în M, la intersecţia prelungirilor razelor AC şi BD. Toate punctele de localizare a franjelor provenite de la raze incidente paralele cu SA se vor afla într-un plan P ce trece prin vârful penei O (figura 3. 14).

Scanned with OKEN Scanner

Dacă fasciculul incident este perpendicular pe faţa superioară a penei (figura 3. 15), planul de localizare al franjelor se va afla pe suprafaţa inferioară a penei. Din acest motiv, se spune că franjele sunt localizate pe lamă. Franjele formate vor corespunde diferenţei de drum optic determinată de diferitele grosimi ale penei (franje de egală grosime). Ele sunt franje drepte, peralele între ele şi cu muchia penei şi echidistante.

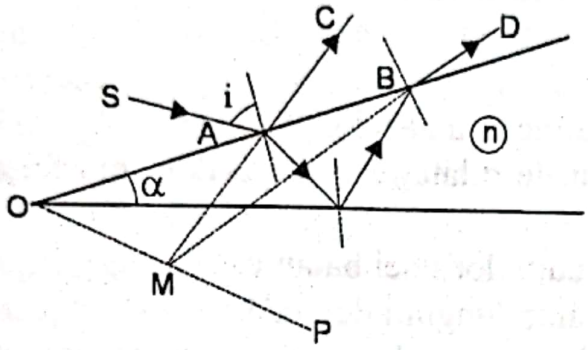


Figura 3. 14 Intereferenţa prin pană optică

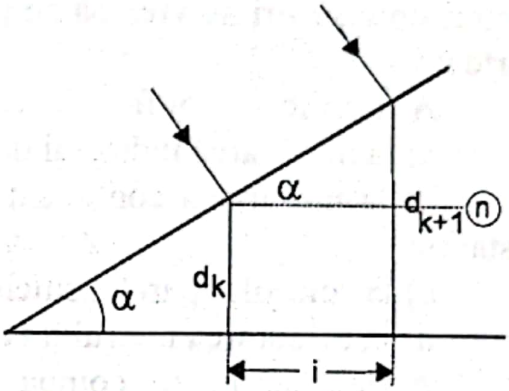


Figura 3. 15 Fasciculul incident este perpendicular pe faţa superioară a lamei

La incidenţă normală, interfranja i se calculează astfel: fie d_k o grosime a penei pentru care se formează maximul de ordinul k. Din relaţia (3. 27) se obţine:

$$2nd_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \text{ de unde } d_k = \frac{k\lambda - \frac{\lambda}{2}}{2n},$$

iar pentru maximul următor, de ordin k+1:

$$2nd_{k+1} + \frac{\lambda}{2} = (k+1)\lambda, \text{ de unde } d_{k+1} = \frac{(k+1)\lambda - \frac{\lambda}{2}}{2n}$$

Rezultă:

$$d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n}; \quad \text{Din figură se obţine:}$$

$$d_{k+1} - d_k = i \cdot tg\alpha \cong i \cdot \alpha \text{ (pentru unghiuri mici ale penei).}$$

Deci:

$$i \cdot \alpha = \frac{\lambda}{2n} \Rightarrow \qquad i = \frac{\lambda}{2\alpha n} \qquad (3.\ 28)$$

Scanned with OKEN Scanner

3. 2. 3. 3. Aplicații ale interferenței

Fenomenele de interferența luminii sunt de o mare sensibilitate din cauza lungimii de undă foarte mici a radiațiilor luminoase. O variație de $\frac{\lambda}{2}$ a diferenței de drum schimbă total aspectul câmpului de interferență. Din această cauză, se face apel la fenomenele de interferența luminii de câte ori se vrea să se pună în evidență deplasări sau grosimi foarte mici.

Alte aplicații pot fi:

a) la măsurarea indicelui de refracție a gazelor

b) la măsurarea coeficientului de dilatație a corpurilor amorfe și cristaline

c) la controlul paralelismelor cuțitelor unei balanțe

d) la măsurarea metrului etalon în lungimi de undă.

Astfel, se poate compara lungimea de undă a unei radiații monocromatice cu metrul, spre exemplu luându-se ca radiație de referință, radiația portocalie emisă de izotopul natural Kripton 86.

Măsurările de interferență au arătat că lungimea de undă λ_o a acestei radiații în vid este: 1 metru = 1650763,73 λ_o, relație ce definește metrul în SISTEMUL INTERNAȚIONAL (S. I.) Altfel spus:

Metrul are o lungime egală cu 1650763,73 lungimi de undă în vid a radiației portocalii emisă de izotropul Kripton 86.

e) interferența produsă pe lame subțiri are multe aplicații în tehnică. Astfel, o peliculă subțire plan-paralelă (transparentă) poate servi fie ca strat antireflex, fie ca strat reflectător. Dacă undele reflectate pe cele două fețe ale peliculei sunt în antifază atunci la ieșirea din lamă, prin interferență ele se distrug. Dimpotrivă, dacă grosimea peliculei și indicele de refracție al acestora sunt astfel alese încât cele două unde reflectate să se adune (sunt în fază), la interferență, unda rezultantă se va întări (figura 3. 16). Cu ajutorul mai

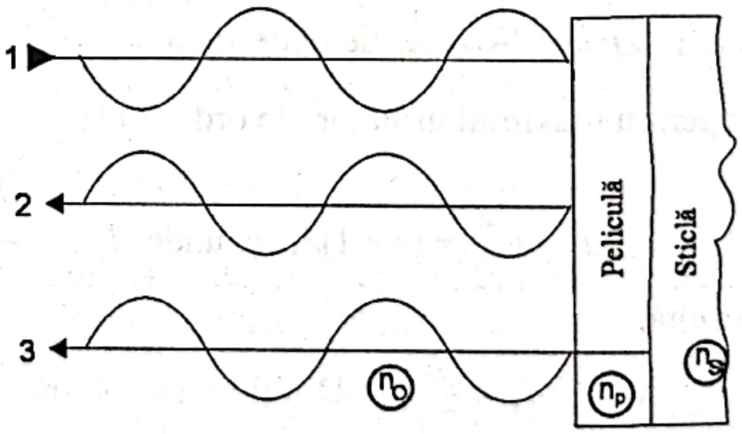


Figura 3. 16

Scanned with OKEN Scanner

multor straturi subţiri depuse pe o suprafaţă de sticlă, se poate obţine o oglindă ce reflectă aproape în întregime întregul flux luminos incident (peste 99%).

f) la verificarea planeităţii suprafeţelor optice. În acest scop se formează o pană de aer cu o suprafaţă etalon (suprafaţa mercurului sau a apei liniştite) şi suprafaţa supusă controlului. Aceasta din urmă prezentând abateri de la planeitate (asperităţi, defecte), franjele de egală grosime nu vor fi drepte şi paralele. Ele sunt curbe de egală grosime şi dau, deci, informaţii asupra abaterilor de la planeitate a suprafeţei de studiat (figura 3. 17).

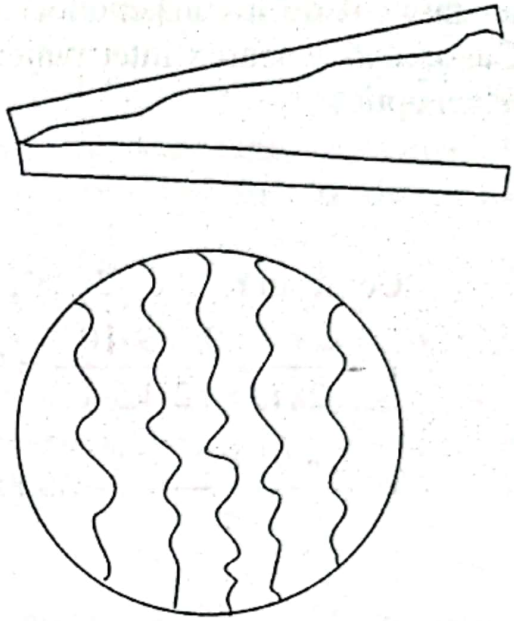


Figura 3. 17

Probleme rezolvate

1. Cum se va vedea – întunecată sau luminoasă – privită prin reflexie, o peliculă de săpun (n=1,25) cu grosimea d=0,4λ? Pelicula se află în aer.

Rezolvare:

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = 2 \cdot 1{,}25 \cdot 0{,}4\lambda + \frac{\lambda}{2} = \lambda + \frac{\lambda}{2} = 3\frac{\lambda}{2}$$ (număr impar de $\frac{\lambda}{2}$). Deci, pelicula se va vedea întunecată.

2. O peliculă subţire, transparentă are grosimea d=1μm şi indicele de refracţie n=1,4. Să se determine lungimea de undă a radiaţiei monocromatice, incidentă sub un unghi i=30°, care determină la suprafaţa de incidenţă maxime de interferenţă de ordinul k=4.

Rezolvare:

Din relaţia $\delta = 2nd\cos r + \frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$, rezultă

$$\lambda = \frac{4d\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{2k-1} \cong 0{,}747 \cdot 10^{-6} m = 747 nm.$$

Scanned with OKEN Scanner

3. Pe o pană de sticlă cu indicele de refracţie n=1,5 cade normal un fascicul de lumină monocromatică cu lungimea de undă λ=589nm. Cunoscând valoarea interfranjei, i=1mm, să se determine unghiul α al penei optice.

Rezolvare:

Conform relaţiei (3. 28), rezultă:

$$\alpha = \frac{\lambda}{2ni} = \frac{0{,}589 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1{,}5 \cdot 1} = 0{,}0001963 rad =$$

$$= \frac{0{,}0001963 \cdot 180^0}{\pi} \cdot 3600'' = 40{,}5''.$$

Probleme propuse

1. a) Arătaţi că diferenţa de drum, în cazul reflexiei, când lama este mai puţin refringentă decât mediul în care se află, are expresia:

$$\delta = 2d\cos r - \frac{\lambda}{2} \text{ sau } \delta = 2d\sqrt{1 - n^2 \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2}.$$

b) arătaţi că diferenţa de drum, la interferenţa prin lumină transmisă este: $\delta = 2nd\cos r$, în cazul în care lama este mai refringentă decât mediul în care se află şi $\delta = 2d\cos r - \lambda$, în cazul în care lama este mai puţin refringentă decât mediul în care se află.

2. Cum se va vedea – întunecată sau luminoasă – privită prin reflexie, o peliculă de săpun (n=1,2) cu grosimea $d = \frac{5}{8}\lambda$, aflată în aer?

R: luminoasă.

3. Pe o peliculă de săpun (n=1,33) cade un fascicul de lumină albă sub un unghi de incidenţă i=45°. Care este grosimea minimă a peliculei pentru ca lumina reflectată să fie colorată portocaliu (λ=600nm)?

R: $0{,}133 \cdot 10^{-6} m$.

4. Pe suprafaţa unei pelicule transparente (n=1,2) subţiri, formate pe o lamă de sticlă (n_s=1,5) cade normal un fascicul de lumină (λ=600nm). Găsiţi grosimea minimă a peliculei, pentru care prin interferenţa luminii reflectate se obţine un maxim.

R: 0,250μm.

Scanned with OKEN Scanner

5. O placă plan–paralelă de sticlă (n=1,5), de grosime d=0,600μm, este iluminată normal, cu lumină albă (între 400nm şi 800nm). Care dintre următoarele radiaţii vor fi întâlnite în fasciculul reflectat?

R: 0,400 μm; 0,514 μm; 0,720 μm.

6. Să se calculeze grosimea minimă a unei lame transparente având indicele de refracţie n=1,4 iluminată cu radiaţia având λ=590nm, astfel încât ea să apară neagră în următoarele situaţii:

a) lama este pr3ită în reflexie şi unghiul de incidenţă este de 30°.

b) lama este pr3ită în transmisie şi unghiul de refracţie este 60°.

R: $\cong$ 0,227 μm; $\cong$ 0,21 μm.

7. Într-o pană optică, care are indicele de refracţie n=1,5 se observă franje de interferenţă în lumină reflectată şi la incidenţă normală. Care este valoarea unghiului dintre feţele penei, ştiind că lumina incidentă are lungimea de undă λ=580nm, iar valoarea interfranjei, i=5mm.

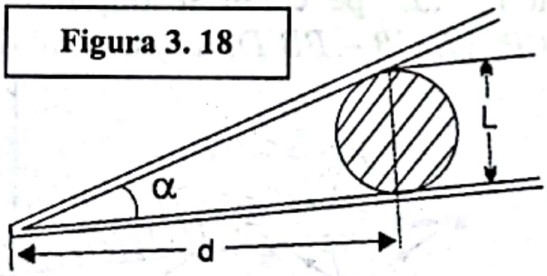
R: 8”

8. O peliculă de săpun formează o pană optică. Franjele de interferenţă observate în lumină galbenă (λ=546,1nm), reflectate, sunt aşezate câte 5 pe fiecare lăţime de 2cm. Lumina cade perpendicular pe suprafaţa peliculei, iar indicele de refracţie al apei cu săpun este $n=\frac{4}{3}$. Să se calculeze unghiul penei.

R: 105”

9. Pentru măsurarea grosimii unui fir de păr, acesta a fost aşezat între două lame subţiri din sticlă. Distanţa de la firul de păr la linia de intersecţie a plăcilor este d=20cm (figura 3. 18).

Figura 3. 18



Dacă se trimite pe lame radiaţia roşie (λ=750nm), pe distanţa l=1cm se obţin N=8 franje de interferenţă. Să se calculeze grosimea L a firului de păr.

R: $6 \cdot 10^{-5} m$.

10. Un fascicul luminos cu lungimea de undă λ=0,63 μm, cade sub incidenţă normală pe un strat subţire, sub formă de pană, cu indicele de refracţie n=1,5. Pe suprafaţa stratului se formează 10 franje luminoase şi 9 franje întunecoase. Cu cât variază grosimea stratului pe acest interval de franje?

R: 1,89 μm.

3.2.4 Alte dispozitive interferenţiale

Se mai cunosc şi alte dispozitive interferenţiale a căror schemă se reduce la cea a dispozitivului Young, adică de obţinere a două surse coerente prin metoda separării a două fascicule de lumină dintr-un fascicul iniţial.

În continuare vom analiza următoarele dispozitive.

Scanned with OKEN Scanner

3. 2. 4. 1. Oglinda Lloyd

Oglinda plană AB de lăţime „b” formează imaginea virtuală S' a sursei S. Sursa este ridicată la distanţa „l” de planul oglinzii iar capetele A şi B se găsesc faţă de sursă, respectiv faţă de ecran la distanţele „a”, respectiv „c” (figura 3. 19). Cele două surse coerente sunt sursa S şi imaginea ei virtuală S'. Într-un punct de pe ecran interferă unda care vine direct de la sursă şi cea reflectată de oglindă, care poate fi considerată că vine de la sursa virtuală.

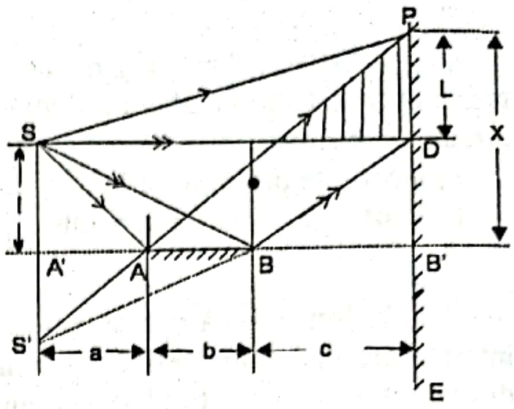


Figura 3. 19 Oglinda Lloyd

Acest dispozitiv de interferenţă se reduce la un dispozitiv Young, cu distanţa dintre fante „$2l$” şi dintre planul fantelor şi ecranul E, $(a+b+c)$, deci interfranja este:

$$i=\frac{\lambda(a+b+c)}{2l}$$

Lărgimea spectrului de interefernţă „L” pe ecran se obţine din asemănarea triunghiurilor: $S'A'A \sim AB'P$ şi $SA'B \sim BB'D$, iar numărul de franje obţinute pe ecran este:

$$N=\frac{L}{i}$$

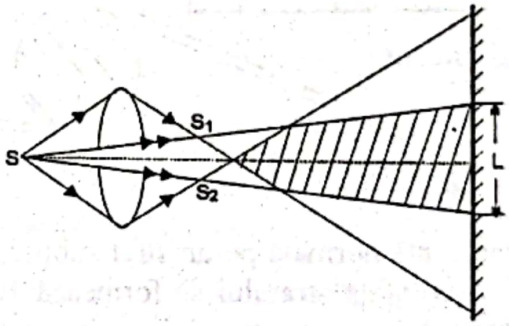


Figura 3. 20. Interefernţa cu bilentilele Billet

Pentru aflarea abscisei x a franjei din P, se va ţine seama că raza care ajunge în P în urma reflexiei pe oglindă, pierde prin reflexie o semilungime de undă.

3. 2. 4. 2. Bilentilele Billet

Dispozitivul se obţine prin tăierea unei lentile cu distanţa focală f şi deschiderea $2r$, prin mijloc, iar cele două jumătăţi sunt puţin înclinate şi depărtate una de alta la distanţa „a” (figura 3. 20). Între semilentile se

Scanned with OKEN Scanner

introduce o pastă opacă. Cele două imagini reale S_1 şi S_2 ale sursei S, obţinute prin cele două jumătăţi de lentilă vor costitui sursele coerente, care vor da pe ecran franje de interferenţă. Schematic, dispozitivul este redat în figura 3. 21.

Interfranja se calculează cu relaţia:

$$i = \frac{\lambda D}{2l}$$

iar din asemănarea triunghiurilor: $SO_1O_2 \sim SS_1S_2$ şi $SO_1O_2 \sim SAB$ se calculează distanţa $2l$ dintre surse şi respectiv lărgimea L a câmpului de interferenţă.

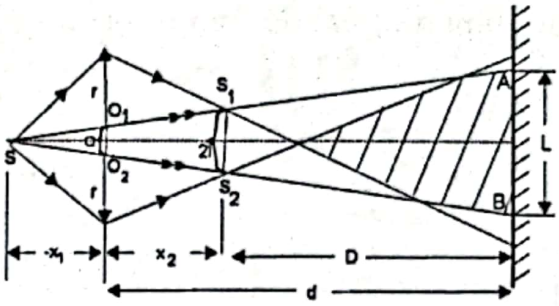


Figura 3. 21 Bilentile Billet

3. 2. 4. 3. Oglinzile Fresnel

Dispozitivul este format din două oglinzi plane, unghiul α dintre planele lor fiind foarte mic.

La distanţa „r" de muchia comună se aşează o sursă punctiformă S. Cele două oglinzi dau două imagini virtuale S_1 şi S_2 ale sursei S (poate fi o fantă iluminată, paralelă cu muchia comună a oglinzilor). Franjele sunt observate pe un ecran paralel cu segmentul S_1S_2 şi aflat la distanţa „d" de intersecţia celor două oglinzi. Imaginile S_1 şi S_2 constituie cele două surse coerente care împreună cu sursa S se găsesc pe un cerc de rază r.

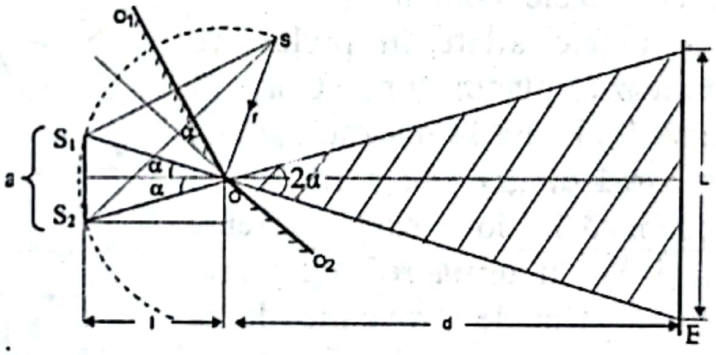


Figura 3. 22. Oglinzile Fresnel

Din figura 3. 22 rezultă:

$$\frac{L}{2} = d \cdot tg\alpha \Rightarrow L \cong 2d\,\alpha;\quad l = r\cos\alpha \cong r;\quad \frac{a}{2} = r\sin\alpha \cong r\alpha \Rightarrow$$

$\Rightarrow a = 2r\alpha$, iar

$$i = \frac{\lambda(d+r)}{2r\alpha}$$

Scanned with OKEN Scanner

Lărgimea „L" a spectrului de interferenţă pe ecran este:

$$\frac{L}{a}=\frac{d}{r}\Rightarrow \qquad L=\frac{a\,d}{r}=2\alpha\,d$$

iar numărul total de franje:

$$N=\frac{L}{i}$$

3. 2. 4. 4. Biprisma Fresnel

Dispozitivul este alcătuit din două prisme identice cu secţiunea în formă de triunghi dreptunghic, de unghi refringent foarte mic A şi indice de refracţie n, cu bazele comune (figura 3. 23). Feţele aflate în prelungire formează planul prismelor. O sursă S plasată la distanţa „d" de biprismă şi „D" de ecran va fi dedublată în două surse coerente S_1 şi S_2, în urma refracţiei prin prismă. Undele provenite de la aceste surse vor da figura de interferenţă pe ecran.

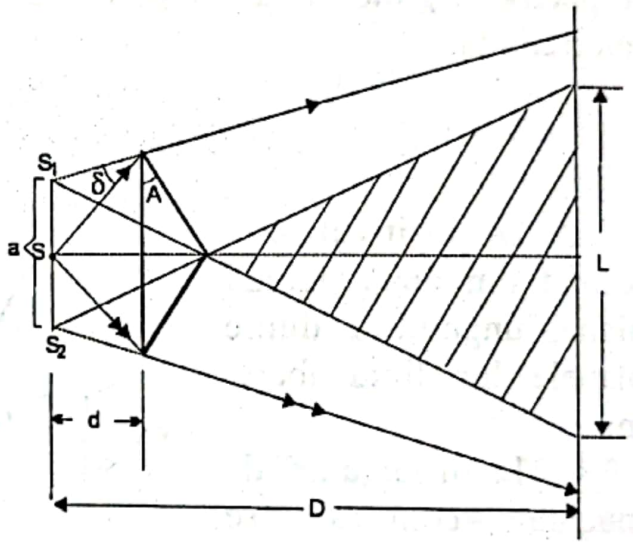


Figura 3. 23. Biprisma Fresnel

Interfranja va avea expresia:

$$i=\frac{\lambda D}{a}$$

Pentru a găsi expresia lui „a', vom folosi formulele prismei ţinând cont că unghiurile A şi δ (unghiul de deviaţie) sunt foarte mici şi sinusul, cosinusul sau tangenta acestor unghiuri pot fi aproximate cu unghiurile exprimate în radiani.

Din figură se observă: $a=2d\delta$. Din formulele prismei rezultă: $\delta=A(n-1)$, deci $a=2dA(n-1)$, iar $i=\dfrac{\lambda D}{2dA(n-1)}$.

Scanned with OKEN Scanner

3. 2. 4. 5. Inelele lui Newton

În cadrul dispozitivelor care dau figuri de interferenţă localizate (lama cu feţe plan – paralele şi pana optică), vom mai studia un dispozitiv care dă o figură de interferenţă localizată sub forma unor inele concentrice, alternativ luminoase şi întunecate, cunoscută sub numele de *inelele lui Newton* (figura 3. 24).

Figura 3. 24.
Inelele lui Newton

Dispozitivul cu care se obţine această figură de interferenţă este format dintr-o suprafaţă plană *reflectătoare* (suport) deasupra căreia se aşează o lentilă plan convexă cu raza de curbură R foarte mare (figura 3. 25).

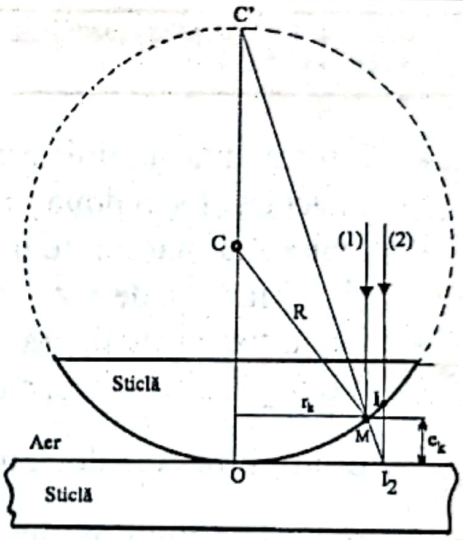


Figura 3. 25

Între lentilă şi suprafaţa plană se formează o pană de aer cu unghi variabil. Cu centrul în punctul de tangenţă O se formează inele concentrice, alternativ luminoase şi întunecoase, datorită grosimilor diferite ale stratului de aer (sau alt mediu) dintre suprafaţa sferică şi cea plană. Fie e_k grosimea stratului de aer corespunzătoare inelului de rază r_k (de ordin k).

Pana fiind de aer (n=1), la incidenţă normală:

$$\delta = 2e_k - \frac{\lambda}{2};$$ (în I_2 reflexia se face cu pierdere de $\frac{\lambda}{2}$).

În punctul M vom avea maxim de interferenţă dacă

$$\delta = 2k\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2e_k = (2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Din teorema înălţimii în triunghiul OMC'.

$$r_k^2 = e_k(2R - e_k) \cong 2Re_k;$$ (e_k^2 se negijează).

Se obţine pentru raza inelului luminos de ordin k:

$$r_{k_{max}} = \sqrt{2k+1} \cdot \sqrt{R\frac{\lambda}{2}} \qquad \text{unde } k = 0, 1, 2, \ldots$$

Scanned with OKEN Scanner

În acelaşi mod, impunând condiţia pentru minim, se obţine pentru inelul întunecat de ordin k:

$$r_{k_{min}} = \sqrt{k+1} \cdot \sqrt{R\lambda} \quad \text{unde } k = 0, 1, 2, \ldots$$

În punctul de contact O, e_k=0 şi rezultă o diferenţă de drum de $\frac{\lambda}{2}$, deci franja centrală este un minim.

Dacă suportul este o lamă *transparentă*, maximul central în lumină transmisă, este luminos, deoarece:

$\delta = 2ne_k$, pentru n=1, e_k=0 $\Rightarrow \delta = 0$.

Concluzii:

- Interferenţa luminii este fenomenul de compunere (suprapunere) în acelaşi loc a doua sau mai multe unde luminoase.
- Doua sau mai multe unde sunt coerente dacă au aceeaşi frecvenţă şi o diferenţă de fază constantă în timp.
- Condiţia ca în figura de interferenţă obţinută cu dispozitivul lui Young să se realizeze un maxim de intensitate este ca diferenţa de drum între cele două unde să fie egală cu $\delta_{max} = 2K\frac{\lambda}{2}$, iar pentru realizarea unui minim de intensitate este ca diferenţa de drum să fie $\delta_m = (2K+1)\frac{\lambda}{2}$, $K \in N$.
- Interfranja intr-o figură de interferenţă obţinută cu dispozitivul lui Young are expresia $i = \frac{\lambda D}{2l}$.
- Interferenţa în lame subţiri apare prin suprapunerea undelor reflectate de cele doua feţe ale unei lame cu feţe plan-paralele.
- Diferenţa de drum optic între undele reflectate pe feţele plan-paralele ale unei lame este egală cu $\delta = 2nd\cos r + \frac{\lambda}{2}$.
- Interfranja într-o pană optică este egală cu $i = \frac{\lambda}{2n\alpha}$.
- Se mai cunosc şi alte dispozitive interferenţiale a căror schemă se reduce la cea a dispozitivului Young: oglinda Lloyd, bilentilele Billet, oglinzile Fresnel, biprisma Fresnel.

Scanned with OKEN Scanner

Probleme propuse

1. Se realizează o experienţă de interferenţă cu ajutorul oglinzii Lloyd (figura 3. 26). Cunoscând: l=0,9mm; a=10cm; b=20cm; c=60cm şi λ=400nm, să se calculeze numărul franjelor observate pe ecran.

R: 27.

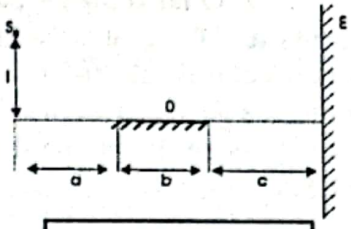


Figura 3. 26

2. Să se calculeze raza r_1 a primului inel întunecat al lui Newton dacă între lentilă şi lama plan – paralelă se toarnă benzen (n=1,5). Raza de curbură a lentilei este de 1m, iar indicele de refracţie al lentilei şi al lamei este acelaşi, fiind mai mare decât al benzenului. Observarea se face în lumină de sodiu reflectată (λ=5890$\mathring{A}$).

R: 0,626mm.

3. Unghiul dintre planele oglinzilor Fresnel este α=4'. Între cele două oglinzi, la distanţa r=60cm de muchia lor comună, se aşează o sursă luminoasă punctiformă S. Franjele de interferenţă se observă pe un ecran aşezat la distanţa d=2,4m de muchia oglinzilor, paralel cu segmentul S_1S_2 care uneşte imaginile sursei în cele două oglinzi. Să se calculeze:

a) lungimea de undă a radiaţiei monocromatice folosite ştiind că pe ecran, pe o distanţă de 3,6 mm se observă trei franje.

b) numărul total de franje de pe ecran.

R: ≅ 558nm; 4.

4. În cazul biprismei Fresnel, sursa de lumină monocromatică este aşezată pe axa sistemului, la distanţa d=0,2m faţă de planul prismelor, iar ecranul pentru observarea figurii de interferenţă este paralel cu planul prismelor, la distanţa L=0,8m de acesta. Se mai cunoaşte unghiul refringent al prismelor A=0,0175 rad şi indicele de refracţie al materialului prismelor n=1,48. Să se determine:

a) distanţa dintre sursele coerente

b) lungimea de undă a luminii folosite dacă se obţine prin măsurare, interfranja i=0,2mm.

c) numărul de franje formate pe ecran.

R: 3, 36mm; 672nm; 67.

5. Să se determine distanţa dintre al 16-lea şi al 15-lea inel luminos al lui Newton, dacă distanţa dintre al 2-lea şi al 3-lea inel întunecat este de 1mm.

Inelele se observă în lumină reflectată.

R: 0,396 mm.

6. În dispozitivul interferenţial denumit bilentilele Billet se cunosc: a=$10^{-3}m$; f=0,5m; r=$5\cdot10^{-3}m$; d=3,4m; x_1= -1 m. Radiaţia monocromatică are lungimea de undă λ = $5\cdot10^3$Å. Să se calculeze:

a) distanţa S_1S_2=2l;

b) mărimea interfranjei;

Scanned with OKEN Scanner

c) lărgimea L a câmpului de interferență;
d) numărul franjelor luminoase observate pe ecran.

R: $2\cdot10^{-3}m$; $6\cdot10^{-4}m$; $4{,}4\cdot10^{-3}m$; 7.

7. O lamă plan – paralelă de sticlă este așezată pe una dintre fețele unei lentile biconvexe. Observându-se inelele lui Newton în lumină reflectată (λ=5890$\mathring{A}$) s-a găsit că raza celui de-al 20-lea inel întunecat este r_1=2mm. Așezând lama pe cealaltă față a lentilei s-a găsit că raza inelului întunecat de același ordin este r_2=4mm.

Să se determine distanța focală a lentilei, indicele de refracție al sticlei fiind n=1,5.

R: 45,33cm.

3.3 Difracția luminii

3.3.1. Descrierea și definirea fenomenului de difracție

În conformitate cu principiul propagării rectilinii a luminii, dacă în drumul unei unde luminoase se găsește un corp opac (figura 3. 27, a) sau un ecran prevăzut cu o fantă (figura 3. 27, b), se formează domenii distincte de lumină și umbră.

Experimentele efectuate au permis să se constate că, în anumite condiții, lumina poate ocoli obstacolele, astfel încât umbrele nu mai au conturul determinat de principiile opticii geometrice, apărând lumină acolo unde trebuia să fie întuneric.

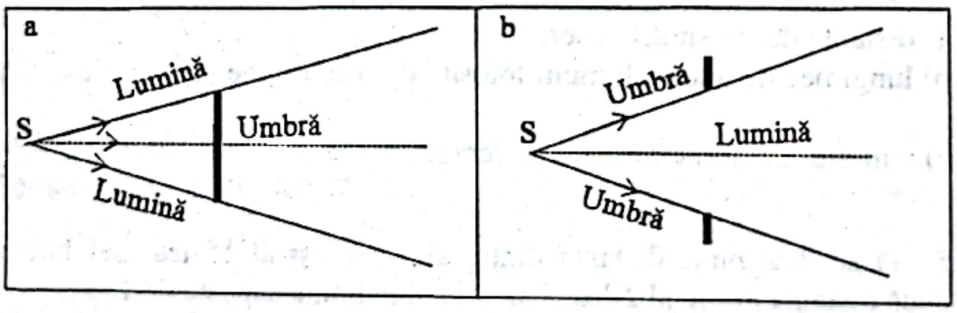


Figura 3. 27

Altfel spus, la limita dintre lumină și umbră apar dungi fine, luminoase și întunecoase (adică maxime și minime de intensitate luminoasă) datorită proprietăților ondulatorii ale luminii.

Scanned with OKEN Scanner

Prezența acestor maxime și minime succesive indică o redistribuire a intensității undei luminoase la limita de separare a umbrei de lumină.

Pe baza acestor observații experimentale s-a definit *difracția luminii*: *"Fenomenul de ocolire a obstacolelor de către undele luminoase, ale căror dimensiuni sunt comparabile ca ordin de mărime cu lungimea de undă a luminii incidente, însoțit de apariția maximelor și minimelor de intensitate la limita de separare dintre lumină și umbra geometrică"*.

Primul care a atras atenția asupra fenomenului de difracție a fost Leonardo da Vinci (1452 – 1517), dar descrieri mai exacte provin de la fizicianul italian Francesco Maria Grimaldi.

Explicarea fenomenului a fost dată în 1818 de către fizicianul francez Auguste Fresnel (1788 – 1827), folosind principiul lui Huygens: *fiecare punct al unui front de undă poate fi considerat ca o sursă secundară de unde sferice, iar frontul de undă în fiecare moment ulterior reprezintă înfășurătoarea fronturilor de undă secundare*.

Acest principiu explică pătrunderea luminii în zona umbrei geometrice, dar nu poate explica apariția franjelor la limita de separare dintre umbră și lumină.

Fresnel a completat principiul lui Huygens, adăugând faptul că undele *secundare sunt coerente și deci interferează între ele*.

Prin corelarea principiului de propagare a luminii sub forma frontului de undă, al lui Huygens, cu principiul interferenței undelor periodice și coerente ale undelor secundare, a rezultat *principiul Huygens – Fresnel*.

Rezultă că difracția este fenomenul care apare ca rezultat al compunerii, într-un punct din spațiu, a undelor electromagnetice provenite de la o distribuție continuă de surse discrete și coerente de radiație optică.

Difracția se poate produce în toată gama radiațiilor (undelor) electromagnetice, în fascicul divergent sau paralel și pentru obstacole sau fante de diferite forme.

Difracția în lumină divergentă se numește *difracție Fresnel*, iar difracția în lumină paralelă se numește *difracție Fraunhofer* (de la numele fizicianului german Josef von Fraunhofer).

Scanned with OKEN Scanner

3.3.2. Difracția în lumina divergentă (difracția Fresnel)

Fenomenul de difracție poate fi observat ușor urmărind modul de comportare a luminii în cazul plasării în drumul acesteia a unui paravan PQ opac de forma unui semiplan (figura 3. 28).

Lumina care pleacă de la izvorul S în toate direcțiile și care, în absența semiplanului opac, ar da pe un ecran E o intensitate I_0 în punctul M, dă în prezența acestuia în M o intensitate mai mică ($0{,}25I_0$), scăzând continuu până la zero în regiunea de umbră, iar în regiunea luminoasă se obțin maxime și minime de intensitate, care se reduc treptat pe măsura îndepărtării de franja centrală. Cauza acestor fenomene complexe, ce apar la limita de separare dintre umbra geometrică și lumina geometrică, este *difracția* și interferența luminii. Marginea umbrei geometrice nu este deci netă, în zona ei apar *franje de difracție*, care se datorează proprietăților ondulatorii ale luminii.

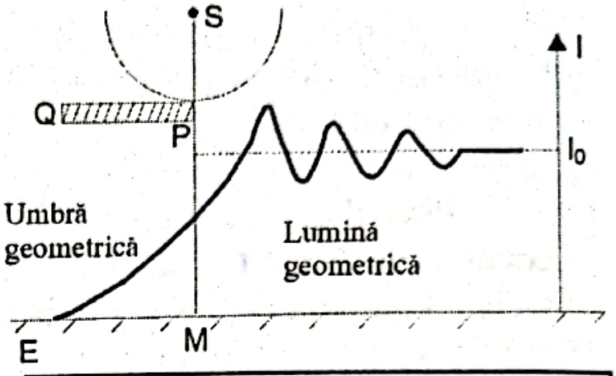


Figura 3. 28. Difracția Fresnel

3.3.3. Difracția produsă de o fantă în lumină paralelă – difracția Fraunhofer

Fie o fantă dreptunghiulară AB de lățime d foarte mică. Sursa S emite un fascicul divergent, deci care generează unde sferice. Așezând izvorul S în focarul unei lentile convergente L_1,

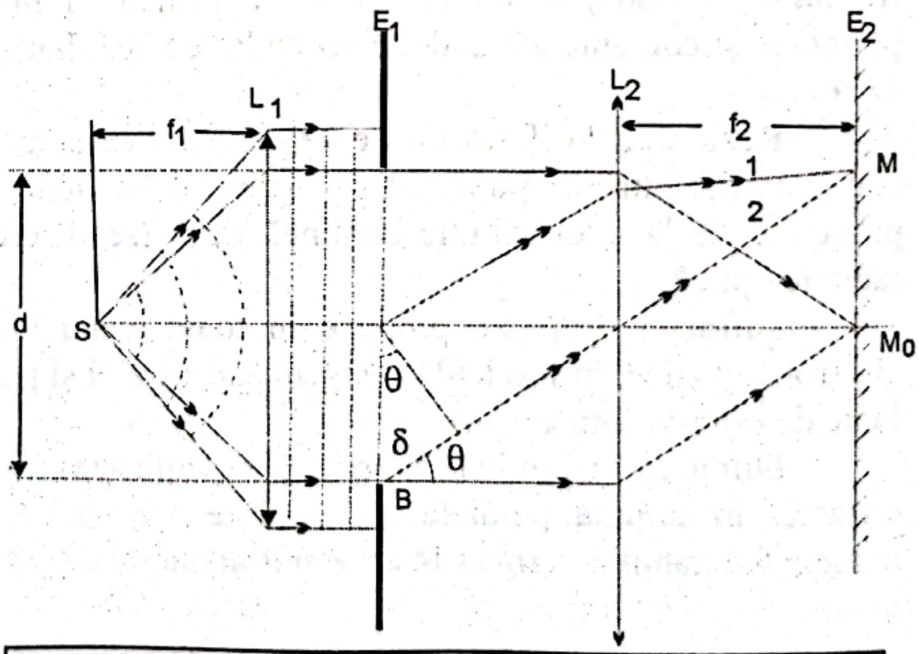


Figura 3. 29. Difracția Fraunhofer

Scanned with OKEN Scanner

aceasta va transforma fasciculul divergent într-un fascicul paralel, undele sferice fiind astfel transformate în unde plane (figura 3. 29).

Fasciculul paralel traversează apoi fanta AB din paravanul E_1, suferind fenomenul de difracţie. Lumina difractată este focalizată pe ecranul de observaţie E_2 cu ajutorul lentilei convergente L_2. Parcurgând acelaşi drum optic, undele care ajung în M_o sunt în fază, deci punctul central al figurii de difracţie va avea intensitatea maximă. În punctul M va apărea primul minim de difracţie, dacă diferenţa de drum între undele (razele) 1 şi 2 ce pornesc de la fantă sub un unghi θ faţă de direcţia luminii incidente, va fi $\frac{\lambda}{2}$.

Din figură: $\delta = \frac{d}{2}\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$ sau:

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d} \qquad (3.\ 29)$$

În acest caz undele sunt în opoziţie de fază şi în M va apărea un minim de difracţie cu intensitate zero. Acelaşi lucru se întâmplă pentru orice pereche de unde (raze) la distanţa $d/2$ una de alta.

Împărţind mai departe fanta în 4, 6, 8 etc. părţi egale şi considerând undele care pornesc din punctele respective, se obţine condiţia generală de minim:

$$\sin\theta = n\frac{\lambda}{d}; \qquad n = 1,2,3....$$

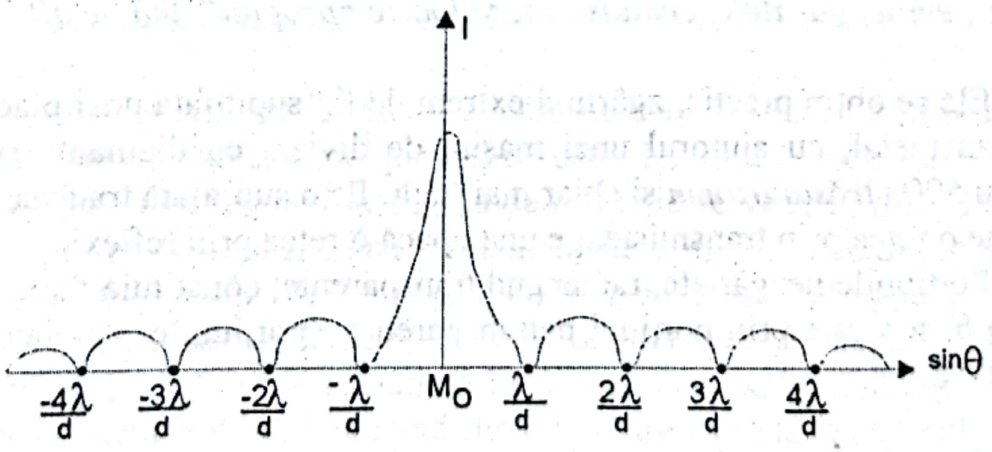


Figura 3. 30. Distribuţia intensităţii în spectrul de difracţie al unei fante dreptunghiulare în funcţie de unghiul θ

Scanned with OKEN Scanner

În figura 3. 30 este reprezentată distribuţia intensităţii în spectrul de difracţie al unei fante dreptunghiulare, în funcţie de unghiul θ. Aproximativ la jumătatea distanţei dintre minime se situează maximele de difracţie, a căror intensitate scade rapid odată cu depărtarea de maximul central. Observăm, de asemenea, că pentru $\sin\theta = 0$ ($\theta = 0$), se obţine în M_0 un maxim puternic luminos, deoarece în acest caz lumina de la întreaga fantă ajunge în M_0 în fază. Astfel, franja centrală luminoasă este de două ori mai lată decât celelalte, după cum arată figura 3. 30.

O fantă circulară de diametrul "*d*" dă o figură de difracţie formată dintr-un cerc luminos central, înconjurat de inele concentrice întunecate şi luminoase, iar distribuţia intensităţii este aceeaşi ca în figura 3. 30 Dacă izvorul luminos S este de lumină albă, maximul central de pe ecranul E_2 va fi alb iar de o parte şi de alta a acestuia se vor afla maxime colorate, dispuse simetric faţă de maximul central alb.

3.3.4. Reţeaua de difracţie

Atât interferenţa cât şi difracţia sunt fenomene de compunere a undelor, dar în timp ce la interferenţă undele care se compun provin dintr-un număr finit şi în general mic de surse coerente, la difracţie intervin undele rezultate din împărţirea suprafeţei de undă într-un număr foarte mare (infinit) de surse coerente infinitezimale.

Reţeaua de difracţie constă într-un sistem de fante înguste, rectilinii, egale, paralele, echidistante şi foarte apropiate una de alta.

Ele se obţin practic, zgâriind extrem de fin suprafaţa unei placi de sticlă sau metal, cu ajutorul unei maşini de divizat cu diamant; există reţele cu 5000 *trăsături/mm* şi chiar mai mult. Pe o suprafaţă transparentă se obţine o reţea prin transmisie, pe una opacă o reţea prin reflexie.

Porţiunile nezgâriate, rămânând transparente, constituie fantele de lărgime *b*, separate prin porţiuni netransparente (porţiunile zgâriate) de lărgime *a* (figura 3. 31, a).

Dacă *L* este lungimea totală a porţiunii striate pe care s-au trasat *N* zgârieturi, atunci reţeaua va avea un număr $n = N/L$ trăsături pe unitatea

Scanned with OKEN Scanner

de lungime şi o distanţă $l = \frac{L}{N} = \frac{1}{n}$ între două trăsături succesive, distanţă care se numeşte *constanta reţelei.*

În figura 3. 31, b şi c este dată schematic experienţa producerii fenomenului de difractie cu o reţea de difracţie.

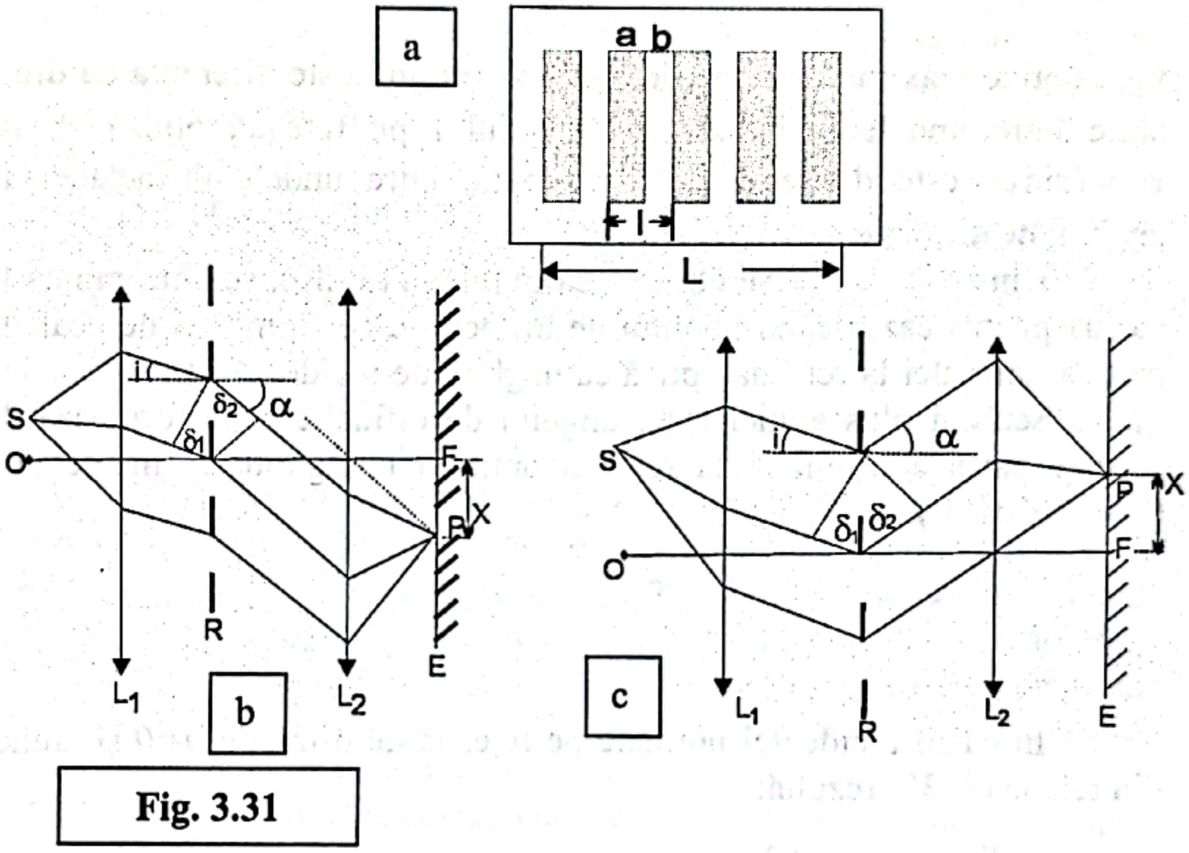


Fig. 3.31

Un fascicul de lumină monocromatică, provenit de la o sursa S, transformat într-un fascicul paralel de către lentila L_1, cade sub un unghi de incidenta i pe reţeaua R. Figura de difracţie se vede în planul focal al lentilei L_2, pe ecranul E. Distribuţia intensităţii în figura de difracţie poate fi calculată pornind de la principiul Huygeus-Fresnel, potrivit căruia fiecare fantă a reţelei R devine sediul unor noi unde secundare, pentru fiecare radiaţie monocromatică în parte. Să ne referim la undele secundare emise după o singură direcţie (care formează cu axul optic al sistemului OF unghiul α) de către două fante succesive ale reţelei.

La trecerea luminii prin reţeaua de difracţie are loc suprapunerea a două fenomene şi anume: difracţia luminii prin fiecare fantă şi interferenţa fasciculelor multiple ce provin, în planul focal al lentilei L_2,

Scanned with OKEN Scanner

de la cele N fante ale rețelei. De aceea fenomenul este complicat. De asemenea, unghiul de difracție α se poate forma de cealaltă parte a normalei la rețea sau de aceeași parte a normalei la rețea cu unghiul de incidență i (figura 3. 31, b și c). Având în vedere fenomenul de interferență a celor N fascicule, putem spune că în toate direcțiile pentru care:

$$\delta = \delta_1 \pm \delta_2 = l\sin i \pm l\sin\alpha = l(\sin i \pm \sin\alpha) = k\lambda \qquad (3.30)$$

vom obtine maxime de difracție, unde $\delta_1 = l\sin i$ este diferența de drum optic între undele incidente sub unghiul i pe rețeaua optică R, iar $\delta_2 = l\sin\alpha$ este diferenta de drum optic între undele difractate sub unghiul de difracție α.

Din figura 3. 31 se observă că în relația (3. 30), semnul minus se va lua pentru cazul când unghiul de difracție α se formează de cealaltă parte a normalei la rețeaua optică cu unghiul de incidență i (figura 3. 31, b), iar semnul plus atunci când unghiul de difracție α se formează de aceeași parte a normalei la rețeaua optică cu unghiul de incidență i (figura 3. 31, c).

Determinarea lungimii de undă a unei radiații monocromatice cu ajutorul rețelei optice

În cazul incidenței normale pe rețeaua de difracție, $i=0$ și atunci din relația (3. 30) rezultă:

$$\delta = l\sin\alpha = k\lambda \qquad (3.31)$$

În cazul unghiurilor de difracție mici, $\mathrm{tg}\alpha \cong \sin\alpha$, punctul P în care se va forma maximul de ordinul k se va afla la distanta:

$$x = \mathrm{tg}\alpha \cong f\sin\alpha = f\frac{k\lambda}{l} = fk\lambda n,$$

și deci

$$\lambda = \frac{xl}{kf} = \frac{x}{kfn} \qquad (3.32)$$

Se determină experimental distanța x și cunoscând distanța focală f a lentilei folosite și numărul n de trăsături pe unitatea de lungime a rețelei se calculează lungimea de unda λ a radiației monocromatice folosite.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă iluminăm rețeaua cu lumină albă, relația (3. 31) ne arată că pentru un k dat, diversele lungimi de undă λ vor avea maximul de intensitate sub diverse unghiuri α, astfel încât pe ecran se formează spectrul continuu al fasciculului incident.

Figura de difracție va conține totdeauna o franjă centrală albă, deoarece în această direcție ($\alpha = 0$) toate lungimile de undă satisfac condiția de maxim ($\delta = 0$).

Pentru k=*1* se vor obține maxime de ordinul întâi, pentru k=*2* se vor obține maxime de ordinul 2, etc. Spectrele de difracție sunt dispuse de ambele părți ale franjei centrale, având liniile cu λ mai mici, mai aproape de această franjă (când λ scade, scade și α conform relației (3. 31)).

Rețeaua de difracție se folosește pe scară largă în spectrometrie, în locul prismei, la construirea spectroscoapelor cu rețea, pentru a produce dispersia unui fascicul de lumină într-un spectru.

Dacă se cunoaşte constanța rețelei, atunci, prin măsurarea unghiului de deviație a unei lungimi de undă, se poate calcula valoarea acelei lungimi de undă. În cazul unei prisme, aceasta nu este posibil, unghiurile de deviație nu sunt legate printr-o relație simplă de lungimile de undă, ci depind de caracteristicile materialului din care este făcută prisma. Deoarece indicele de refracție al sticlei optice variază mai rapid la capătul violet al spectrului, decât la cel rosu, spectrul format de o prismă este totdeauna mai larg la capătul violet al spectrului decât la capătul roşu. De asemenea, în timp ce o prisma deviază mai puțin lumina roşie şi mai mult pe cea violetă, în cazul rețelei lucrurile se petrec invers, deorece în acest ultim caz, deviația creşte cu creşterea lungimii de unda.

Concluzii:

- Difracția luminii este fenomenul de ocolire a obstacolelor de către undele luminoase, ale căror dimensiuni sunt comparabile ca ordin de mărime cu lungimea de undă a luminii incidente, însoțit de apariția maximelor şi minimelor de intensitate la limita de separare dintre lumină şi umbra geometrică.

- Rețeaua de difracție constă dintr-un sistem de fante înguste, rectilinii, egale, paralele, echidistante şi foarte apropiate una de alta.

- Se obțin maxime de difracție dacă diferența de drum:

Scanned with OKEN Scanner

$$\delta = \delta_1 \pm \delta_2 = l(\sin i \pm \sin\alpha) = k\lambda, \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots)$$

unde $\delta_1 = l \sin i$ este diferența de drum optic între undele incidente sub unghiul i pe rețeaua optică, iar $\delta 2 = l \sin\alpha$ este diferența de drum optic între undele difractate sub unghiul de difracție α.

- Orice fenomen de difracție este însoțit de un fenomen de interferență;

- Și în figura de interferență și în cea de difracție se formează un maxim central și, simetric, de o parte și alta a lui, se formează maxime secundare;

- Spre deosebire de figura de interferență, în care intensitatea maximelor este aceeași la orice distanță de maximul central, intensitatea maximelor din figura de difracție scade cu mărirea distanței față de maximul central și deoarece numărul N de fante al rețelei de difracție este foarte mare, luminozitatea maximelor secundare este atât de mică încât maximele principale apar ca franje luminoase pe un fond întunecat;

- Fenomenele de difracție limitează puterea de separare a instrumentelor optice datorită diafragmelor, indispensabile la orice instrument optic. Deci în locul unde ar trebui să se formeze imaginea punctiformă se formează o figură de difracție și anume o mică pată circulară luminoasă înconjurată de cercuri luminoase și întunecate de intensități din ce în ce mai mici.

Problemă rezolvată

O rețea de difracție cu n=1000 trăsături/*mm* este iluminată sub un unghi de incidență i=30° cu lumină monocromatică având lungimea de undă λ=500 *nm*. Să se determine numărul total al maximelor de difracție care se pot forma.

Rezolvare:

$l(\sin i \pm \sin\alpha) = k\lambda$ unde $l = \frac{1}{n}$, deci $\sin i \pm \sin\alpha = k\lambda n$

Scanned with OKEN Scanner

Semnul plus se va lua pentru cazul când unghiul de difracţie α se formează de aceeaşi parte a normalei la reţea cu unghiul de incidenţă i, iar semnul minus atunci când unghiul de difracţie α se formează de cealaltă parte a normalei.

Pentru $\alpha=\frac{\pi}{2}$ se obţine: $K_{1\max}=\frac{3}{2\lambda n}$ şi $K_{2\max}=-\frac{1}{2\lambda n}$.

Făcând înlocuirile se obţine: $K_{1\max}=3$ şi $K_{2\max}=-1$ deci

$N=K_{1\max}+|K_{2\max}|+1=3+1+1=5$

Probleme propuse

1) O reţea de difracţie cu constanta egală cu $10^{-6}m$ este iluminată sub un anumit unghi de incidenţă cu o radiaţie având λ=500nm. Se constată că unul din cele două maxime de ordinul al doilea se formează sub un unghi egal cu unghiul de incidenţă. Calculaţi unghiul de incidenţă.

R: 30°

2) Pe o reţea de difracţie cu n=200 trăsături/mm se trimite normal o radiaţie cu lungimea de undă λ=1250nm (în infraroşu).

a) Se cere unghiul de difracţie sub care se formează maximul de ordinul 2

b) Să se arate dacă reţeaua permite obţinerea maximului de difracţie de ordinul 5 folosind aceeaşi radiaţie optică

R: 30^0; nu permite.

3) Un fascicul paralel de lumină monocromatică cade sub incidenţă normală pe o reţea de difracţie cu $n=2\cdot10^5$ trăsături/m. Figura de difracţie se proiectează cu ajutorul unei lentile convergente subţiri, cu distanţa focală f=0,5m, pe un ecran situat în planul focal al acesteia şi paralel cu planul reţelei. Să se determine:

a) lungimea de undă a radiaţiei folosite ştiind că maximul de ordinul unu se obţine sub un unghi $\alpha=30^0$ faţă de normala la reţea;

b) distanţa între maximul de ordinul 1 şi maximul central;

c) unghiul de dispersie pentru maximele de ordinul 1, în cazul folosiri luminii albe cu radiaţiile extreme cuprinse între $\lambda_r=0{,}75\cdot10^{-6}m$ şi $\lambda_v=0{,}4\cdot10^{-6}m$.

R: a) 25000$\mathring{A}$; b) 0,28m; c) 0,07 rad.

4) Să se determine numărul total al maximelor de difracţie care se pot forma pe o reţea de difracţie cu n=500 trăsături/mm, dacă lungimea de undă a radiaţiei cu care se iluminează reţeaua este 590nm. Să se determine în două cazuri:

a) lumina cade sub incidenţă normală;

b) lumina cade sub un unghi de incidenţă de 30^0

R: a) 7; b) 7.

Scanned with OKEN Scanner

5) Două radiații luminoase având lungimile de undă $\lambda_1=6250\text{Å}$ și $\lambda_2=4166\text{Å}$ cad normal pe o rețea de difracție. Să se calculeze;

a) numărul de trăsături/mm, astfel ca maximele celor două radiații să coincidă în direcția $\alpha=30^0$;

b) alte unghiuri α' pentru care maximele celor două radiații coincid din nou;

c) numărul total al maximelor de difracție ce se pot forma pentru prima radiație;

R: a) $400mm^{-1}$ b) 90^0 c) 9.

6) Se dă o prismă optică a cărei secțiune ABC este un triunghi echilateral. Pe fața AB a prismei situate în apă cade o radiație monocromatică cu lungimea de undă $\lambda=660nm$, astfel încât raza se propagă în prismă pararel cu baza BC. Să se calculeze:

a) Valoarea indicelui de refracție n_p al materialului din care este confecționată prisma știind unghiul de deviație minimă $\delta_m=30^0$ și indice de refracție al apei $n_a=1,33$;

b) Valoarea indicelui de refracție n_m al unui mediu diferit de apă pentru care în aceleași condiții (propagare în prismă într-o direcție paralelă cu baza BC), unghiul δ_m este nul;

c) care ar trebui să fie valoarea minimă n_{min} a indicelui de refracție al unui alt mediu pentru care radiația incidentă pe prismă sub același unghi ca la punctual a) să nu mai intre în prismă?

d) dacă radiația emergentă cade normal pe o rețea de difracție cu lungimea $L=10\ cm$, să se calculeze numărul total N de fante, știind că maximul de difracție de ordinul 3 se obține pentru un unghi de difractie $\alpha=60^0$.

R: a) 1,88; b) $n_m=n_p$; c) 2,66; d) $4,37\cdot10^4$.

7) Se folosește un fascicul de lumină monocromatică cu lungimea $\lambda=500nm$, în următoarele două experiențe:

1. fasciculul cade normal pe o rețea de difracție;
2. fasciculul cade pe fața unei prisme al cărei unghi de refringență este $A=60^0$

Se cere:

a) costanta rețelei, știind că maximul de ordinul 2 se obține pentru un unghi $\alpha=30^0$;

b) ordinului maxim al spectrului maxim de difracție ce se poate obține.

c) indicele de refracție al prismei cunoscând unghiul de deviație minimă $\delta_m=30^0$

d) sub ce unghi de incidență trebuie să cadă raza de lumină pe prima față a prismei pentru ca ea să sufere o reflexie totală pe cealaltă față?

R: 2 μm; 4; $\sqrt{2}$; $arcsin(0,366)\approx21^\circ 28'$

8) Pe o rețea de difracție plană cade normal un fascicul paralel de lumină. Rețeaua de difracție este lipită de fața plană a unei lentile plan – convexe, în focarul căreia este așezat un ecran perpendicular pe axul optic. Se cere:

a) Ordinul de difracție k al radiației cu lungimea de undă $\lambda_1=600\ nm$, care se suprapune pe ecran cu ordinul $k+1$ al radiației cu lungimea de undă $\lambda_2=400\ nm$ la distanta $x_k=\frac{25}{\sqrt{2}}$ cm de franja centrală de difracție.

Scanned with OKEN Scanner

b) Distanța focală a lentilei și constanta rețelei de difracție, știind că dacă se așează rețeaua la distanța d=55cm de lentilă, imaginea va fi de 10 ori mai mare decât obiectul.

c) Ordinul maxim de difracție pentru lungimile de unda λ_1 și λ_2.

d) Care ordine ale maximelor de difracție ale celor două radiații λ_1 și λ_2 se suprapun pe ecran?

R: a) k=2; b) f=50cm; l=3,4μm; c) k_{1max}=5; k_{2max}=8;
d) ordinele 2, 4, 6 cu ordinele 3, 6, 9

9) O rețea de difracție are constanta l=2,5μm.

Să se calculeze cea mai mare lungime de undă care poate fi observată la incidență normală în spectrul de ordinul 5.

R: 500nm.

3.4 Polarizarea luminii

3.4.1. Lumina naturală și lumina polarizată

Pentru explicarea fenomenelor de interferență și difracție a fost suficient să ne reprezentăm lumina ca o undă periodică fără a fi necesar să știm dacă această undă este longitudinală sau transversală.

Prin reflexia consecutivă a unui fascicul luminos pe două lame (medii dielectrice) se poate pune în evidență o particularitate a undelor luminoase, și anume că *ele sunt unde transversale*.

Experiment

Se trimite un fascicul *SI* de raze paralele pe lama L_1 sub un unghi de incidență *i*. În drumul fasciculului de lumină reflectat de această lamă, se așează o a doua lamă identică, L_2 astfel orientată, încât unghiul de incidență sub care cade fasciculul de lumină pe ea să fie egal cu unghiul *i*. Dacă rotim lama L_2 în jurul axei *OO'* care coincide cu direcția fasciculului II' care cade pe lama L_2, unghiul i rămânând neschimbat, planul de incidență al lamei L_2 rotindu-se în raport cu planul de incidență al lamei L_1, experiența arată că intensitatea fasciculului reflectat de lama L_2 depinde de poziția relativă a celor doua plane de incidență.

Scanned with OKEN Scanner

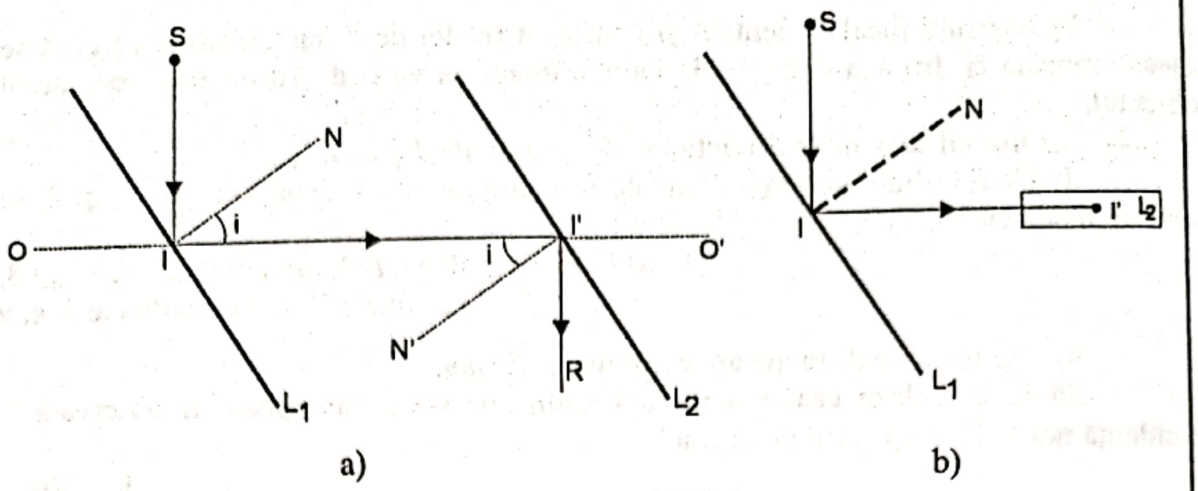


Figura 3. 32

Fasciculul reflectat de lama L_2 are intensitatea maximă când planele de incidenţă *SI-N-II'* si *II'-N'-I'R* sunt paralele între ele (figura 3. 32, a) şi intensitatea minimă, când acestea sunt perpendiculare între ele (figura 3. 32, b).

Pentru o anumită valoare a unghiului de incidenţă i (în cazul lamei de sticla cu n=1,5; i=57^0), fasciculul de lumină care cade pe lama L_2 nu se mai reflectă deloc dacă planele de incidenţă corespunzătoare celor două lame sunt perpendiculare între ele.

Cum am putea explica aceste fenomene? Să observăm mai întâi că variaţiile în intensitate ale razei *I'R* nu apar în urma unor variaţii ale unghiului de incidenţă i pe lama L_2 deoarece acest unghi ramâne constant. *Aceste variaţii apar în urma unor orientari diferite ale planului de incidenţă II'-N'-I'R, rotit în jurul razei II'. Rezultă atunci că raza II' nu are o structura simetrică în jurul direcţiei de propagare. Prin urmare, lumina nu poate fi o undă longitudinală, deoarece undele longitudinale au o structură simetrică faţă de direcţia de propagare.*

O undă transversală poate însă manifesta anumite asimetrii în jurul direcţiei de propagare.

În experienţa descrisă la o rotaţie completă a lamei L_2, în jurul direcţiei de propagare, intensitatea luminii reflectate este variabilă, ea trecând prin două maxime şi două minime. În lumina refractată, se constată acelaşi lucru, poziţiile minimelor şi maximelor fiind inversate.

Înseamnă că unda luminoasă prezintă proprietăţi diferite în diferitele direcţii perpendiculare pe direcţia de propagare, proprietăţi pe care le prezintă numai undele transversale, ale căror vibraţii se execută numai într-un singur plan.

Scanned with OKEN Scanner

Unda care posedă anumite direcţii privilegiate, în care se execută vibraţiile sale, se numeşte *undă polarizată*, iar fenomenul prin care se produc astfel de unde se numeşte *polarizare*. Raza *II'* a suferit deci fenomenul de *polarizare prin reflexia* razei *SI* pe suprafaţa lamei de sticla (oglinzii) L_1. Prima lamă, L_1, fiind dispozitivul prin care producem lumină polarizată (raza *II'*) din lumina naturală *SI* se numeste *polarizor*. Lama a doua, fiind dispozitivul prin care cercetăm, analizăm, punem în evidenţă polarizarea luminii se numeşte *analizor*. Pentru întelegerea completă a fenomenului, trebuie deci să cunoaştem structura razei de lumina *SI*. Această cunoaştere a întârziat până la descoperirea naturii electromagnetice a luminii.

Conform acestei teorii, *lumina este emisă sub formă de unde electromagnetice transversale de către atomii excitaţi ai sursei de lumină*. S-a stabilit că *orice atom emite lumină polarizată*. Dar un atom dat îşi reia actul de emisie la intervale de timp extrem de scurte, iar fiecare atom emite, independent de ceilalţi, unde electromagnetice de polarizaţii diferite, aşa încât lumina emisă apare, în ansamblul său ca nepolarizată, deoarece polarizarea diferitelor unde emise se schimbă mai repede decât timpul de percepere a senzaţiei de lumină de către organul nostru vizual.

Raza de lumină va conţine deci vibraţii ce se execută în toate direcţiile perpendiculare pe direcţia de propagare. Lumina emisă în mod obişnuit de către surse nu posedă aşadar o direcţie privilegiată de oscilaţie a câmpului electromagnetic. Ea se numeşte *lumină naturală*. S-a stabilit pe cale teoretică şi experimentală că acţiunile luminoase (impresionarea retinei, a plăcii fotografice, etc.) sunt produse de câmpul electric $\vec{E}$ al undei electromagnetice şi nu de câmpul magnetic $\vec{H}$.

Dacă vectorul electric (vectorul lumină sau vectorul „luminos") oscilează complet haotic, în toate direcţiile, într-un plan perpendicular pe direcţia de propagare, avem de-a face, conform celor spuse mai sus, cu lumină naturală (figura 3. 33. a).

Dacă vectorul electric $\vec{E}$ are o singură direcţie de oscilaţie, avem de-a face cu *lumină total polarizată sau liniar polarizată* (figura 3. 33. b , iar dacă el poate oscila în mai multe direcţii posibile, cuprinse într-un anumit interval unghiular, lumina este *parţial polarizată* (figura 3. 33. c).

Scanned with OKEN Scanner

În experiența descrisă în figura 3. 32 raza II' este total polarizată. Vectorul $\vec{E}$ are o direcție unică de vibrație, acest lucru fiind confirmat de experiențele de unde staționare în lumină polarizată .

Concluzia este că *în lumina total polarizată, obținută prin reflexie, oscilațiile vectorului luminos (electric) se execută perpendicular pe planul de incidență.*

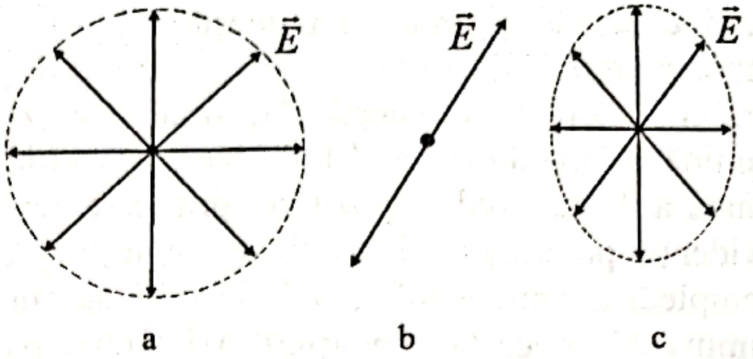


Figura 3. 33.
a) lumină naturală;
b) lumină total polarizată;
c) lumină parțial polarizată;

Descompunând vectorul electric (vectorul „luminos") după două direcții – una paralelă cu planul de incidență $I_{\parallel}$ și alta perpendiculară pe el, $I_{\perp}$ definim *gradul de polarizare, P:*

$$P = \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}}, \qquad (3.33)$$

unde $I_{\parallel}$ si $I_{\perp}$, sunt intensitățile celor două componente. Gradul de polarizare ia valari între 0 și 1: $0 \le P \le 1$

Lumina naturală are gradul de polarizare 0, deoarece $I_{\parallel} = I_{\perp}$.

Gradul de polarizare maxim, egal cu 1, corespunde luminii liniar polarizate sau total polarizate. Ea conține numai vibrații perpendiculare pe planul de incidență ($I_{\parallel} = 0$).

Pentru valori cuprinse între 0 și 1, lumina este parțial polarizată.

3.4.2. Legea lui Brewster

Variindu-se unghiul de incidenta "i" al razei SI din figura 3. 32. s-a putut constata că lumina reflectata II' este, în mod obișnuit, parțial polarizată. Există un anumit unghi de incidență i_B, numit unghiul

Scanned with OKEN Scanner

Brewster, *pentru care raza reflectată este total polarizată*.. Acest unghi este dat de relatia:

$$\text{tg } i_B = \frac{n_2}{n_1} \qquad (3.\,34)$$

în care n_1 şi n_2 sunt indicii de refracţie ai mediului razei incidente şi, respectiv refractate (al mediului pe care se produce reflexia).

Relatia (3. 34) *exprimă legea lui Brewster*..

În cazul reflexiei aer–sticlă, relaţia (3. 34) devine:

$$\text{tg } i_B = n \qquad (3.\,35)$$

Lumina refractată este, de asemenea, parţial polarizată, fiind însă maximă pentru incidenţa „brewsteriană", fără a fi însă total polarizată, ca cea reflectată. Gradul de polarizare al ei poate fi mărit printr-o noua refracţie, pe o a doua lamă, apoi pe o a treia etc. Pentru un ansamblu de 8 - 10 lame, lucrând la incidenţă brewsteriană, atât raza reflectată cât şi cea refractată sunt, practic, total polarizate, dar *direcţia de vibraţie a vectorului luminos (electric) în lumina total polarizată prin refracţie se află în planul de incidenţă*. (figura 3. 34).

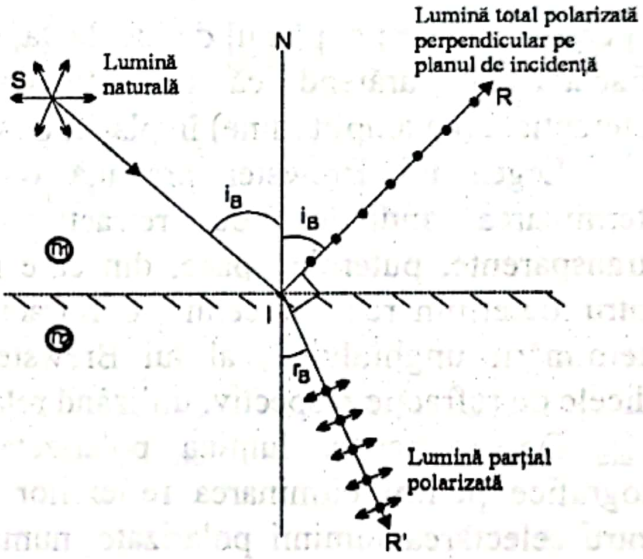


Figura 3. 34. Incidenţă „brewsteriană"

Dar ce valoare are, în cazul incidenţei brewsteriene unghiul dintre direcţiile de propagare ale radiaţiilor reflectate şi refractate? Folosind legea refracţiei,

$$\frac{\sin i_B}{\sin r_B} = \frac{n_2}{n_1}$$ şi legea lui Brewster, scrisă sub forma

$$\frac{\sin i_B}{\cos i_B} = \frac{n_2}{n_1}$$

se găseşte:

Scanned with OKEN Scanner

$$\cos i_B = \sin r_B \text{ sau}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - i_B\right) = \sin r_B \text{, rezultă}$$

$$i_B + r_B = \frac{\pi}{2} \qquad (3.36)$$

ceea ce înseamnă că *atunci când lumina cade sub unghiul lui Brewster pe suprafaţa de separare a două medii transparente, raza reflectată şi raza refractată sunt perpendiculare între ele.*

Acest caz este arătat în figura 3. 34, punctele de pe raza *IR* indicând că aceasta este total polarizată, cu vibraţiile vectorului luminos $\overline{E}$ perpendiculare pe planul de incidenţă, săgeţiile şi punctele de pe raza refractată *IR'* arătând că ea este parţial polarizată, cu direcţia preferenţială (ca amplitudine) în planul de incidenţă.

Legea lui Brewster prezintă o importanţă deosebită pentru determinarea indicilor de refracţie. Astfel, pentru substanţele netransparente, puternic opace, din care nu se pot confecţiona prisme pentru determinarea indicelui de refracţie, se întrebuinţează metoda determinării unghiului i_B al lui Brewster, cu care apoi vom obţine indicele de refracţie respectiv, utilizând relaţia lui Bewster.

De asemenea, lumina polarizată este utilizată la aparatele fotografice pentru eliminarea reflexiilor supărătoare, iar dispozitivele pentru selectarea luminii polarizate, numite *polaroizi*, sunt utilizate la ochelarii de soare şi la construcţia farurilor şi parbrizelor pentru automobile, pentru ca farurile automobilelor ce vin din faţă să nu-l orbească pe conducătorul auto.

Concluzii:

- Unda luminoasă prezintă proprietăţi diferite în diferitele direcţii perpendiculare pe direcţia de propagare, proprietăţi pe care le prezintă numai undele tranversale, ale căror vibraţii se execută numai într-un singur plan.

- Starea de polarizare este o proprietate a undelor transversale.

Scanned with OKEN Scanner

- În lumina total polarizată, obţinută prin reflexie, oscilaţiile vectorului luminos (electric) se execută perpendicular pe planul de incidenţă.

- Dispozitivul cu care se produce lumină polarizată din lumină normală se numeşte polarizor, iar cel cu care se pune în evidenţă starea de polarizare se numeşte analizor.

- Gradul de polarizare se defineşte: $P=\frac{I_{\perp}-I_{\parallel}}{I_{\perp}+I_{\parallel}}$, unde $I_{\perp}$ şi $I_{\parallel}$ sunt componentele vectorului electric perpendiculară respectiv paralelă cu planul de incidenţă.

- Există un anumit unghi de incidenţă, numit unghi Brestwer, i_B, pentru care raza reflectată este total polarizată.

- Unghiul Brestwer verifică legea: $tg\, i_B=\frac{n_2}{n_1}$, în care n_1 şi n_2 sunt indicii de refracţie ai mediului razei incidente şi respectiv refractate (al mediului pe care se produce reflexia).

Probleme propuse

1) Să se calculeze unghiul Brewster pentru lumina reflectată de o sticlă de flint, cu indicele de refracţie n=1,9.

R: i_B=62°14'30".

2) Un fascicul de lumină naturală cade pe faţa polizată a unei plăci de sticlă cu n=1,5, care este cufundată într-un lichid având indicele de refracţie n_1. Raza reflectată de placă este deviată cu un unghi de 97° faţă de raza incidentă. Să se determine care este indicele de refracţie al lichidului dacă lumina reflectată este total polarizată.

R: 1,33 (apa)

3) Pe o prismă confecţionată dintr-un material cu indicele de refracţie n_2=2,306, având secţiunea principală un triunghi dreptunghic şi unghiul α, aflată în aer cade un fascicul de lumină naturală paralel cu una din catete (ca în figura 3. 35). Lumina reflectată este total polarizată. Să se calculeze:

a) unghiul α;

b) indicele n_1 de refracţie al unui lichid în care s-ar afla prisma, având acum unghiul α'=30°, astfel încât lumina reflectată să aiba aceeaşi proprietate;

c) unghiul de refracţie în ambele cazuri

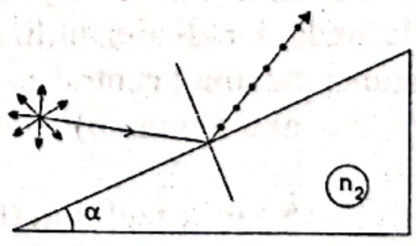


Figura 3. 35

R: a) α ≅ 23,5; b) n_1=1,33(apa); c) r=23,5°, r`=30°.

Scanned with OKEN Scanner

R: a) $\alpha \cong 23,5$; b) $n_1=1,33$(apa); c) $r=23,5°$, $r`=30°$.

Test de evaluare

1. Dispersia luminii constă în:

a) împrăştierea luminii într-un mediu optic neuniform;

b) absorbţia luminii într-un mediu optic dens;

c) variaţia indicelui de refracţie al unui mediu în funcţie de lungimea de undă a luminii;

d) variaţia indicelui de refracţie al unui mediu în funcţie de intensitatea luminii respctive.

2. Dispersia anomală a luminii constă în:

a) creşterea indicelui de refracţie cu micşorarea lungimii de undă;

b) scăderea indicelui de refracţie cu micşorarea lungimii de undă;

c) scăderea indicelui de refracţie cu creşterea lungimii de undă;

d) constanţa indicelui de refracţie indiferent de valoarea lungimii de undă.

3. În cazul în care spaţiul dintre două fante şi ecranul unui dispozitiv Young ar fi umplut cu un mediu transparent al cărui indice de refracţie ar fi n, utilizând un fascicul monocromatic cu lungimea de undă λ, se va obţine un maxim de interferenţă într-un punct de pe ecran dacă diferenţa de drum geometric este :

a) $\frac{k\lambda}{2n}$; b) $\frac{nk\lambda}{2}$; c) $\frac{\lambda}{n}$; d) $\frac{k\lambda x}{D}$.

4. Introducând în dreptul unuia dintre fasciculele care se suprapun, într-un dispozitiv Young, o placă transparentă a cărui grosime este 0,1mm şi interfranja obţinută este de 10 ori mai mare decât lungimea de undă a radiaţiei utilizate, şi a cărui indice de refracţie este de 1,5, atunci maximul central se va deplasa pe ecranul de observaţie cu:

a) 0,5 mm ; b) 1 mm ; c)1,5 mm ; d) 15 mm.

5. În cazul interferenţei luminii reflectate pe o pană optică, localizarea franjelor de interferenţă are loc:

a) pe faţa superioară a penei;

b) pe faţa inferioară a penei;

c) într-un plan paralel cu faţa inferioară;

Scanned with OKEN Scanner

d) într-un plan determinat de prelungirile razelor reflectate de pană.

6. În cazul difracţiei Fraunhofer pe un orificiu mic spectrul imaginii obţinute depinde de:
a) distanţa de la sursă la orificiu;
b) mărimea sursei;
c) lungimea de undă a luminii sursei;
d) mărimea şi forma orificiului.

7. În cazul incidenţei normale a luminii cu $\lambda = 0{,}59\mu\, m$, pe o reţea cu 500 trăsături/mm, ordinul maxim al spectrului de difracţie este:
a) 2; b) 3; c) 4; d) 5.

8. Lumina polarizată total prin reflexie este caracterizată de faptul că vectorul $\vec{E}$ oscilează :
a) în toate direcţiile din spaţiu;
b) într-un plan care conţine direcţia de deplasare;
c) în lungul direcţiei de propagare ;
d) după o singura direcţie perpendiculară pe direcţia de propagare.

9. Se numeşte unghi Brewster unghiul de incidenţă pentru care:
a) lumina se reflectă total;
b) lumina este absorbită total;
c) lumina incidentă devine polarizată total;
d) lumina polarizată are intensitate maximă.

10. În cazul luminii solare incidente pe un dielectric cu $n = \sqrt{3}$, unghiul Brewster este:
a) 15°; b) 30°; c) 45°; d) 60°.

Răspunsuri: 1. c; 2. b; 3.a; 4. a; 5. d; 6. d; 7. b; 8. d; 9. c; 10. d.

Scanned with OKEN Scanner

4 ELEMENTE DE TEORIA HAOSULUI

4.1 Determinism și predictibilitate

Cunoştinţele acumulate de-a lungul vremii despre lume (Univers, mediu înconjurător) conduc la împărţirea sistemelor în două categorii:

- sisteme în care predomină ordinea;
- sisteme caracterizate prin dezordine.

În sistemele în care ordinea este necesară, predictibilitatea oricărei acţiuni este asigurată de structura şi funcţionarea sistemului. Orice abatere de la regulile specifice sistemului constitue un accident.

Newton considera că realitatea este deterministă, adică toate evenimentele care au loc în Univers se datorează momentului „creaţiei". Conform concepţiei deterministe pot fi prognozate evenimente viitoare dacă se cunosc condiţiile iniţiale.

În 1776, fizicianul Laplace spunea: „Starea prezentă a unui sistem din natură este consecinţă a ceea ce a fost în momentul precedent, şi dacă considerăm că poate exista o fiinţă (inteligenţă) care la un moment dat este conştientă de toate entităţile din Univers, ea poate determina poziţia, mişcarea şi efectele tuturor acestor entităţi în orice moment din trecut şi viitor."

Capacitatea de a face previziuni este principalul merit al fizicii (de ex: descoperirea unor particule elementare, descoperirea unor aştrii, studierea traiectoriilor unor sateliţi artificiali, ş.a.). Metodele utilizate în fizică au la bază principiul cauzalităţii, legătura dintre cauză şi efect fiind temporală. Legile fundamentale ale fizicii clasice permit previziunea unor evenimente viitoare din cele ce s-au petrecut înainte sau invers, fiind legi deterministe. Cauzalitatea are două trăsături esenţiale:

- acţiunea din aproape în aproape;
- succesiunea cauzei şi efectului (cauza precede efectul).

Ideea acţiunii din aproape în aproape a stat la baza cercetărilor teoretice ale lui Faraday şi ale lui Maxwell asupra câmpului electromagnetic, confirmarea practică fiind realizată prin descoperirea undelor electromagnetice de către Hertz.

Scanned with OKEN Scanner

4.2 Determinism si impredictibilitate. Comportament haotic

În ultima vreme fizicienii şi matematicienii au ajuns la concluzia că unele sisteme au o evoluţie în timp foarte complexă, fenomenul fiind numit haos determinist, punând bazele noii ştiinţe a dinamicii haotice. Majoritatea sistemelor dinamice nu se comportă previzibil, urmând traiectorii aparent aleatorii şi totuşi bine definite. Acceptarea existenţei haosului ne obligă să revizuim concepţiile referitoare la comportarea sistemelor dinamice.

Starea de dezordine (haos) a unor sisteme (moleculele unui gaz, indivizii unui grup, o societate, etc.) poate fi considerată o stare normală a lor. Interacţiunile dintre entităţile structurale conduc la variaţii normale ale parametrilor măsurabili. Pentru aceste sisteme predictibilitatea este posibilă în anumite limite statistice.

Referitor la noţiunea de haos s-au dezvoltat trei teorii principale. Prima consideră haosul ca un factor aducător de echilibru. A doua îl vede ca un rezultat al încălcării legilor divine. Cea de a treia teorie consideră haosul ca o parte integrantă a creativităţii, libertăţii şi dezvoltării.

Revoluţionarea cunoaşterii ştiinţifice a fost posibilă odată cu perfecţionarea calculatoarelor electronice şi a creşterii puterii de calcul, care a permis modelarea matematică a instabilităţii sistemelor privite ca sisteme complexe.

Un sistem complex nu poate fi analizat prin fragmentarea în părţi, iar evoluţia lui în timp este neliniară. Evoluţia sistemelor neliniare în timp, datorită interacţiunilor dintre componentele lor, poate fi studiată cu ajutorul unor ecuaţii diferenţiale neliniare în raport cu timpul. Evoluţia unui sistem neliniar nu poate fi prezisă pentru un interval oricât de lung, deoarece ar fi necesară o cunoaştere foarte precisă a stării la un moment dat.

Pentru un sistem complex dificultatea de predicţie nu se datorează incapacităţii observatorului de a ţine seama de toate variabilele ce ar influenţa dinamica acestuia, ci sensibilităţiii sistemului la condiţiile iniţiale.

În anul 1903, matematicianul Henry Poincare revizuind concepţia deterministă a spus: „Se poate întâmpla ca diferenţe mici în condiţiile iniţiale să producă diferenţe mari într-un fenomen. O mică eroare în

Scanned with OKEN Scanner

condiţiile iniţiale poate conduce la o eroare enormă în condiţiile finale. Evoluţia ştiinţei a condus la concluzia că cele mai multe sisteme naturale sunt caracterizate prin evoluţia aleatoare locală şi determinism global, care dă legile naturale

Sistemele complexe pot fi modelate şi studiate într-un spaţiu diferit de cel euclidian, numit spaţiul fazelor, în care se definesc noţiuni specifice cum ar fi: atractori, bazin de atracţie, cicluri limită, fractali, traiectorii. Dacă modelarea clasică presupune o aproximare a ceea ce „se vede", modelarea sistemelor complexe, mult mai abstractă, presupune identificarea unui sistem dinamic echivalent a cărui comportare este analizabilă prin metode specifice cu un grad foarte mare de generalizare.

4.3 Descrierea comportamentului haotic. Spaţiul fazelor. Atractori

Vom considera ca sistem fizic alcătuit dintr-un număr foarte mare de microparticule cu comportament haotic un gaz aflat într-o incintă. Gazul are o structură discontinuă fiind alcătuit din microparticule (atomi, molecule, ioni, etc.) aflate în mişcare de agitaţie termică (mişcare spontană, permanentă, haotică, vitezele particulelor depinzând de temperatură). Fizica statistică studiază legile care guvernează comportarea şi proprietăţile corpurilor macroscopice ţinând seama de faptul că acestea sunt compuse dintr-un număr foarte mare de microparticule. Legile statistice stabilesc legături între unele mărimi, care caracterizează sistemele fizice macroscopice (presiune, temperatură, etc.) şi media unor mărimi fizice ce caracterizează mişcarea microparticulelor (viteza medie, energia cinetică medie, etc.).

Într-o stare de echilibru, parametrii macroscopici ai unui sistem au valori constante în timp. Starea microscopică a sistemului este determinată de valorile tuturor poziţiilor şi vitezelor particulelor din care este compus sistemul. Deoarece parametrii macroscopici depind de parametrii microscopici rezultă că, cunoaşterea stării microscopice implică cunoaşterea stării macroscopice. Având în vedere agitaţia particulelor şi faptul că starea microscopică este în continuă schimbare putem spune că unei stări macroscopice îi corespunde un număr dat de stări microscopice. Totalitatea stărilor microscopice compatibile cu o stare macroscopică dată se numeşte *ansamblu (colectiv) virtual de microstări sau ansamblu statistic.* Orice microstare din acest ansamblu se poate realiza cu toate că practic nu putem şti care din acestea se

Scanned with OKEN Scanner

realizează efectiv. Un ansamblu de microstări este determinat dacă se cunosc particulele din care ste format sistemul, forţele care acţionează asupra acestor particule, cât şi condiţiile exterioare impuse sistemului. Se presupune că forţele dintre particule cât şi forţele exterioare sunt conservative şi deci energia totală a sistemului este constantă.

Pentru a deduce legile statisticii se introduce noţiunea de spaţiu al fazelor. Pentru un sistem format din N particule având N grade de libertate se folosesc $3N$ coordonate q_i (i= 1,2,3, ... , $3N$) şi $3N$ impulsuri p_i. O stare microsçopică a sistemului este reprezentată în acest spaţiu cu $6N$ dimensiuni printr-un punct. Spaţiul cu 6N dimensiuni de variabile (p, q) se numeşte *spaţiul fazelor*. Un punct din spaţiul fazelor, deci o stare microscopică a sistemului, poartă numele de *fază* sau *punct figurativ*. Dacă microstarea sistemului variază, atunci punctul figurativ descrie o curbă ce reprezintă traiectoria punctului figurativ. Spaţiul fazelor şi *traiectoria punctului figurativ* nu au nimic în comun cu spaţiul real sau cu o traiectorie reală, fiind noţiuni formale care dau o imagine intuitivă a dinamicii sistemelor formate dintr-un număr foarte mare de particule.

Evoluţia sistemelor alcătuite dintr-un număr foarte mare de microparticule poate fi studiată cu ajutorul unei funcţii de stare introdusă de principiul al doilea al termodinamicii, numită *entropie* (S). Dacă probabilitatea termodinamică W repezintă numărul de microstări corespunzătoare unei singure stări macroscopice se poate scrie formula lui Boltzman: $S = k \ln W$ unde k – constanta lui Boltzman.

Entropia este interpretată ca o măsură a dezordinii sistemelor termodinamice. Sistemele izolate evoluează, de la sine, în sensul creşterii entropiei (de la ordine la dezordine), tinzând spre o stare de echilibru termodinamic cu mediul, în care entropia este maximă. Un sistem izolat evoluează totdeauna (ireversibil) de la stări mai puţin probabile (cu probabilitate termodinamică mai mică) spre stări mai probabile (cu probabilitate termodinamică mai mare). Noţiunea de entropie poate fi utilizată şi pentru studiul altor sisteme haotice.

Lumea biologică este constituită din sisteme deschise care schimbă energie şi substanţă cu mediul exterior, cu scopul de a micşora entropia şi a forma sisteme din ce în ce mai ordonate, evitându-se aproprierea de staea de maimă entropie, adică moartea. Deci, autoorganizarea şi evoluţia spre ordine sunt posibile în sistemele deschise.

Comportarea unui sistem organizat, adică aflat departe de echilibru, depinde de istoria lui, de modul de desfăşurare a proceselor din interior şi de mărimea forţelor de interacţiune cu exteriorul (con-

Scanned with OKEN Scanner

strângeri).Cu cât un sistem este mai departe de echilibru (mai organizat) cu atât este mai instabil, mai sensibil la micile influenţe exterioare.

În timpul îndepărtării de echilibru termodinamic, sistemul ajunge în puncte critice în care sub influenţa unor cosntrângeri mici, întâmplătoare, poate „alege" unul din modurile de funcţionare permise de structura sa.

Modul de funcţionare pe care sistemul îl adoptă în funcţie de condiţii se numeşte *atractor*. Sistemele clasice „regulate", pot fi configurate matematic în forme regulate (cum ar fi orbitele planetelor) datorită faptului că mişcarea lor este „atrasă"de aceste forme care au un aspect regulat.

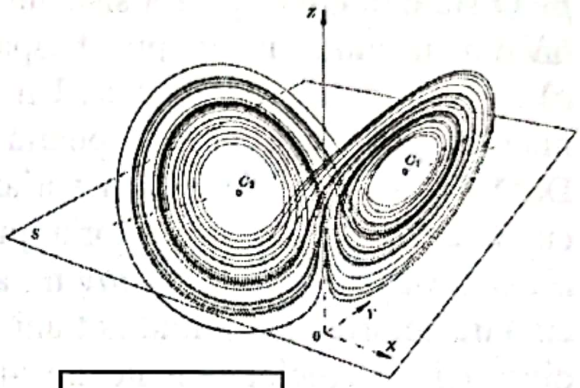


Figura 4. 1.

În cazul sistemelor haotice, dinamice, acestea pot fi „atrase" de forme stranii, cu aspect neregulat. În primul caz se spune că avem de a face cu atractori predictibili, clasici care corespund comportamentului în direcţia căruia un sistem clasic este „atras" (un punct, un cerc, o sinusoidă, etc.), iar în al doilea caz avem atractori stranii, ca reflectori ai transformării permanente din interiorul sistemelor dinamie ce tind către ei.

Un atractor straniu este reprezentat de o traiectorie nepredictbilă, în care o diferenţă minimă în poziţiile de plecare a două puncte iniţial adiacente, duce la poziţii total necontrolate în timp.Atractorii stranii sunt forme care apar în spaţiul matematic, mai degrabă decât în cel natural şi nu pot fi la fel de uşor observaţi şi reprezentaţi ca atractori clasici. Unul dintre exemplele cele mai cunoscute de comportament haotic legat de existenţa unui atractor straniu este cel al efectului fluturelui, imaginat de către meteorologul Edward Lorenz, conform căruia bătaia aripilor unui fluture deasupra statului Texas ar genera o perturbaţie atmosferică suficient de mare pentru a declanşa o furtună de zăpadă în munţii Urali.

4.4 Elemente de geometrie fractală

Unele teorii apărute în a doua jumătate a secolului al XX-lea, cum ar fi teoria haosului, teoria catastrofelor, teoria fractalilor revoluţionează

Scanned with OKEN Scanner

cunoştinţele despre formă, considerată, timp de secole ca o noţiune fundamental calitativă şi necuantificabilă, demonstrând că ea poate fi abordată matematic, că poate fi cuantificată conducând astfel la obţinerea unor predicţii. Matematicianul Benoit Mandelbrot a introdus noţiunea de fractal care provine din latinescul „frângere", adică a sparge în fragmente neregulate. Matematicieni ca Waclaw Sierpinski, David Hilber, George Cantor şi Helge von Koch au creat primii fractali din considerente matematice, neavând nici o idee despre semnificaţia lor. Aceste forme fractale intrau în contradicţie cu viziunea lor despre spaţiu, suprafaţă, distanţă şi dimensiune.

Benoit Mandelbrot

În 1982 Mandelbrot a pus bazele studiului fractalilor prin publicarea lucrării „Geometria fractală a naturii".

În 1987 West şi Goldberger au postulat că structurile fractale sunt generate de natură pentru că acestea sunt mai tolerante la erori decât structurile simetrice. În timp ce geometria euclidiană este folositoare pentru o simplificare a lumii înconjurătoare, fiind utilizată în cazul sistemelor liniare, geometria fractală este utilizată pentru studiul de aproape, reducerea scalei, fiind caracterizată de similaritate şi creşterea complexităţii.

Conceptul de fractal are o semnificaţie intuitivă putând fi definit cu ajutorul unor caracteristici, cum ar fi:

- *autosimilaritatea,* conform căreia o parte din structură seamănă cu întregul (orice decupare, la o scară oarecare sau anume aleasă, pune în evidenţă aceeaşi informaţie, dezvăluind acelaşi aspect);
- *structura fină*, care presupune existenţa detaliilor la toate scările;
- *neregularitatea*, care implică imposibilitatea descrierii structurii utilizând limbajul geometriei euclidiene;
- *dimensiunea fractală.*

Pentru realizarea măsurătorilor se folosesc dimensiunile. De exemplu, un punct are dimensiunea zero, o linie are dimensiunea unu, un pătrat are dimensiunea doi, iar un cub are dimensiunea trei. Acestea sunt denumite dimensiuni euclidiene.

În cazul obiectelor fractale dimensiunile sunt diferite de cele euclidiene. Hausdorff a introdus un mod de calcul al dimensiunii, numită dimensiune Hausdorff sau dimensiune fractală D_f.

Scanned with OKEN Scanner

De exemplu, considerând un pătrat şi împărţind fiecare latură în 10 părţi egale obţinem 100 de pătrate. Dimensiunea se calculează utilizând relaţia:

$$N = r^D$$

unde: N – numărul de obiecte (imagini) identice; r – factorul de scară; D – dimensiunea.

În exemplul considerat $N = 100$ şi $r = 10$

$$\ln N = D \ln r \qquad \Rightarrow D = \frac{\ln N}{\ln r} \quad \Rightarrow D = \frac{\ln 100}{\ln 10} = 2$$

În acest caz dimensiunea Hausdorff coincide cu dimensiunea euclidiană. Vom prezenta câteva exemple de fractali şi vom compara dimensiunie Hausdorff şi euclidiană.

1° *Sita lui Sierpinski.*

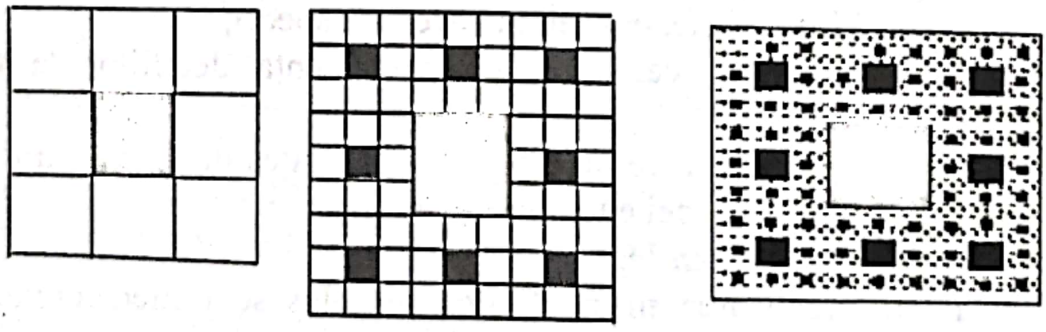
Un fractal geometric determinist se generează prin alegerea unui iniţiator, a unei legi de cosntrucţie (rupere, deformare, transformare) şi a unui proces de repetare la nesfârşit a unei operaţii dictate de legea aleasă asupra fiecărei părţi ezultată din operaţia iniţială (iterativ). În acest caz iniţiatorul este un pătrat ale cărui laturi se împart în trei.

Din cele 9 pătrate, se elimină cel din centru păstrându-se copiile (opt). Dimensiunea Hausdorff după prima iteraţie va fi:

$$D_f = \frac{\ln 8}{\ln 3} = 1{,}8927$$

După a doua iteraţie:

$$D_f = \frac{\ln 64}{\ln 9} = \frac{\ln 8^2}{\ln 3^2} = \frac{\ln 8}{\ln 3} = 1{,}8927$$



a) b) c)

Figura 4. 2. Sita Sierpinski
a) rezultatul primei iteraţii (8 copii)
b) rezultatul celei de a doua iteraţii (64 de copii)
c) rezultatul după n iteraţii.

Scanned with OKEN Scanner

După n iterații: $D = \frac{\ln 8^n}{\ln 3^n} = \frac{\ln 8}{\ln 3} = 1{,}8927$

Dimensiunea euclidiană a acestei figuri este 2, fiind diferită de dimensiunea Hausdorff de 1,8927.

Curba lui von Koch este un fractal geometric determinist, în care inițiatorul este un segment de dreaptă care se împarte în trei părți egale. Partea din mijloc este înlocuită printr-un triunghi echilateral, fără bază.

Dimensiunea Hausdorff după prima iterație va fi:

$$D_f = \frac{\ln 4}{\ln 3} = 1{,}2618595...$$

După a doua iterație $D_f = \frac{\ln 16}{\ln 9} = \frac{\ln 4^2}{\ln 3^2} = \frac{\ln 4}{\ln 3} = 1{,}2618595$

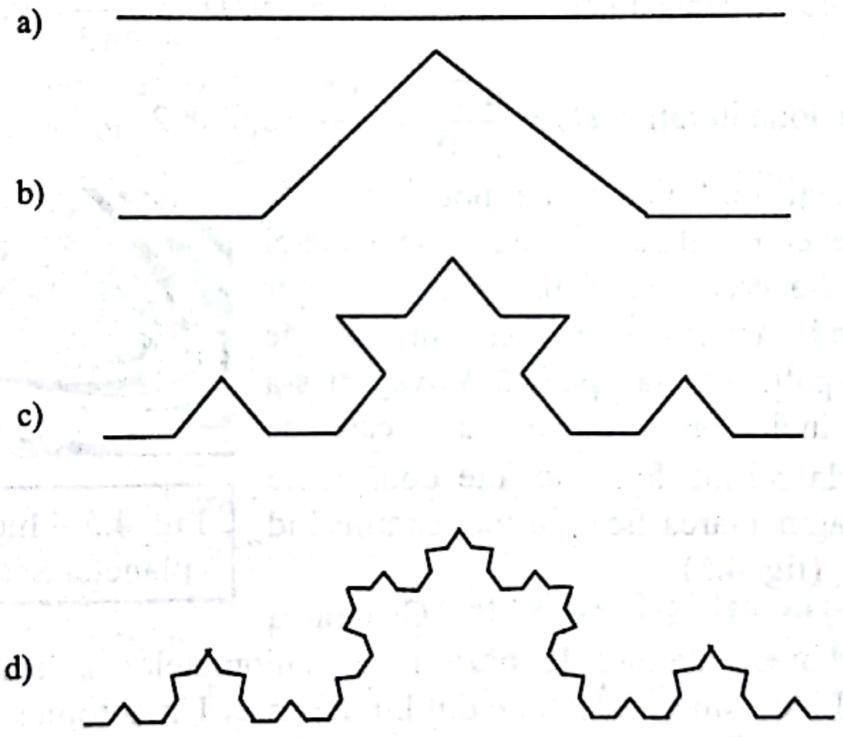


Figura 4. 3. Curba lui Koch
a) Inițiatorul;
b) rezultatul primei iterații (4 copii);
c) rezultatul celei de a doua iterații (16 copii);
d) rezultatul a n iterații.

Scanned with OKEN Scanner

Indiferent de numărul de iteraţii dimensiunea Hausdorff are aceeaşi valoare, diferită de cea euclidiană, care pentru linie este unu.

3° *Praful lui Cantor* este un fractal determinist pentru care iniţiatorul este un segment de dreaptă care se împarte în trei, eliminându-se segmentul central, după fiecare iteraţie (figura 4. 4).

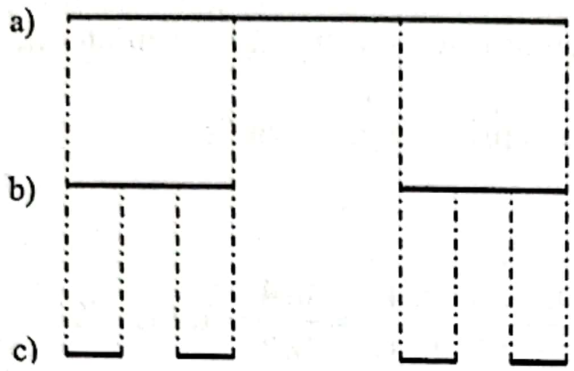


Figura 4. 4.
Proful lui Cantor
a) iniţiatorul
b) rezultatul primei iteraţii (2 copii)
c) rezultatul celei de a doua iteraţii (4 copii)

Dimensiunea Hausdorff după prima iteraţie: $D_f = \frac{\ln 2}{\ln 3} = 0{,}63092$

După a doua iteraţie: $D_f = \frac{\ln 2^2}{\ln 3^2} = \frac{\ln 2}{\ln 3} = 0{,}63092$

Construcţii de tip cantorian pot fi întâlnite în natură. Un exemplu îl constituie inelele planetei saturn. Iniţial s-a crezut că Saturn are un singur inel. Utilizând instrumente performante de observare în spaţiu (staţia apaţială Voyager) s-a constatat că inelul este o structură care se fragmentează la mijloc formând alte două inele mai subţiri, fragmentarea fiecăriu inel continuând în acelaşi mod. (fig. 4.5)

Fig. 4.5 – Inelele planetei Saturn

4 ° Structuri arborescente. Generarea structurilor arborescente are la bază ideea automatelor celulare ale biologului A. Lindenmayer alcătuite din litere scrise. Un automat celular este un univers artificial guvernat de legi naturale simple fiind alcătuit din celule identice care se multiplică respectând legile impuse.

Considerăm două tipuri de celule notate cu F şi G şi două reguli de multiplicare:

- regula 1- celula F se divide în două celule F devenind FF;
- regula 2 – o celulă G se divide devenind GFG. Pornind de la o singură celulă G putem obţine după trei iteraţii:

- iniţiatorul G;

Scanned with OKEN Scanner

- prima iteraţie GFG;
- a doua iteraţie GFGFFGFG
- a treia iteraţie GFGFFGFGFFFFGFGFFGFG

În funcţie de informaţia fiecărei celule se pot reprezenta forme complexe. Dacă F reprezintă desenarea unui segment de dreaptă de o anumită lungime iar G înseamnă înaintarea cu o anumită distanţă fără trasarea unui segment atunci literele sunt traduse printr-o succesiune de segmente de dreaptă şi spaţii libere. Prin adăugarea unor litere care să fie traduse grafic prin rotaţii de un anumit unghi Lindermayer a reprezentat forme complexe (fig. 4.6)

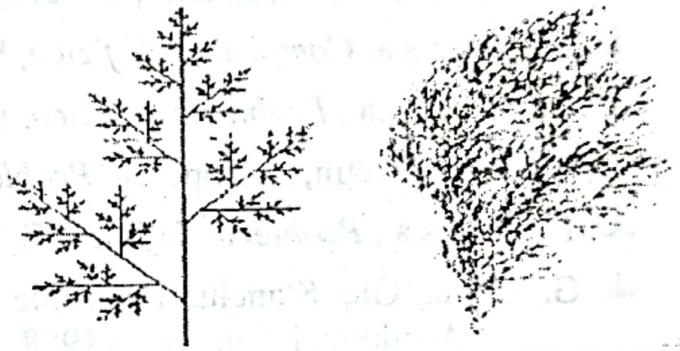


Fig. 4.6 – Structuri arborescente

Geometria fractală poate fi considerată „o geometrie a naturii" fiind o metodologie adecvată cercetărilor din geofizică, astrofizică sau biofizică.

Instrumentele tradiţionale utilizate în geometria euclidiană (rigla, compasul) sunt insuficiente în analiza şi măsurarea unor forme întâlnite în natură (structura unui profil muntos, albia unui râu, formaţiuni noroase, fiordurile Scandinaviei, frunzele unor ferigi, A.D.N., fulger etc.). Pentru generarea de modele asemănătoare imaginilor amintite rigla şi compasul au fost înlocuite cu calculatorul. Acest mijloc de cunoaştere ne permite să vedem conexiuni şi înţelesuri care ne erau ascunse în tratarea euclidiană.

Utilizând grafica computerizată, procesele naturale pot fi înţelese în întreaga lor complexitate în mod intuitiv.

Fractalii şi-au găsit numeroase aplicaţii în ştiinţă, tehnică, economie, artă, medicină, etc. Prima aplicaţie importantă a fractalilor a fost comprimarea imaginii. Prin transformarea imaginilor în fractali, se pot comprima imagini foarte mari în coduri foarte mici, obţinându-se un raport de peste 10.000 la 1. Imaginile video comprimate pot fi transmise rapid chiar prin linii telefonice normale. În biologie fractalii ajută la evaluarea cantitativă a tumorilor şi a stării de sănătate.

În artă unii matematicieni artişti au perfecţionat procedurile lui Mandelbrot pentru a crea peisaje uimitoare, atât realiste cât şi abstracte.

Din anii 1990 fractalii au început să fie utilizaţi în cinematografie pentru a crea efecte speciale.

Scanned with OKEN Scanner

Bibliografie selectiva

- D. Halliday, R. Resnick, *Fizică,* E. D.P., Bucureşti, 1975.
- N. Bărbulescu ş.a., *Fizică,* E. D.P., Bucureşti, 1971.
- E. Luca ş.a, *Fizică*, E. D.P., Bucureşti, 1976.
- I. Bunget ş.a, *Compendiu de fizică*, Bucureşti 1988.
- A. Hristev ş.a., *Probleme de fizică,* E. D.P., Bucureşti, 1983.
- I. Druică Zeletin, A. Popescu, *Probleme de fizică*, Ed. Foton.
- T. Creţu ş.a., *Probleme de fizică,* E. D.P., Bucureşti, 1980.
- G. Cone, Gh, Stanciu, *Probleme de fizică pentru liceu,* Ed. Academiei, Bucureşti, 1988.
- Octavian Rusu, *Propagarea undelor elastice*, Ed. ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1985.
- Ailincăi, M. Rădulescu, *Probleme, întrebări de fizică*, E. D.P.
- C. Tudose, I. Cucurezeanu, *Fizică,* E. D.P., Bucureşti, 1981.
- E. Uliu, D. Iordache, A. Truţia ş.a, *Optică, Fizica plasmei, fizica atomică şi nucleară,* E. D.P., Bucureşti, 1983.
- E. Luca, Gh. Zet, *Fizică generală*, E. D.P., Bucureşti, 1981.
- I. Inţa, S. Dumitru, *Complemente de fizică*, Ed. Tehnică.
- Gh. Huţanu – *Zigzag în lumea opticii* – Ed. Albatros
- F. W. Sears, M. W. Zemansky, *Fizică*, E. D.P., Bucureşti,1983
- Mircea Mihail Popovici, *Fizică, fenomene optice*, Ed. Teora.
- E, Micu, *Probleme de fizică pentru liceu*, Ed. Evrika, 1998
- Armand Popescu şi colectiv, *Probleme de fizică pentru clasele IX-XII,* Ed. Petrion
- C. Mantea şi colectiv, *Preparator de fizică,* Ed. All, 1999
- I. M. Popescu şi colectiv, Probleme de optică, fizică atomică şi nucleară, Ed. Tehnică 1974

Scanned with OKEN Scanner

Manual aprobat de
Ministerul Educației și Cercetării

Editura GIMNASIUM

ISBN 10 - 973 - 7992 - 23 - 7
ISBN 13 - 978 - 973 - 7992 - 23 - 9

LEI 18,00

www.librariamea.ro

Scanned with OKEN Scanner